

◇ 研究报告 ◇

小波时-频变换的高强钢丝弹性波传播模态分析*

钱骥^{1,2†} 陈鑫¹ 杨金川¹

(1 重庆交通大学土木工程学院 重庆 400074)

(2 重庆交通大学山区桥梁与隧道工程国家重点实验室培育基地 重庆 400074)

摘要 超声导波是近年来桥梁拉索无损检测研究的重要方法之一。针对弹性波在高强钢丝介质中传播的多模态频散问题,采用单点时域波形的小波时频变换进行混叠信号的模态识别分离。通过数值求解 Pochhammer 频率超越方程,计算得到 0~1.5 MHz 范围内纵向导波模态理论频散曲线;采用有限元模拟半波正弦脉冲激励导波在钢丝中传播过程,由小波时-频变换得到导波模态分布,并进行了不同腐蚀程度钢丝实验对比分析。结果表明,经小波时-频变换得到的第 1、2、3 阶纵向导波模态与理论值对应吻合,单点时域波形的小波时-频变换结果能够有效识别高强钢丝中的导波模态;钢丝在无腐蚀状态下,一阶纵向导波模态能量占比达 57.74%,随腐蚀程度增加,能量更为集中到一阶纵波模态,二阶模态能量逐渐减小。

关键词 高强钢丝,弹性波,纵向导波模态,小波时-频变换

中图分类号: U446

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2017)06-0548-07

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2017.06.011

Modal analysis of elastic wave propagating in highstrength steel wires based on wavelet time-frequency analysis

QIAN Ji^{1,2} CHEN Xin¹ YANG Jinchuan¹

(1 College of Civil Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

(2 State Key Laboratory Breeding Base of Mountain Bridge and Tunnel Engineering, Chongqing 400074, China)

Abstract Ultrasonic guide wave is one of effective methods in studying nondestructive testing in bridge cables. In view of the multi-modal dispersion characteristics of elastic wave in high strength steel wires, this paper adopts the wavelet time-frequency transform method to identify and separate multi-modal signals which are from one point vibration. Frequency dispersion curves of longitudinal modes in the range of 0~1.5 MHz are obtained by solving Pochhammer frequency equation with numerical method. Then, finite element method is used to simulate the guide wave propagating in steel wire which is excited by a half sine pulse, and the guide wave modal is acquired by wavelet time-frequency analysis, and the experiment comparison analysis is carried out with different corrosion level wires finally. The results show that wavelet time-frequency transform method can accurately recognize the first, second and third order longitudinal mode, which illustrates that the wavelet time-frequency can recognize the guide wave mode effectively. The first order mode energy reaches to 57.74% when the wire is not corroded, and it can be more concentrated with the increasing of corrosion, meanwhile the second order mode energy degrades gradually.

Key words High strength steel wire, Elastic wave, Longitudinal guide wave mode, Wavelet time-frequency analysis

2017-05-19 收稿; 2017-07-21 定稿

*国家自然科学基金项目(51408090, 51478347), 重庆市基础与前沿研究计划项目(cstc2014jcyjA0947, cstc2015jcyjB0014), 重庆交通大学研究生教育创新基金(20160106)

作者简介: 钱骥(1983-), 男, 湖北黄冈人, 博士, 副教授, 研究方向: 结构健康监测与振动控制。

†通讯作者 E-mail: jiqian228@126.com

1 引言

超声导波是一种新型的无损检测手段,具有远距离、高效率、受环境干扰小等优点,被广泛应用于管道、板材及复合材料的无损检测^[1-3]。相较于传统超声检测使用的体波,导波是由界面间多次反射的纵、横波满足某种边界条件而形成。导波的传播特性往往与传播介质的结构形式、缺陷类型及力学性能密切相关,从而携带有能够表征结构缺陷信息的有用信息。模态作为导波传播的基本特征,其模态变化能够直接反映结构的损伤状态,通过开展有效的模态识别和分离方法研究,可以实现结构缺陷损伤检测。

