

◇ 研究报告 ◇

# 分数低阶协方差谱用于改进的时延估计方法

黄 健<sup>†</sup> 严胜刚

(西北工业大学航海学院 西安 710072)

**摘要** 时延估计技术是一项活跃的研究课题。近年来,满足稳定分布的脉冲噪声模型得到了广泛的研究,并在时延估计技术中得到了应用。为提高时延估计方法在脉冲噪声环境下的估计精度和稳定性,本文提出了一种改进的基于分数低阶协方差谱的广义互相关时延估计方法,并进一步引入经验参数对所提出方法的性能进行调整。仿真分析表明,新方法在高斯和脉冲噪声环境条件下都具有良好的顽健性。

**关键词** 时延估计,脉冲噪声,分数低阶协方差谱

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2017)05-0424-05

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2017.05.008

## An improved time delay estimation algorithm based on fractional lower order covariance spectrum

HUANG Jian YAN Shenggang

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract** Time delay estimation technique is an active research topic. In recent years, the impulse noise model satisfying the  $\alpha$ -stable distribution has been studied extensively, and it has been applied in time delay estimation. In order to improve the accuracy and stability of the time delay estimation method under impulsive noise, an improved generalized cross-correlation time delay estimation method based on fractional lower order covariance spectrum is proposed, and an empirical parameter is introduced to the proposed method. Presented simulations indicate that the proposed method performs robustly under both Gaussian and impulse noise conditions.

**Key words** Time delay estimation, Impulsive noise, Fractional lower order covariance spectrum

2017-01-20 收稿; 2017-06-01 定稿

作者简介: 黄健 (1986-), 男, 四川江油人, 博士研究生, 研究方向: 信号与信息处理技术。

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: hj.steven@163.com

## 1 引言

时延估计技术是数字信号处理领域的一项非常活跃的研究课题,并在雷达、声纳、生物医学工程和地球物理等领域取得了广泛的应用。由于接收信号往往都淹没在噪声和干扰中,因此提高对带噪信号进行时延估计的准确度首先要考虑如何降低噪声和干扰的影响。传统的时延估计模型通常假定噪声满足高斯分布,并在此基础上发展了许多基于二阶统计量的时延估计方法。

在诸如大气噪声以及声纳和潜水艇通信中的噪声等许多应用场合中经常能够观察到脉冲噪声<sup>[1-3]</sup>。在这种情况下,使用 $\alpha$ 稳定分布能够更好地描述脉冲噪声的分布特性。 $\alpha$ 稳定分布的分布特性通常由其特征函数来描述<sup>[4]</sup>:

$$\phi(t) = \exp \{j\alpha t - \gamma |t|^\alpha [1 + j\beta \text{sign}(t) \omega(t, \alpha)]\}, \quad (1)$$

式(1)中,

$$\omega(t, \alpha) = \begin{cases} \tan(\alpha\pi/2), & \alpha \neq 1 \\ (2/\pi) \lg|t|, & \alpha = 1 \end{cases}, \quad (2)$$

$$\text{sign}(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t = 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases}, \quad (3)$$

式(2)中,参数 $\alpha \in (0, 2]$ 为特征指数,决定了该分布的拖尾厚度, $\alpha$ 的值越小,拖尾厚度越厚,噪声的脉冲特性越显著; $\alpha$ 的值越大,拖尾厚度越薄,噪声越接近于高斯分布。当 $\alpha = 2$ 时, $\alpha$ 稳定分布即退化为高斯分布。参数 $\beta \in (-1, 1)$ 称为对称参数,用于确定分布函数的斜度。参数 $\gamma > 0$ 称为分散系数,表示 $\alpha$ 稳定分布过程的分散程度,其作用类似于高斯分布中的方差。参数 $a$ 称为位置参数。

满足 $\alpha$ 稳定分布的噪声不像高斯噪声那样具有有限的二阶及高阶统计量,而仅存在分数低阶统计量,造成传统的基于二阶统计量的时延估计技术应用于满足 $\alpha$ 稳定分布的噪声环境中会导致性能下降,甚至有可能得到错误的结果。为此,本文在常用的PHAT (Phase transform) 广义互相关时延估计算法的基础上,结合分数低阶协方差谱,给出了一种稳健的时延估计算法,同时,算法还引入经验值常数来调整分数低阶协方差谱中的幅值信息。仿真实验

