

· 研究报告 ·

# 耦合声阻抗在扩散吸声体设计中的应用研究<sup>\*</sup>

古林强<sup>†</sup> 王英文

(广州大学 建筑与城市规划学院 广州 510006)

**摘要** 为解决小房间的音质设计问题,需要设计不同的扩散吸声体。利用共振吸声的边缘效应,通过不同共振频率的共振器耦合共振时的非线性声阻抗变化组合,形成既能高效吸声,又能均匀散射的声学界面。数值分析及实验结果表明,新型的扩散吸声体内部没有任何传统吸声材料的情况下,单位面积吸声量在中低频段可达 $1.3 \text{ m}^2$ ,在高频段由于非线性声阻抗与共振器的辐射阻抗不匹配影响,相应吸声量降低到 $0.7 \text{ m}^2$ 左右。耦合声阻抗的运用使得新型扩散吸声体吸声的效率高,频带宽,免去传统吸声材料的使用,在小房间的声学应用中具有突出的优势。

**关键词** 声散射,扩散吸声体,边缘效应,耦合声阻抗

中图分类号: TU112.4+2 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2014)02-0167-10

DOI:10.11684/j.issn.1000-310X.2014.02.011

## Application of coupling impedance in diffuser design

GU Linqiang WANG Yingwen

(Department of Architecture and Urban Planning, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract** To solve the acoustic problem of small rooms, designing different diffusers is essential. Using edge effect of resonance absorption and changes of nonlinear impedance among different resonators, a new type of diffuser was designed. Numerical analysis and experimental results show that the new diffuser has special acoustical performance for its combined ability to absorb sound energy effectively and scattering them uniformly at the same surface and at the same time. For the new diffuser, although there are no classical sound absorbing materials inside, the equivalent absorption area may reach  $1.3 \text{ m}^2$  in the mid-low frequencies and  $0.7 \text{ m}^2$  at the high frequencies. Coupling impedance makes the new type of diffuser to be a high efficiency, broad bandwidth absorber, and also a good diffuser, therefore this kind of diffuser has outstanding advantages in small room acoustics design.

**Key words** Sound scattering, Diffuser, Edge effect, Coupling impedance

2013-05-26 收稿;2013-09-30 定稿

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金项目(51008086)

作者简介:古林强(1980-),男,广东茂名,博士,研究方向:建筑声学。

王英文(1972-),女,讲师。

<sup>†</sup> 通讯作者:古林强, E-mail: gulinqiang@gmail.com

## 1 引言

专业的声学设计人员很早就知道把强反射的表面与强吸声的材料分开错落布置,或者利用不同的吸声材料组合以获得一定程度的扩散效果,这种设计在早期的听音室或录音棚中常常可以看到<sup>[1]</sup>,这些既能部分吸声又能部分均匀散射的声学结构,现有文献进行了归纳,称之为 *diffsorber*<sup>[2]</sup>,我国有文献意译为扩散吸声体<sup>[3]</sup>,这种结构适合于没有足够空间来安排吸声和扩散体的场合,所以在体积较小的听音房间得到广泛的应用。目前设计扩散吸声体常利用不同吸声材料组合的方法,又称之为 *patchwork*,这种方法看上去比较简单,其实在理论上进行分析和在数值分析上都存在很大的问题<sup>[4]</sup>,还没有一个统一的分析模型。除此之外,还有一种设计方法是用数论的办法在一块单一的吸声体上形成伪随机排列的穿孔,使得反射表面和吸声表面的反射系数形成一定的相位差,利用声波的干涉效应获得需要的扩散效果<sup>[5]</sup>。传统的设计方法中,吸声材料是不可或缺的关键因素,但本文采用的方法与前两者不一样,利用共振频率相异的共振器在耦合共振时的声阻抗变化来设计扩散吸声体,所述声阻抗的变化主要来源于共振器管口流线的脱体现象,理论分析表明<sup>[8]</sup>,即使入射声压级并不很高时,共振器管口处流线脱体引起的非线性耦合声阻率仍然可以明显提高,从而可以省去吸声材料在扩散吸声体中的使用,数值分析和定性的实验分析都证明这种设计的合理性,值得进一步深入的研究。

## 2 无限大壁面上多个共振器组合的吸声效果

在无限大墙上只有一个共振器,空腔体积为  $V$ ,通过一根短的圆管和外面的媒质联通,如图 1 所示。

设管口空气柱(包括末端修正)的体积振速  $U$ ,  $Z_r$  为辐射声阻抗,另外定义共振器自开口处向内的声阻抗为  $Z_0$ (即不包括向外辐射产生的声阻抗),那么共振器的管口处体积速度和入射波的关系式为

$$2p_i = Z_r U + Z_0 U. \quad (1)$$

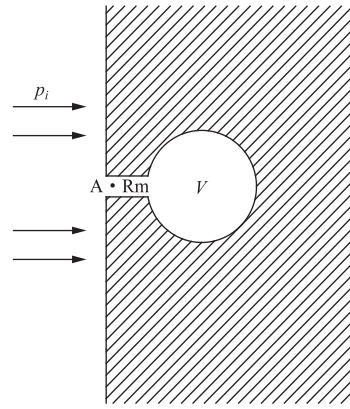


图 1 无限大壁面上的单个共振器示意图

Fig. 1 Diagram of a single resonator in infinite wall

如果用声电类比的方法说就是把作为激发源的声压  $2p_i$  按比例分配在  $Z_r$  和  $Z_0$  两部分声阻抗上,其声电类比的等效线路如图 2 所示。