导波理论求解边界条件非常复杂,目前仅能针对规则结构获得解析解。采用有限元模拟和实验方法进行导波模式识别及分离方法研究,主要是基于二维傅里叶变换。刘镇清等^[4]通过单层铝板的超声实验,验证了二维傅里叶变换在Lamb波模式识别中的有效性。张海燕等^[5]将二维傅里叶变换应用于多层铝板及石墨/环氧树脂单向纤维增强复合材料单层板中导波的模式识别,发现二维傅里叶变换对各向异性板材中同样适用。卢超等^[6]将快速傅里叶变换和自回归参数估计相结合,采用混合谱二维傅里叶变换方法,对铝板中的Lamb波模式进行识别,进一步提高了二维傅里叶变换法的分辨率和模式识别精度。李春雷等^[7]通过坐标转换,对螺旋曲杆中导波信号进行二维快速傅里叶变换,分析了螺旋曲杆直径、螺旋角变化对其传播特性的影响。Ivan Bartoli等^[8]将二维傅里叶变换推广至钢绞线中导波的模式识别,发现拉力作用下一阶纵向导波存在模态分离现象。众多研究成果表明,二维傅里叶变换可以对多模态导波有效进行模态识别。然而,二维傅里叶变换的基本原理是通过提取波传播路径上一系列不同位置节点的时域波形组成空间矩阵,这就要求同时进行多节点数据采集,从而使得该方法在应用于工程实践时存在困难。采用单节点振动时域波形进行模态识别是近年来开展的另一种模态识别方法, Marc^[9]、孙雅欣^[10]、刘增华^[11]等采用短时傅里叶变换分别对板、杆及充水管道中导波信号进行时频分析,验证了时频分析在导波模式识别中的有效性,但研究成果均采用单一频率信号作为激励源,所激发出的导波频带较窄,对于宽频多模态

导波而言,单点时域波形的时-频分布是否仍能反映导波的模态分布缺乏研究。

本文以桥梁拉索高强钢丝为研究对象,采用单一节点振动的小波时-频变换结果进行宽频多模态导波识别与分离。数值求解了高强钢丝纵向导波模态在0~1.5 MHz频率范围内的分布;采用有限元模拟导波在钢丝中的传播过程,通过提取单一节点的加速度时域波形进行小波时-频变换,获得纵向导波的宽频多模态分布;由逆压电方式在钢丝端截面激发宽频声源,并对另一端截面实测时域波形进行小波时-频变换,将有限元及实验结果分别与理论曲线进行对比分析。

2 柱波导纵向模态的数值求解

无限长固体钢丝在自由边界时,纵向导波的Pochhammer频散方程为^[12]

$$\begin{aligned} & \frac{2\alpha}{a}(\beta^2 + k^2)J_1(\alpha a)J_1(\beta a) \\ & - (\beta^2 - k^2)J_0(\alpha a)J_1(\beta a) \\ & - 4k^2\alpha\beta J_1(\alpha a)J_0(\beta a) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, a 为钢丝直径, $\alpha^2 = \omega^2/c_L^2 - k^2$, $\beta^2 = \omega^2/c_T^2 - k^2$, c_L 和 c_T 为无限体纵、横波波速, ω 为角频率, k 为波数, J_n 为 n 阶贝塞尔函数。

式(1)为超越方程,由MATLAB数值求解可得纵向导波的 $f-k$ 曲线。高强钢丝材料参数如表1所示,求解得到前三阶纵向导波理论频率波数曲线如图1所示。

表1 高强钢丝材料参数

Table 1 Parameters of high strength steel wire

弹性模量 (Ga)	密度 (kg/m ³)	泊松比	纵向导波波速 (m/s)	横波波速 (m/s)
200	7850	0.3	5850	3130

图1为理论求解的 $f-k$ 曲线,通过该频散曲线求解群速度 C_g 如式(2)所示:

$$C_g = \frac{d\omega}{dk}. \quad (2)$$

在求得群速度频散曲线 $f-C_g$ 基础上,假设弹性波传播距离为 d ,由 $t = d/C_g(f)$ 可求得理论时-频曲线 $f-t$ 。图2为 $d = 1$ m处,高强钢丝中前三阶纵向导波的理论时-频曲线。