及水池实验证明该算法在环境噪声满足 $\alpha$ 稳定分布或高斯分布的条件下都表现出较好的性能。

## 2 传统的时延估计方法

假设两个水听器的接收信号分别表示为 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ (离散时间系统情况下),则时延估计问题的基本信号模型为

$$x_1(n) = A_1 s(n) + v_1(n), \quad (4)$$

$$x_2(n) = A_2 s(n - D) + v_2(n), \quad (5)$$

其中, $s(n)$ 为目标信号, $D$ 为时延真值, $A$ 为衰减因子, $v_1(n)$ 和 $v_2(n)$ 分别为两个接收器上的加性噪声。为了分析方便,通常假定 $s(n)$ , $v_1(n)$ 和 $v_2(n)$ 为实平稳随机过程,且三者互不相关。另外,衰减因子通常也并不影响时延估计的结果,因此本文中我们假设 $A_1 = A_2 = 1$ 。

在均匀各向同性的平稳带限白噪声背景下检测单途无畸变的稳定信道中的点目标,匹配滤波器及其等价的相关器是最大似然比准则下和最大输出信噪比准则下的最佳接收机<sup>[5-6]</sup>。互相关时延估计方法如式(6)所示:

$$\hat{D} = \arg \left\{ \max_k [R_{x_1 x_2}(k)] \right\}, \quad (6)$$

式(6)中, $R_{x_1 x_2}(k) = E[x_1(n)x_2(n+k)]$ 。

基本互相关法计算简单,但容易受到噪声的影响。为此,文献[7]给出了若干种对接收信号的互功率谱密度函数进行加权预滤波的方法,统称为广义互相关方法(Generalized cross correlation, GCC)。GCC方法中,预滤波器的作用是突出互功率谱中信号比较高的部分,同时抑制噪声的功率,从而提高时延估计的精度。广义互相关函数定义为广义互功率谱密度的Fourier逆变换。如式(7)所示:

$$\begin{aligned} R_{y_1 y_2}^{(G)}(k) &= F^{-1} [G_{y_1 y_2}(w)] \\ &= F^{-1} [H(w)G_{x_1 x_2}(w)], \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)中, $H(w)$ 为广义互相关加权函数, $G_{x_1 x_2}(w)$ 为原始接收信号的互功率谱密度,常用的广义互相关加权函数可参考文献[7]。此时的时延估计值由式(8)给出:

$$\hat{D} = \arg \left\{ \max_k [R_{y_1 y_2}^{(G)}(k)] \right\}. \quad (8)$$

根据多项研究可以发现<sup>[8]</sup>,PHAT方法对混响具有鲁棒性,因此得到了广泛的应用和研究。PHAT

广义互相关加权函数可以表示为

$$H(w) = \frac{1}{|G_{x_1x_2}(w)|}, \quad (9)$$

式(9)中,  $G_{x_1x_2}(w)$ 为两路接收信号的互功率谱密度。

### 3 改进的方法

由于GCC方法在噪声满足 $\alpha$ 平稳分布的情况下性能下降,因此,我们在分数低阶统计量的基础上开发适用于脉冲噪声的广义互相关时延估计方法。

$\alpha$ 平稳分布随机过程的分数低阶协方差定义为<sup>[9]</sup>

$$R_{xx}^{(d)}(k) = E\left[(x(n))^{(A)}(x(n-k))^{(B)}\right], \\ 0 \leq A < \frac{\alpha}{2}, \quad 0 \leq B < \frac{\alpha}{2}. \quad (10)$$

当 $0 \leq A < \alpha/2$ 且 $0 \leq B < \alpha/2$ 时,  $R_{xx}^{(d)}(k)$ 的Fourier变换存在。对分数低阶协方差进行Fourier变换,可以得到一种新的分数阶谱,我们称之为分数低阶协方差谱<sup>[10]</sup>:

$$\phi_{xx}^d(w) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} R_{xx}^{(d)}(k) e^{-jk\omega}. \quad (11)$$

用分数低阶协方差谱来替代广义互相关方法中的互功率谱,得到基于分数低阶协方差谱的广义互相关时延估计方法,以PHAT方法为例,其广义互相关函数由式(12)得到<sup>[10]</sup>,

$$R_{y_1y_2}^{(d)}(k) = F^{-1} \left[ H(w) \phi_{x_1x_2}^d(w) \right] \\ = F^{-1} \left[ \frac{\phi_{x_1x_2}^d(w)}{|\phi_{x_1x_2}^d(w)|} \right]. \quad (12)$$