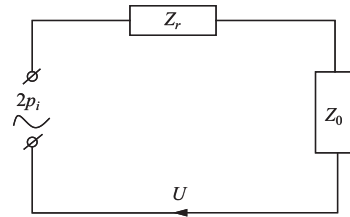


图 2 单个共振器的声电类比图

Fig. 2 Acoustoelectric analogy of a single resonator

容易知道,如图 2 所示线路,  $\text{Re}(Z_0) |U|^2$  即表示共振器吸收的声功率,而  $\text{Re}(Z_r) |U|^2$  表示共振器向外辐射的功率,其中  $\text{Re}(\cdot)$  表示取实部。给出共振器的吸声量  $A$  已有成熟的理论计算结果,在法向入射时为

$$A = \frac{4\rho_0 c_0 \text{Re}(Z_0)}{|Z_r + Z_0|^2}, \quad (2)$$

其中  $\rho_0 c_0$  为空气的特性阻抗。吸声量又叫开窗面积,即表示可以把入射到  $A$  上的声能量全部吸收掉。可以证明,假如该结构共振时,设波矢为  $k_r$ ,对应波长为  $\lambda_r$ ,改变共振器本身的声阻,使得共振器声阻  $\text{Re}(Z_0)$  与共振时辐射声阻  $\text{Re}(Z_r)$  相等,可以使得吸声量  $A$  取得最大值  $A_{\max}$ ,其表达式为

$$A_{\max} = \frac{1}{k_r^2} = \frac{\lambda_r^2}{2\pi}. \quad (3)$$

由(2)式可知,单个共振器取得最大吸声量时,相当于面积为  $S_a = \lambda_r^2/2\pi$  的开窗面积。就其吸声

能力而言,壁面上单个共振器所占的有效吸声面积,要远比它实际开口的面积大,如果折算到吸声系数就大于1,这种现象又称为边缘效应。注意到开窗面积与频率的平方成反比,在低频的时候,这种有效面积增大的现象将会更为显著。当声波斜入射时,共振器内部的声阻抗及向外的辐射阻抗并没有变化,因此单个共振器吸收的声功率不会与入射角度有关。但斜入射时入射到单位壁面面积上的声功率要相差  $\cos\theta$  倍,其中  $\theta$  为入射角,所以相应的开窗面积  $A(\theta) = A_0/\cos\theta$ ,这时的边缘效应现象尤为突出。边缘效应表明一个很小的共振系统,其吸声量并不小,把边缘效应推广到无限大壁面上嵌套有限多个共振器组合的情况,在这些共振器相互耦合共振时,其整体的吸声量有可能非常可观。

考虑无限大壁面上有  $N$  个共振器的情况,而且把共振器的开口等效到圆形,半径为  $a_n$  ( $n = 1, 2, 3 \dots, N-1, N$ ),如图3所示。

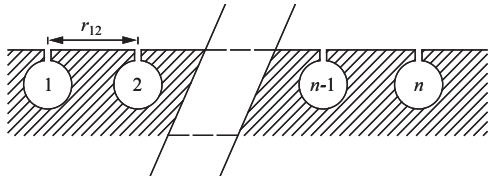


图3 无限大壁面上多个共振器共同存在示意图

Fig. 3 Diagram of  $N$  resonators in infinite wall

考虑它们的合成声场,除了入射声场与反射声场以外,就是各共振器产生声场的叠加。近似考虑声波波长远大于孔径的情况,可以把每个共振器辐射等效看成单极子辐射,各个共振器本身就处于这个合成声场之中,相互之间存在强烈的声耦合,就每一个共振器而言,其振动的状态必然受到合成声场的影响。

以共振器1为例,共振器2辐射的声压对共振器1的影响为

$$p_{12} \approx j \frac{k\rho_0 c_0 \cdot 2\pi a_2^2 u_2}{2\pi r_{12}} e^{j(\omega t - kr_{12})}, \quad (4)$$

其中  $u_2 \cdot e^{j\omega t}$  为共振器2管口处质点振动速度,  $2\pi a_2^2$  为共振器2管口的表面积,  $r_{12}$  为共振器2的辐射中心到共振器1的辐射中心的距离。如果考虑的是体积振速,那么上式又可化为

$$p_{12} \approx j \frac{k\rho_0 c_0 U_2}{2\pi r_{12}} e^{-jkr_{12}}. \quad (5)$$

显然,  $U_2 = 2\pi a_2^2 \cdot u_2 e^{j\omega t}$  为单极子源的体积速度。

同理可求其他共振器在共振器1处产生的声压。所以对于共振器1来说,假设一理想无质量活塞位于管口,去掉简谐项,即不考虑时间项,在法向入射的情况下,活塞表面内外的压力平衡关系式为

$$U_1 Z_{01} = 2p_i + \sum_{n=2}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{1n}} e^{-jkr_{1n}} - U_1 Z_{r1}. \quad (6)$$

这里的  $U_n$  都与  $p_i$  一样均取有效值,其中  $Z_r$  为辐射声阻抗,  $Z_{01}$  为内声阻抗,  $r_{1n}$  为第  $n$  个共振器辐射中心到第1个共振器的辐射中心的距离。  $Z_{r1}$  为第1个活塞的辐射声阻抗,无限大壁面上的活塞的辐射声阻抗已有成熟的计算公式,对于第  $n$  个活塞为

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}(Z_m) &= \frac{\rho_0 c_0 \cdot \left(1 - \frac{2J_1(2ka_n)}{2ka_n}\right)}{\pi a_n^2} \\ \operatorname{Im}(Z_m) &= \frac{\rho_0 c_0 \cdot \frac{2K_1(2ka_n)}{(2ka_n)^2}}{\pi a_n^2} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