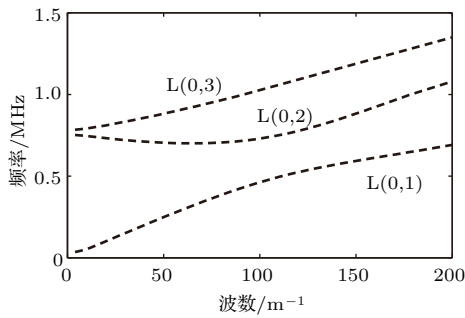


图1 高强钢丝纵向导波理论频率-波数曲线

Fig. 1 High strength steel wire theoretical frequency-wave number curve of longitudinal wave

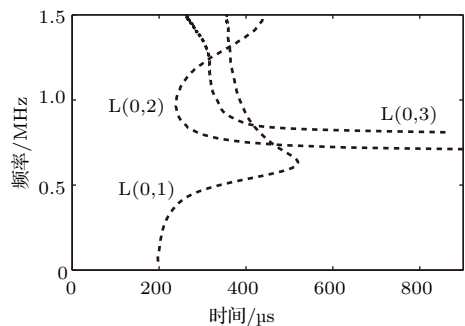


图2 高强钢丝纵向导波理论时-频曲线

Fig. 2 High strength steel wire theoretical time-frequency curve of longitudinal wave

3 有限元模拟

3.1 有限元模型

对导波传播过程的有限元模拟,可以获得导波的位移场,但无法直接提取导波模态。目前较常用的是通过提取有限元模型中一系列节点振动时域波形进行二维傅里叶变换,从而实现从时间-空间域转换到频率波数域。但是,采用二维傅里叶变换仅适合于有限元分析及实验室激光超声研究,现场应用时,不可能同时采集大量测点的时域波形信号。因此,本文考虑采用单点信号的时域波形进行时-频域变换,以识别分离完整的导波模态。

采用ABAQUS对高强钢丝中纵向导波的传播过程进行有限元模拟,钢丝长 $L = 1$ m,直径 $D = 0.5$ mm,不考虑阻尼的影响,边界条件采用一端固结一端自由,材料参数见表1。根据Moser等^[13]的研究成果,每个波长应有20个计算节点才能比较精确的捕捉到波动效应。对于高频导波而言,由于波长非常短,采用三维实体单元计算需要划分单元网格较多,计算量非常庞大。考虑到纵向导波

在圆杆中的波动求解属于典型的轴对称问题,文中采用轴对称单元进行求解,大幅节省计算时间。

采用轴对称单元,每个波长40个计算节点就可以比较精确的捕捉到波动效应,当网格划分较小时,计算的稳定性是控制时间积分步长的主要因素,时间积分步长的取值应小于波在一个最小网格中传播所需要的时间,即 $\Delta t \leq \Delta t_{\text{stable}}$ 。本文仅考虑高强钢丝中1.5 MHz以下的频率成分,则 $\Delta l \leq \lambda_{\text{min}}/40 - 1 = c_T/39 \times f_{\text{max}} = 3130/(39 \times 1500000) = 0.05$ mm, $\Delta t \leq \Delta t_{\text{stable}} = L_{\text{min}}/C_L = 5 \times 10^{-5}/5850 = 8.5 \times 10^{-9}$ s,其中, L_{min} 、 C_L 、 C_T 分别为最小单元尺寸、材料纵波波速和横波波速。因此,本文中选择的单元尺寸 $\Delta l = 0.05$ mm,时间积分步长 $\Delta t = 5 \times 10^{-9}$ s,有限元模型如图3所示。

钢丝截面远小于实验中采用的压电换能器截面,为与实验激励方式保持一致,采用在钢丝端部整个截面进行轴向激励。激励荷载为高频半周期正弦脉冲,脉冲持续时间为1 μ s,激励荷载 $F(t)$ 如图4所示。

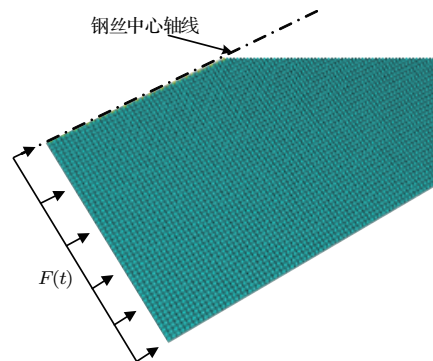


图3 高强钢丝有限元计算模型(轴对称单元)