由式(12)可以看出,PHAT方法仅利用了互功率谱函数的相位特性。实验中发现,PHAT方法在低信噪比的情况下性能严重下降,这是由于PHAT方法完全不考虑互功率谱函数的幅值信息,以至于在得到广义互相关函数的过程中丢失了过多的信息。因此,本文结合文献[11]中所提到的方法,在公式(12)的基础上加入一个经验值常数来调整分数低阶协方差谱中的幅值信息,提高其时延估计的精度。如此,式(12)变为如下形式:

$$R_{y_1y_2}^{(d)}(k) = F^{-1} \left[ \frac{\phi_{x_1x_2}^d(k)}{|\phi_{x_1x_2}^d(k)|^\lambda} \right], \quad (13)$$

式(13)中的 $\lambda(0 \leq \lambda \leq 1)$ 是一个根据经验确定的常数,其作用是控制PHAT方法保留分数低阶协方

差谱幅值信息的多少。在实际使用时, $\lambda$ 的值可以根据预估的信噪比来设定:当信噪比较低的时候, $\lambda$ 的值也应设置得较小。此时,时延估计的结果由式(14)得到,

$$\hat{D} = \arg \left\{ \max_k \left[ R_{y_1y_2}^{(d)}(k) \right] \right\}. \quad (14)$$

### 4 实验验证

为了验证新算法在高斯噪声和平稳分布噪声环境下的鲁棒性,对算法进行了仿真实验,实验中所使用的信号为线性调频信号,实验中产生离散线性调频信号的公式为

$$s(n) = \sin \left\{ 2\pi \left[ f_c \cdot \frac{n}{f_s} + \frac{1}{2} k \left( \frac{n}{f_s} \right)^2 \right] \right\}, \\ n = 1, 2, \dots, N, \quad (15)$$

式(15)中 $f_c = 45$  kHz,  $f_s = 200$  kHz,  $N = 1024$ 。

加性噪声满足 $\alpha$ 稳定分布, $\alpha$ 稳定分布随机变量的产生可以参考文献[12-13]。由于传统的信噪比定义方法在 $\alpha$ 稳定分布噪声环境中不再适用,本文采用广义信噪比(Generalized signal-to-noise ratio, GSNR)来描述噪声的大小,GSNR由公式(16)给出<sup>[9]</sup>:

$$\text{GSNR} = 10 \lg \left( \frac{\sigma_s^2}{\gamma_v} \right), \quad (16)$$

式(16)中, $\sigma_s^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |s(n)|^2$ 为信号的功率, $\gamma_v$ 为 $\alpha$ 稳定分布噪声的分散系数。

仿真实验中,我们设置时延真值 $D = 67$ 。选择互相关方法(Cross correlation, CC),PHAT广义互相关方法,文献[11]中提到的PHAT- $\beta$ 方法以及本文所提出的方法(NEW-PHAT)进行对比实验。实验中分别加入高斯噪声和参数为 $\alpha = 1.8, a = 0$ 的脉冲噪声。PHAT- $\beta$ 方法中,设定 $\lambda = 0.1$ ;NEW-PHAT方法中,设定 $A = B = 0.7, \lambda = 0.1$ 。对于每一种方法在不同信噪比条件下都进行了10000次的独立测试。为了评价时延估计方法的性能,通过式(17)计算时延估计正确的概率:

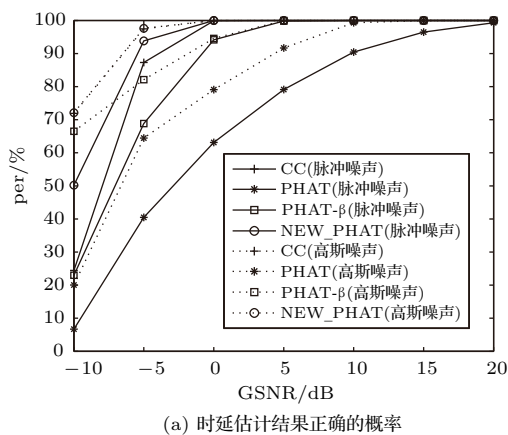
$$\text{per} = \frac{\text{准确估计的次数}}{\text{总的仿真次数}} \times 100\%. \quad (17)$$