式中  $J_1(\cdot)$  表示一阶贝塞尔函数,而  $K_1(\cdot)$  表示一阶修正贝塞尔函数。现在用更简单的考虑是声波波长远大于小孔的直径时,式(7)简化为

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re}(Z_m) &= \frac{k\rho_0 c_0}{\lambda} \\ \operatorname{Im}(Z_m) &= \frac{k\rho_0 c_0}{2\pi a_n} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

至此,对于共振器1的控制方程来说,在给定内声阻抗的情况下,只有  $N$  个待定系数  $U_1, U_2, \dots, U_N$ ,如下所示

$$U_1 [Z_1 + \operatorname{Re}(Z_{r1})] = 2p_i + \sum_{n=2}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{1n}} e^{-jkr_{1n}}, \quad (9)$$

其中在低频时  $Z_r$  按照式(8)计算,而在中高频时按照式(7)计算可以大量减少运算时间。其他的共振器的平衡关系同样由类似的关系式表达,也就意味着总共有  $N$  个未知数,  $N$  个方程,所有的共振器开口处的体积速度可求。以上即为法向入射时,无限大壁面上存在  $N$  个共振器时的数值计算模型。

对于斜入射的情况,只需要改变式(9)中  $p_i$  的

表达式,因为对于不同的入射角度,入射声到达不同的共振器时还有一个相位的差别,而各共振器的

$$U_1[Z_1 + \text{Re}(Z_{r1})] = 2p_i \cdot e^{jkl\cos(\alpha)} + \sum_{n=2}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{1n}} e^{-jkr_{1n}}, \quad (10)$$

式中的  $l\cos(\alpha)$  表示入射声相位的改变,如果我们认为在参考点处相位是0。这一项说明了相位的改变除了与入射角度  $\alpha$  有关外,还与共振器1和参考点的相对距离  $l$  有关。

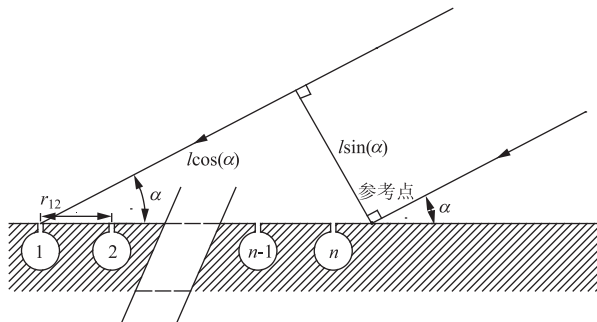


图4 平面声波斜入射的计算模型示意图

Fig. 4 Calculation Model of plane wave incident field

不管在什么样的入射情况下,一旦求出各个共振器的管口的体积振速,那么吸效果就完全可以用频率有关的内声阻抗及辐射声阻抗表示。

### 3 耦合共振型扩散吸声体的设计理论分析

共振系统本身是抽象的,可以通过各种力学和声学的办法实现,上述的亥姆霍兹共振器仅仅是其中的一种。只要对这个系统施加一定的阻尼,就有可能使得能量尽量多地损耗掉。同时,如果共振系统各组成部分的共振频率不一样,在某个特定的频率范围内只有少数的共振器在耦合共振,而其他的影响较小,那么定性地说,这个系统应该也具备良好的散射能力,这就是耦合共振型扩散吸声体的设计基础。

现考虑若干个由不同长度闭管构成的扩散吸声体如下图5所示,这个结构也可看成平面上许许多多对应不同共振频率的共振器组合。当不同频率的声波入射时,管口附近的空气就会振动,管内的空气跟着周期性压缩和延伸,其作用就像弹簧,而振动的质量则取决于末端修正。对于这么一个振动系统来说,动能主要集中在管口附近,势能主要集中在管内。如果在管口处加上合适的声阻,可

辐射场是没有变化的。例如下图4所示的情况下,式(9)相应地改为

以把扩散体发展成宽频的共振吸声结构。因为每个共振器都可对应一个共振时的吸声量,那么整个结构就可以在相当大的频带范围内有可观的吸声量。

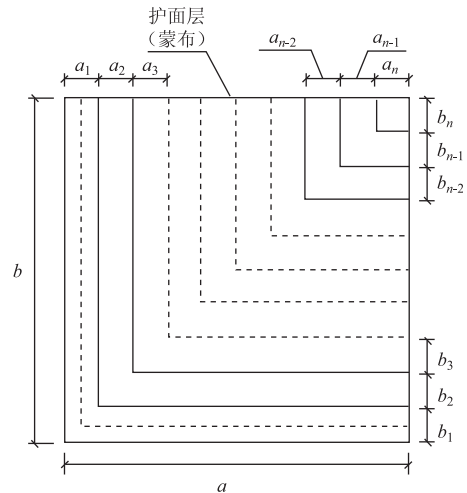


图5 扩散吸声体闭管截面

Fig. 5 Cross-section of the closed tube

考虑第一个闭管,对应于  $a_1, b_1$ ,那么有效的长度  $l_1$  由下式决定

$$l_1 = a + b - \frac{1}{2}(a_1 + b_1). \quad (11)$$

暂时不考虑闭管管内由于粘滞及热传导所带来的声阻(因为这部分声阻的值非常小,忽略并不会带来什么问题),设闭管的截面积为  $S_1$ ,可得对应的声阻抗  $Z_{a1}$  为

$$Z_{a1} = \frac{\rho_0 c_0}{S_1} \cosh\left(\frac{j\omega l_1}{c_0}\right). \quad (12)$$

对于其他的闭管,同理可得相应的声阻抗值。值得指出的是,上式还没有考虑管口辐射的影响,管口辐射的影响近似可以看成是在管口接长了一定的长度,是作为末端修正看待的。考虑到  $l_n$  的数值比较大,末端修正的影响是很小的,现暂不讨论。