Fig. 3 Finite element calculation model of high strength steel wire(axial symmetry elements)

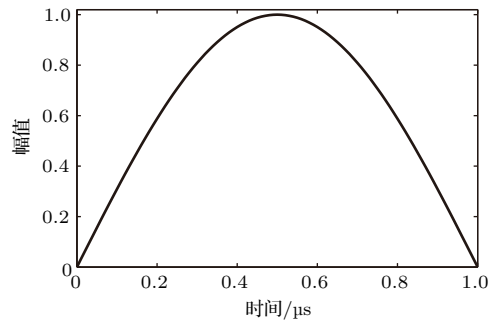


图4 激励荷载

Fig. 4 Excitation load

脉冲波在抵达端部后发生反射, 由于没有考虑材料阻尼的影响, 波形能量衰减较慢, 将出现多次反射。提取距离激发端 $L = 0.5 \text{ m}$ 处中心节点的轴向加速度时域波形如图5所示, 图5中波形包含有多次反射波的叠加, 仅从时域上无法判断该波形包含的模态及回波。

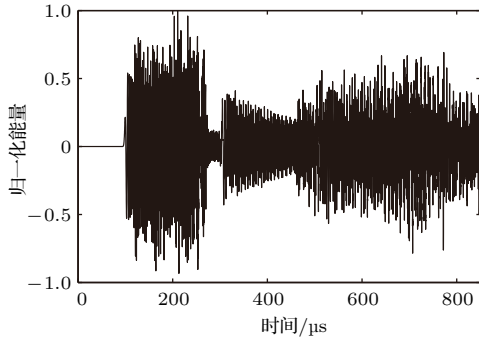


图5 $L = 0.5 \text{ m}$ 处中心节点的轴向加速度时域波形

Fig. 5 The axial acceleration time history curve of the center node of $L = 0.5 \text{ m}$

3.2 时域波形的小波时频变换分析

对于任意信号 $f(t) \in L(R)$ 的连续小波变换可以定义为^[14]

$$W_f(a, b) = \int_R f(t) \cdot \overline{\psi_{a,b}(t)} dt, \quad (3)$$

其中, $\overline{\psi_{a,b}(t)}$ 为基小波 $\psi_{a,b}(t)$ 的复共轭, 基小波 $\psi_{a,b}(t)$ 由母小波 $\psi(t)$ 平移和伸缩得到, 表示为

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad (4)$$

其中, a 为尺度因子, b 为时间因子。

且, 母小波 $\psi(t)$ 必须满足允许性条件, 即

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\psi^*(w)|^2}{|w|} dw < \infty, \quad (5)$$

其中, $\psi^*(w)$ 为 $\psi(t)$ 的傅里叶变换。

Morlet 小波是高斯包络下的复指数函数, 时频窗面积小, 具有较强的时频域局部化性能, 且对称性较好, 文中选取 Morlet 小波作为母小波, 其数学表达式为

$$\psi(t) = \exp(2i\pi f_c t) \exp(-t^2/f_b) / \sqrt{\pi f_b}, \quad (6)$$

其中, f_b 为带宽, f_c 为中心频率。

采用 Morlet 小波作为母小波, 按照式(3)对信号作连续小波变换, 可以得到小波系数 $W_f(a, b)$ 如

式(7)所示:

$$\begin{aligned} W_f(a, b) &= \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_R f(t) \cdot \left(\psi_R\left(\frac{t-b}{a}\right) - i\psi_I\left(\frac{t-b}{a}\right) \right) dt \\ &= W_R(a, b) + W_I(a, b), \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $\psi_R(t)$ 、 $\psi_I(t)$ 分别为 Morlet 小波 $\psi(t)$ 的实部和虚部, $W_R(a, b)$ 、 $W_I(a, b)$ 分别为小波系数 $W_f(a, b)$ 的实部和虚部。