同时还由式(18)计算了时延估计结果的均方根误差(Root mean square error, RMSE),

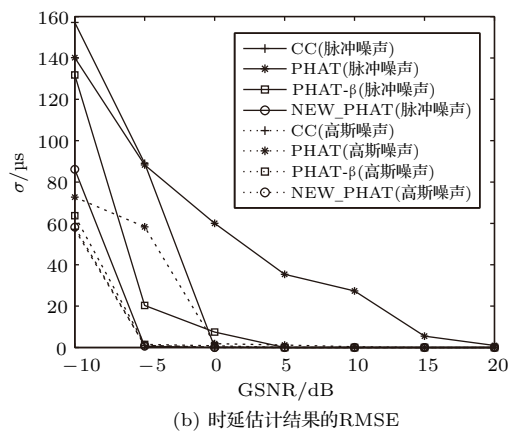
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\hat{D}_n - D)^2}, \quad (18)$$

式(18)中,  $N = 10000$ 。测试结果如图1所示。

图1(a)给出了时延估计正确的概率,其中实线为噪声满足  $\alpha = 1.8$  的脉冲噪声的情况,虚线是噪声满足高斯分布的情况。图1(b)给出了时延估计结果的标准差,同样由实线表示脉冲噪声的情况而虚线表示高斯噪声的情况。由仿真结果可以看出,传统的互相关方法和PHAT- $\beta$ 方法均比PHAT方法性能更好,但是在脉冲噪声的环境中,由于噪声不满足高斯分布特性,不存在有限的二阶统计量,因而基于传统的二阶统计量基础上的这三种方法都无法有效地对时延进行估计。而本文的方法不仅保证了低信噪比条件下时延估计结果的稳定性,还很好地提升了脉冲噪声下的时延估计效果。并且在高斯噪声的情况下,本方法依然可以保持良好的时延估计性能。



(a) 时延估计结果正确的概率



(b) 时延估计结果的RMSE

图1 测试结果

Fig. 1 Simulation results of time delay estimation

为了验证本文方法在水声环境下的实际效果,我们进行了消声水池实验。实验中所用信号为频率为45 kHz的CW信号,采样频率为200 kHz,发送信号时长设置为5 ms左右。为了获得不同的信噪比,一共设置了5组信号,通过调节信号的幅度来得到每组信号不同的信噪比,最终的信噪比由接收信号估计得到。我们设置不同的 $\lambda$ 的值,并通过公式(18)计算时延估计结果的均方根误差来测试 $\lambda$ 的值对时延估计的影响。实验结果如图2所示。

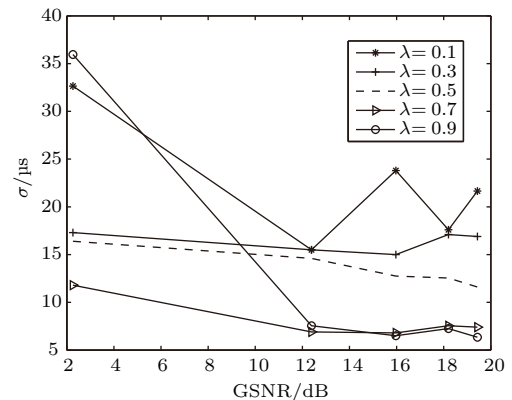


图2 水池实验中 $\lambda$ 值对本文方法的影响

Fig. 2 The influence of  $\lambda$  on the method in pool experiment

从图2中可以看出,选择 $\lambda = 0.7$ 可以使本文方法在不同的信噪比条件下均能获得稳定的效果。同时,在信噪比较小的情况下,选择 $\lambda = 0.7$ 可以得到较好的结果,而当信噪比升高时( $\text{GSNR} > 10 \text{ dB}$ ),更大的 $\lambda$ 的值可以得到更好的效果( $\lambda = 0.9$ )。

设置  $A = B = 0.7, \lambda = 0.7$ , 选择互相关方法, PHAT方法, 文献[11]中提到的PHAT- $\beta$ 方法以及本文所提出的方法分别对水池实验中的接收信号进行时延估计。其实验结果如图3所示。

图3(a)和图3(b)分别给出了4种时延估计方法在不同信噪比下时延估计结果的均值和标准差,可以看出本文给出的方法在不同信噪比下计算得到的时延估计结果与CC方法,原始PHAT方法以及PHAT- $\beta$ 方法相比,其均值的变化范围较小,标准差也较小。尤其是在低信噪比情况下,本文所提出方法的时延估计性能有明显的提升,说明本文给出的方法在实际环境下同样具备良好的性能。