把形如图5这样的结构嵌到无限大的障板上,也就是说,忽略厚度的影响,只考虑平面上的声阻

抗,那么就可以应用平面上存在多个共振系统的理论模型来分析,如下图 6(a)及图 6(b)所示。

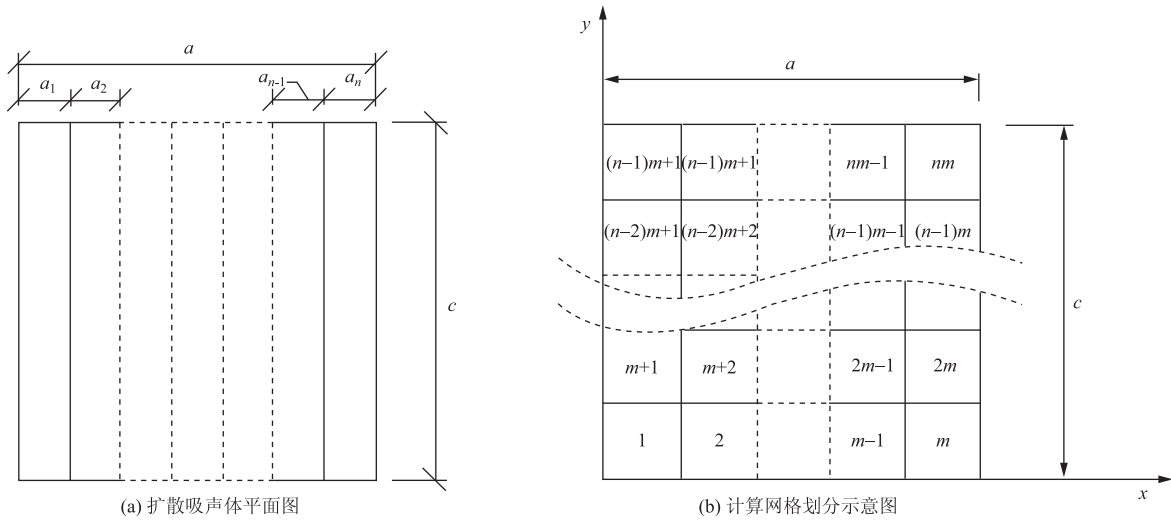


图 6 扩散吸声体平面图及对应的网格划分图

Fig. 6 Diagram of the meshing of diffuser

在具体设计时首先应该确定共振系统的最小计算单位,参考边界元的方法可以把图 6(a)的平面分成  $m \times n$  个正方形网格如图 6(b) 所示,只要正方形的网格边长小于  $\lambda/6$ ,则可以认为在这些单元上质点振动速度均匀分布而不会有任何问题,其中  $\lambda$  为计算的波长。引入计算符号  $x | y = z$ , 表示的含义是  $x$  被  $y$  整除,商是  $z$ ,那么设正方形的边长为  $l$ ,对于第一个闭管,宽度为  $a_1$ ,为了避免有单元落在两个闭管中间,划分单元的数目应满足以下条件:

- (1)  $l \leq \lambda/6$ ; (2)  $a_1 | l = m_1$ ; (3)  $c | l = n$ 。

如果考虑的条件更加简单一些,例如  $a_1 = a_2 = \dots = a_{n-1} = a_n$ ,可以简单地认为  $x$  方向划分成  $m = nm_1$  份。

暂时假设各单元相互独立,各闭管内是匀压场,在单元较小的时候,根据英格斯的理论,可以把管口等效成圆孔,声质量来源于末端修正<sup>[6]</sup>。各单元中心的位置坐标设为  $(x_k, y_k)$ ,其中  $k$  为单元的序号,那么在图 6(b) 所示坐标系下,  $x_k$  与  $y_k$  的计算公式如下:

$$\begin{aligned} x_k &= \text{mod}[(k-1)/m] \cdot \frac{a}{m} + \frac{a}{2m}, \\ y_k &= \text{floor}[(k-1)/m] \cdot \frac{c}{n} + \frac{c}{2n}, \end{aligned} \quad (13)$$

其中  $\text{mod}$  表示求余运算,  $\text{floor}$  表示取整运算,即求

得小于或等于  $(k-1)/m$  的最大整数。知道了各个单元中心的坐标以后,当考虑特定的单元时,可以方便地求得其他单元到这个单元的距离,例如考虑单元 1 时,  $r_{1n}$  的计算公式为

$$r_{1n} = \sqrt{(x_n - x_1)^2 + (y_n - y_1)^2}. \quad (14)$$

对于其他单元可以类推。

对于现在这个模型,对某个共振单元而言,其内声阻抗的计算即为闭管管口声阻抗。还是以单元 1 为例,考虑到辐射抗的存在,等于是加了一段修正的长度,把方形等效为圆形后,末端修正的长度由下式确定:

$$l_{\text{mend}} = \frac{8}{3\pi} \sqrt{\frac{\sigma l^2}{\pi}}. \quad (15)$$

那么闭管的有效总长度  $L_1$  为

$$L_1 = l_1 + l_{\text{mend}}. \quad (16)$$

如果竖管与横管没有截面的差异,如果给定管口的声阻为  $R$ ,那么单元 1 的管口声阻抗计算公式由式(12)得

$$Z_1 = \frac{\rho_0 c_0}{S_1} \cosh\left(\frac{j\omega L_1}{c_0}\right) + R. \quad (17)$$