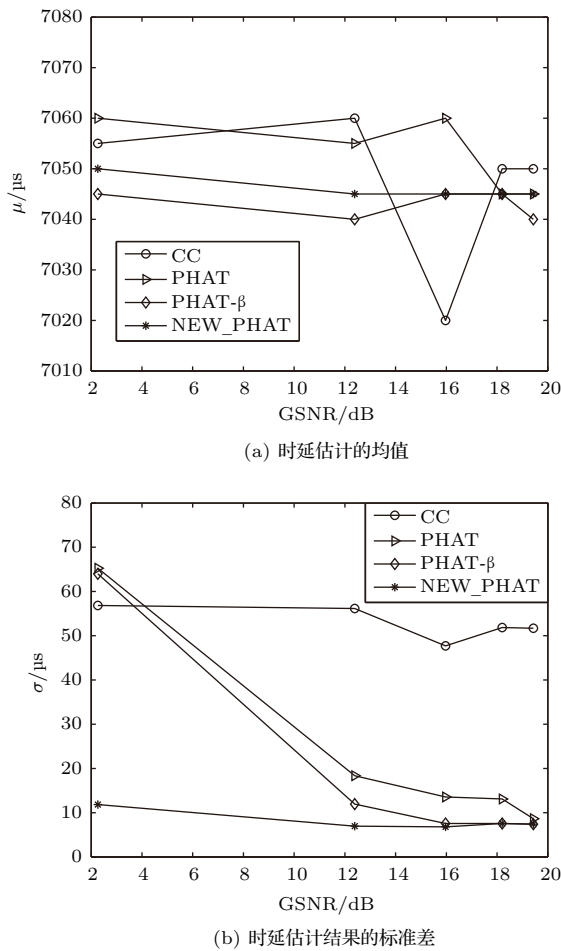


图3 4种方法在水池实验中的时延估计结果

Fig. 3 Time delay estimation results of four methods in pool experiment

## 5 结论

本文在PHAT广义互相关时延估计算法的基础上,提出了一种改进的基于分数低阶协方差谱的时延估计算法。算法使用分数低阶协方差谱来取代传统广义互相关时延估计算法中的互功率谱,以此来达到抑制脉冲噪声的目的。同时,算法还引入一个经验参数,用来控制分数低阶协方差谱中保留幅值信息的多少。经过仿真实验和水池实验的验证,本文所提出的方法能够有效提高时延估计的精度和顽健性。

## 参考文献

- [1] NIKIAS C L, SHAO M. Signal processing with Alpha-stable distribution and application[M]. New York: Wiley, 1995
- [2] MACHELL F W, PENROD C S, ELLIS G E. Statistical characteristics of ocean acoustic noise processes[M]// Topics in Non-Gaussian Signal Processing. Berlin: Springer-Verlag 1989: 29-57.
- [3] SWAMI A, SADLER B. TDE, DOA and related parameter estimation problems in impulsive noise[C]// IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics. IEEE Computer Society, 1997: 273.
- [4] SHAO M, NIKIAS C L. Signal processing with fractional lower order moments: Stable processes and their applications[J]. Proceedings of the IEEE, 1993, 81(7): 986-1010.
- [5] STEWART J L, WESTERFIELD E. A theory of active sonar detection[J]. Proceedings of the Ire, 1959, 47(5): 872-881.
- [6] WESTERFIELD E, PRAGER R H, STEWART J L. Processing gains against reverberation (clutter) using matched filters[J]. Information Theory Ire Transactions on, 1960, 6(3): 342-348.
- [7] KNAPP C, CARTER G. The generalized correlation method for estimation of time delay[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech & Signal Processing, 1976, 24(4): 320-327.
- [8] ZHANG C, FLORENCIO D, ZHANG Z. Why does PHAT work well in low noise, reverberative environments?[C]. IEEE International Conference on Acoustics 2008: 2565-2568.
- [9] MA X, NIKIAS C L. Joint estimation of time delay and frequency delay in impulsive noise using fractional lower order statistics[J]. Signal Processing IEEE Transactions on, 1996, 44(11): 2669-2687.
- [10] 孙永梅.  $\alpha$  稳定分布参数估计与谱分析理论及应用研究 [D]. 大连: 大连理工大学, 2006.
- [11] DONOHUE K D, HANNEMANN J, DIETZ H G. Performance of phase transform for detecting sound sources with microphone arrays in reverberant and noisy environments[J]. Signal Processing, 2007, 87(7): 1677-1691.
- [12] CHAMBERS J M, MALLOWS C L, STUCK B W. A method for simulating stable random variables[J]. Journal of the American Statistical Association, 1976, 71(354): 340-344.
- [13] WERON A, WERON R. Computer simulation of Lévy  $\alpha$ -stable variables and processes[J]. Berlin: Springer-Verlag, 1995, 457: 379-392.