如果有截面的差异,根据管口输入阻抗公式,单元 1 的管口声阻抗计算公式为<sup>[6]</sup>

$$Z_1 = \frac{\rho_0 c_0}{S_1} \frac{Z_{al_2} + j \frac{\rho_0 c_0}{S_1} \tan[k(b - 0.5b_1 + l_{\text{mend}})]}{\frac{\rho_0 c_0}{S_1} + j Z_{al_2} \tan[k(b - 0.5b_1 + l_{\text{mend}})]}, \quad (18)$$

其中  $Z_{al_2}$  同样由式(12)给出,只是  $l_2$  要取第二段截面的中心线长度,其他单元的计算公式可以类推。

综上,为了求得各单元上的体积振速,作为近似的模型,在法向入射的条件下,待解的方程为

$$\begin{cases} U_1 [Z_1 + \text{Re}(Z_{r1})] = 2p_i + \sum_{n=2}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{1n}} e^{jkr_{1n}} \\ U_2 [Z_2 + \text{Re}(Z_{r2})] = 2p_i + \sum_{n=1}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{2n}} e^{-jkr_{2n}} \quad (n \neq 2) \\ U_3 [Z_3 + \text{Re}(Z_{r3})] = 2p_i + \sum_{n=1}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{3n}} e^{-jkr_{3n}} \quad (n \neq 3) \\ \vdots \\ U_N [Z_N + \text{Re}(Z_{rN})] = 2p_i + \sum_{n=1}^{N-1} j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{Nn}} e^{-jkr_{Nn}}. \end{cases} \quad (19)$$

在平面波斜入射的时候计算要比上式复杂一些,因为涉及到入射角的问题,一个是仰角  $\alpha$ ,一个是方位角  $\theta$ 。作为算例,先考虑如下图7所示的情况,入射方向与  $x, y$  平面成  $\alpha$  角,暂时忽略  $\theta$  的影响,事实上,如果结构是中心轴对称的话,可以忽略  $\theta$  的影响的。

在这种条件下,入射到每个单元上的  $p_i$  相位差是容易确定的,以  $x$  轴为参考轴,这时的  $p_i$  相位为0,那么对于第  $k$  个单元而言,同样的认为辐射场的情况是没有任何变化的,只是入射场及反射场相位有所变化,式(9)可化为

$$U_k [Z_k + \text{Re}(Z_{rk})] = 2p_i \cdot e^{jky_k \cos \alpha} + \sum_{n=1}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{kn}} e^{-jkr_{kn}} \quad (n \neq k). \quad (20)$$

因此待解的方程组变成以下形式:

$$\begin{cases} U_1 [Z_1 + \text{Re}(Z_{r1})] = 2p_i \cdot e^{-jk y_1 \cos \alpha} + \sum_{n=2}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{1n}} e^{-jkr_{1n}} \\ U_2 [Z_2 + \text{Re}(Z_{r2})] = 2p_i \cdot e^{-jk y_2 \cos \alpha} + \sum_{n=1}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{2n}} e^{-jkr_{2n}} \quad (n \neq 2) \\ U_3 [Z_3 + \text{Re}(Z_{r3})] = 2p_i \cdot e^{-jk y_3 \cos \alpha} + \sum_{n=1}^N j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{3n}} e^{-jkr_{3n}} \quad (n \neq 3) \\ \vdots \\ U_N [Z_N + \text{Re}(Z_{rN})] = 2p_i \cdot e^{-jk y_N \cos \alpha} + \sum_{n=1}^{N-1} j \frac{k\rho_0 c_0 U_n}{2\pi r_{Nn}} e^{-jkr_{Nn}}. \end{cases} \quad (21)$$

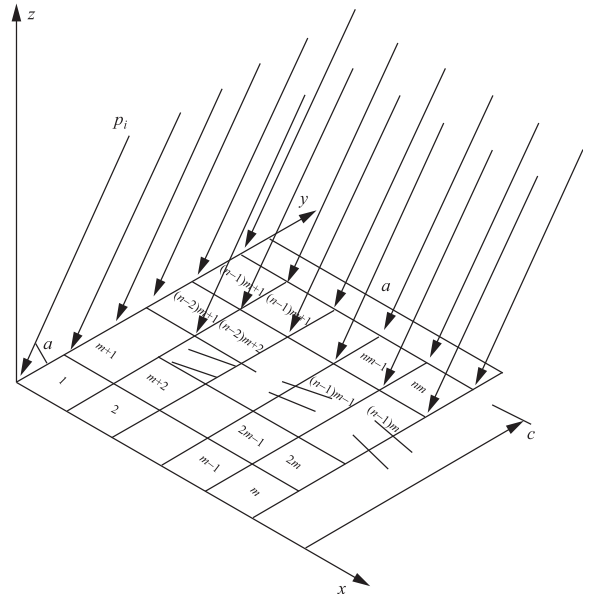


图7 表面共振系统在斜入射时的简化计算模型  
Fig. 7 Simple calculation model of the incident field of the surface resonators

由上面的方程组也可以看出,这个系统的各单元振动体积速度是相互关联的,因为每一个单元的总声压与所有其他单元的体积振速有关。值得指出的是,上述思想与传统的边界元方法是不一样的,因为边界元法要考虑所有的边界,从而计算量非常大,而目前的方法只需要在待解平面上划分网格,大大减轻了计算量,为以后的优化设计打下良好的基础。

由于没有任何吸声材料提供合适的声阻,方程(21)中的内部声阻在没有耦合共振的情况下几乎是可以忽略的,共振器内部主要起声容的作用,但一旦各共振器振动的空气柱在紧密的耦合共振情况下,管口间的相互作用在近场范围内能导致显著的空气流,其质点速度远大于由原声场引起的质点速度。在低频时,因为波长较长,流体振动的周期比较大,所以在小的尺度范围及有限的时间内,流体的运动图形可以认为这是一个绕流的问题,这一点已经在模拟实验中得到证明<sup>[7]</sup>。其表面的阻抗率计算可通过赵松龄等的文献提出的用耦合声阻抗率的模型来处理<sup>[8]</sup>,即除了考虑闭管口处的声阻抗率 $Z_n$ 之外,还需要引入耦合声阻抗率的概念,包括线性与非线性两部分,其线性部分 $Z_{linear}$ 由下式决定

$$Z_{linear} = \varepsilon \frac{\ln 2}{\pi} \left[ \frac{\sqrt{2}}{K} + j \left( 1 - \frac{\sqrt{2}}{K} \right) \right], \quad (22)$$

式中 $\varepsilon = 2\pi H/\lambda$ ,  $K = \sqrt{2}H/\delta$ ,  $H$ 为闭管的宽度,  $\delta$ 为粘滞层的厚度,可由空气粘滞系数求得,因 $\varepsilon$ 非常小,而 $K$ 值很大,所以线性部分的声阻值是很小的。

而非线性的部分由下式决定

$$Z_{non-linear} = MK |U_{n+1} - U_n| (0.06 + j0.024), \quad (23)$$

式中 $M = p_{in}/\rho c^2$ ,  $p_{in}$ 为入射波声压,  $U_n$ 为第 $n$ 根闭管管口处的法向振速。定义相邻两管的耦合声阻抗率为 $Z_c$ ,则有 $Z_c = Z_{linear} + Z_{non-linear}$ 及 $p_n - p_{n+1} = (U_{n+1} - U_n)Z_c$ ,而法向入射时第 $n$ 根闭管管口处的声压 $p_n$ 与法向振速 $U_n$ 之间的关系 $p_n = U_n Z_n$ ,其中 $Z_n = -j\rho c_e \cot(k_e l_n)$ ,由以上关系式可得

$$U_{n+1} - U_n = (p_n - Z_{n+1}U_n)/(Z_{cn} + Z_{n+1}). \quad (24)$$

这是一个递推的超越方程式,可以方便地采用归纳法逐个求解,只要知道入射声压就可以。同时也要注意,耦合声阻率是随着入射声压变化的,所以当认为 $(Z_n + Z_{cn})$ 为闭管的有效声阻抗率时,其值不是常数。从式(23)可以看到,非线性声阻来源于相邻管口的质点速度差,  $MK$ 的乘积并不小,所以非线性声阻有可能会取得较大的值,可以认为此时即耦合共振的情况。对于共振频率都相同的共振器组合,  $(U_{n+1} - U_n)$ 的值为0,所以不存在非线性声阻。

## 4 设计实例与实验研究

### 4.1 设计实例

作为共振型扩散吸声体理论分析的具体应用,我们设计了由四个形如图8(a)(b)所示的基本结构单元按一定的顺序排列而成的扩散吸声体,如图9所示。每个基本结构单元由7个宽度一致的闭管组成,图8(b)所示闭管的竖向部分宽度序号为 $a_n$  ( $n=1, 2, \dots, 7$ ),横向部分相应为 $b_n$  ( $n=1, 2, \dots, 7$ ),本实例中各个闭管的截面无变化,即 $a_n = b_n$  ( $n=1, 2, \dots, 7$ )。扩散吸声体的总的长宽高分别为600 mm × 600 mm × 300 mm,整个结构接近中心对称的,这样做的好处是可以粗略地认为入射平面角 $\theta$ 的影响不计,计算的时候比较方便,而且便于与混响室测量的结果作对比。同时我们也制作了尺寸与此扩散吸声体一致,但是内部深度没有变化的参照物,如图8(c)所示,四个单元的排列都与图9所示一致,同时进行吸声系数的测量,以此验证耦合声阻抗在扩散吸声体设计中起到的关键作用。

### 4.2 数值分析及实验验证

用耦合声阻抗的模型分析如图9所示的扩散吸声体,表面积大约是0.3 m<sup>2</sup>。作为例子,我们计算了在法向入射的条件下,不同计算频率时,各单元振动的体积速度有效值。计算时假设入射声压为1 Pa,以图8(b)中一样划分好单元,再以每一行为基础计算各闭管管口的声压与振速,并考虑到相互闭管间的耦合影响。作为代表,选取某些共振频率时,各单元体积速度的有效值如图10~12所示。

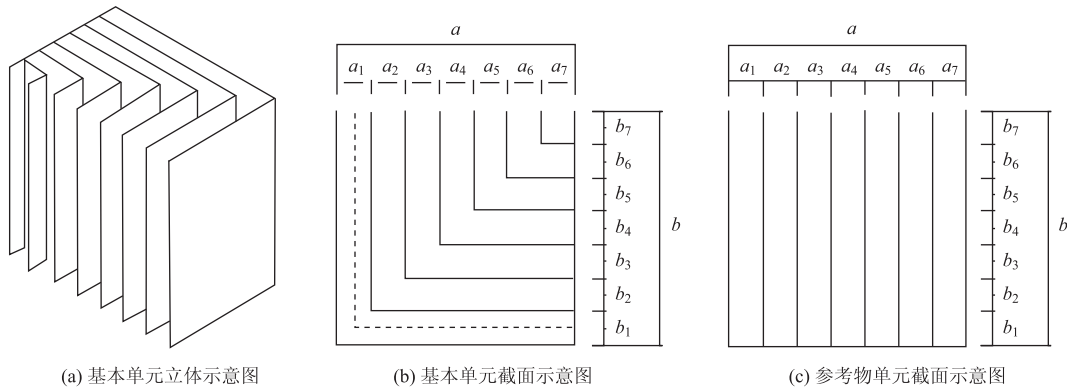


图8 扩散吸声体及参考物的基本单元示意图

Fig. 8 Basic unit of diffuser and reference structure

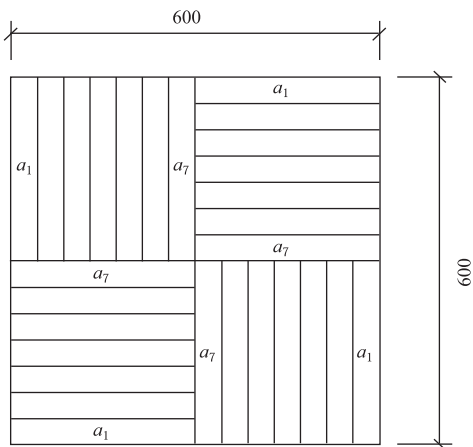


图9 实例扩散吸声体及参考物的平面布置示意图

Fig. 9 Layout of example diffuser and reference structure

图10的计算频率对应图9中标号为 $a_1$ 闭管的第一个共振频率(107 Hz)。可以看到在 $a_1$ 闭管共振时,仅有28个单元的体积振速显得“特别大”,而其他单元的振动速度是非常小的,接近于0。出现共振的单元编号与划分单元时对应的 $a_1$ 闭管的编号一致,说明计算没有问题。图11对应计算的是标号为 $a_2$ 闭管的第一个共振频率(153 Hz),同样可以看到也是仅有28个单元发生共振,但现在是从第8个单元开始,与划分单元时对应 $a_2$ 的闭管编号一致。而计算频率为535 Hz时,我们从图12看到,出现共振的单元远不止28个,这是因为其他单元的高次共振模式也落在这个频率附近,所以这时候的吸声量应会出现一个较高的值。

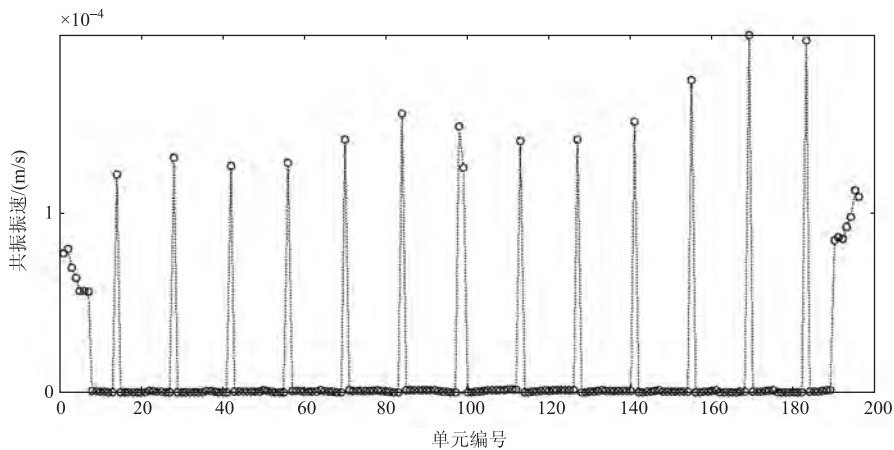


图10 计算频率为107 Hz时各单元的有效体积振速

Fig. 10 Effective volume velocity of each element at 107 Hz



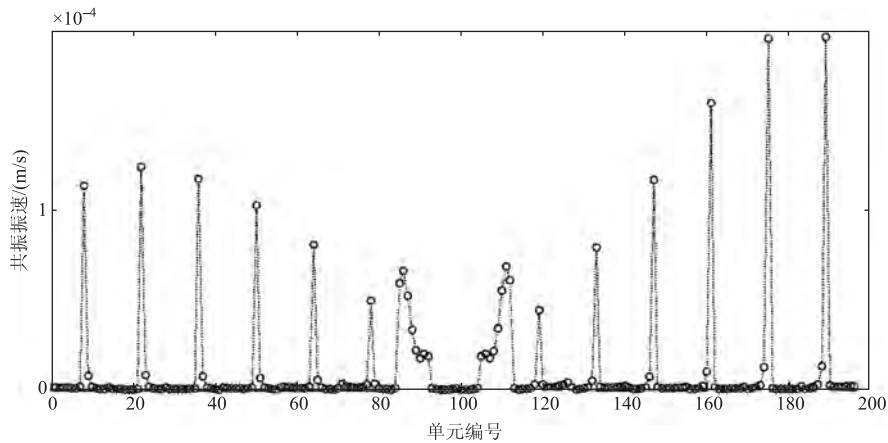


图 11 计算频率为 153 Hz 时各单元的有效体积振速

Fig. 11 Effective volume velocity of each element at 153 Hz

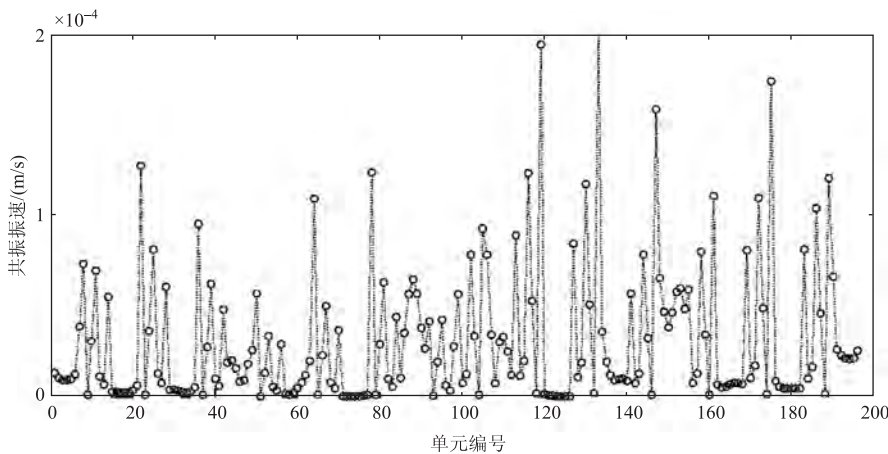


图 12 计算频率为 535 Hz 时各单元的有效体积振速

Fig. 12 Effective volume velocity of each element at 535 Hz

数值分析是指法向入射的情况下进行的,但由于缺乏大型驻波管,暂时无法测量本例扩散吸声体的法向入射吸声系数,我们仅以混响室测量数据做一定性说明,测量结果如下图 13 所示。从中可以看到,尽管这个声学结构没有任何传统的吸声材料,但由于非线性耦合声阻的存在,对于表面积在  $0.3 \text{ m}^2$  的扩散吸声体,其吸声量在中低频的时候吸声量达到了  $0.4 \text{ m}^2$ ,整个结构具有良好的吸声性能,如果这算成吸声系数可达 1.3 以上。同时也看到,仅仅靠非线性耦合声阻不能在高频的时候与辐射声阻匹配,从  $1000 \text{ Hz}$  开始吸声效果开始下降,但折算到传统的吸声系数仍然在 0.7 以上。

从图 13 可以看到,对于本示例扩散吸声体而言,尽管没有应用任何传统的吸声材料,但由于非

线性耦合声阻的存在,对于表面积在  $0.3 \text{ m}^2$  的扩散吸声体,其吸声量在中低频的时候吸声量达到了  $0.4 \text{ m}^2$ ,整个结构具有良好的吸声性能,如果这算成吸声系数可达 1.3 以上。而对照的参考结构的吸声量由于各单元的共振频率一致,没有耦合的情况,所以吸声量很低,仅为  $0.15 \text{ m}^2$  左右,主要吸声是靠薄板共振和附面层的粘滞效应产生的,所以在本例中可以看到耦合声阻抗是非常重要的。同时也注意到,因共振器的辐射阻随频率的增加增大很快,仅仅靠非线性耦合声阻不能在高频的时候与辐射声阻匹配,从  $1000 \text{ Hz}$  开始吸声效果变得不那么理想,但折算到传统的吸声系数仍然在 0.7 以上。关于耦合声阻抗与辐射阻抗的匹配问题已经完全超出了本文的讨论范围,将另文再述。

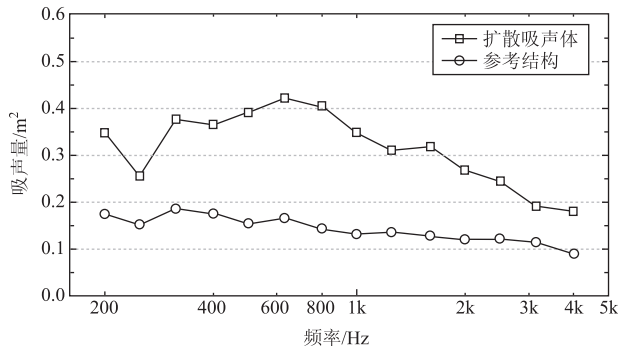


图 13 实例扩散吸声体吸声量与参考结构对比  
(混响室测量数据)

Fig. 13 Comparison of absorbing area between diffuser and reference structure

## 5 结论

从平面上有限个共振系统耦合共振时的边缘效应出发,探讨了一种新型的声学结构,这种结构有两个突出的特点,第一是与传统的穿孔板共振吸声结构相比较,新的扩散吸声体没有用到任何常见的吸声材料提供声阻,而且吸声的效率高,频带宽。第二是这种结构不是把入射在其表面上的声能量尽可能吸收,而是通过共振的时候把共振系统附近的声能量吸收而导致有效吸声面积被有效放大,这与常见的吸声结构的吸声机理是不一样的。这种没有传统吸声材料的声学结构既能吸声又能有效扩散声音,在小房间的声学应用中具有突出的优势。

## 参 考 文 献

- [1] COX T J, D'ANTONIO P. Acoustic Absorbers and Diffusers: Theory, design and application [M]. London and New York: Spon Press, 2004.
- [2] COX T J, ANGUS J A, D'ANTONIO P. Ternary and quadriphase sequence diffusers [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2006, 119(1):310-319.
- [3] 赵松龄,盛胜我. 赝随机扩散体吸声性能数值分析与实验研究[J]. 声学学报,1996,21(4)增刊:620-624.  
ZHAO Songlin, SHENG Shengwo. Calculation and experiment of sound absorption by pseudostochastic diffusers. [J]. Acta Acustica, 1996, 21(4) supplement: 620-624
- [4] LANOYE R and VERMEIR G. Prediction of the sound field above a patchwork of absorbing materials [J]. Acoustical Society of America, 2008, 123(2):793-802.
- [5] ANGUS J A. Sound diffusers using reactive absorption gratings. Journal of Audio Engineering Society, 1995, 43: 390-395.
- [6] 杜功焕,朱哲民,龚秀芬. 声学基础[M]. 南京:南京大学出版社,2001:403-409.
- [7] TAKAHASHI D, TAKAHASHI R. Sound fields and subjective effects of scattering by periodic-type diffusers [J]. Journal of Sound and Vibration. 2002, 258(3): 487-497.
- [8] 赵松龄,盛胜我. 赝随机扩散体吸声性能的理论分析[J]. 声学学报,1996,21(4):555-564.  
ZHAO Songlin, SHENG Shengwo. Theoretical analysis about sound absorption produced by pseudostochastic diffusers. Acta Acustica, 1996, 21(4) supplement: 555-564.