则, 信号在某一时-频处的能量密度 $M(a, b)$ 可以表示为

$$M(a, b) = W_R^2(a, b) + W_I^2(a, b). \quad (8)$$

由式(3)、式(4)可知, 基小波 $\psi_{a,b}(t)$ 可以看作一系列窗函数, 假定母小波 $\psi(t)$ 的中心时间为 t_c , 时间窗宽 t_b , 中心频率为 f_c , 频带宽为 f_b , 当 $t = b$ 时, 可以得到信号 $f(t)$ 在时间窗 $[at_c + b - at_b/2, at_c + b + at_b/2]$ 和频率窗 $[f_c/a - f_b/2a, f_c/a + f_b/2a]$ 内的时频分布, 通过尺度因子 a 和时间因子 b 的伸缩平移可得到整个信号 $f(t)$ 的时频分布。

通过上文有限元模拟可以提取钢丝任意位置的时域波形, 由 Morlet 小波时-频变换, 可得该波形在时频域的能量分布, 通过与理论时-频曲线进行比较分析, 实现高强钢丝中弹性波传播模态的识别及分离。

3.3 有限元计算结果分析

为能够出现更多的回波, 提取钢丝 $L = 0.5 \text{ m}$ 处中心节点的轴向加速度时域波形(图5)进行小波变换, 采用复值 Morlet 小波作为母小波函数, 计算得到该点时域波形 $f(t)$ 的时频图(图6), 图6中虚线为理论值, 云图为有限元模拟的单点小波变换结果。

从图6可知, 有限元计算结果与理论时-频曲线对应吻合, 纵向导波在传播 $100 \mu\text{s}$ 后 $L(0, 1)$ 的低频成分最先到达监测点, 随后, $L(0, 2)$ 、 $L(0, 3)$ 模态相继到达。 $L(0, 1)$ 模态的能量主要集中在 600 kHz 以下的低频段, $L(0, 2)$ 和 $L(0, 3)$ 模态的能量主要集中在 $700 \text{ kHz} \sim 1200 \text{ kHz}$ 。

频率在 1.5 MHz 以下时, 5 mm 直径高强钢丝中纵向导波只存在前三阶模态, 通过半波正弦脉冲能够将3阶模态全波激起, 各阶模态间存在明显的能量差异, 这主要受激励源影响。

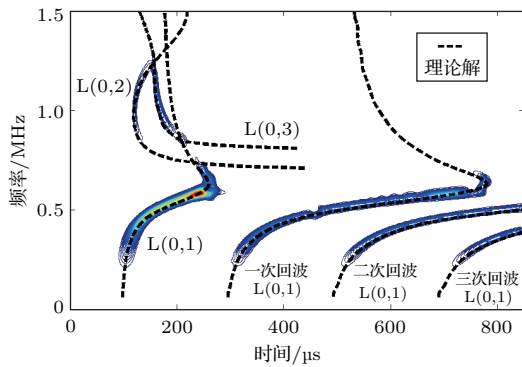


图6 有限元计算结果与理论时频曲线比较

Fig. 6 Comparison of finite element calculation results and theoretical time-frequency curves

小波时频分析结果包含有时域信息,从图6中能看到明显的杆端反射波,高频能量经反射之后已经消失,低频能量衰减相对更慢,多次反射波能量均集中在一阶模态,且频散现象明显,反射波的模态分布与理论值同样吻合良好。

通过对比分析有限元模拟结果的单点小波时-频变换云图及理论时-频曲线,可以看到,理论值与有限元模拟结果吻合良好,采用单一节点振动时域波形的小波时-频变换结果可以有效识别高强钢丝中存在的导波模态。

4 实验

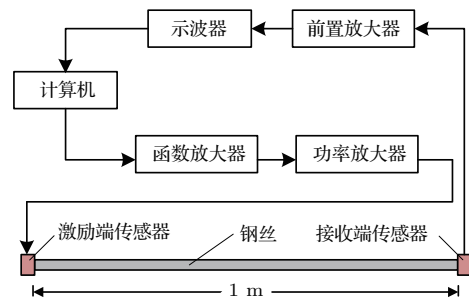
4.1 超声导波实验

实验采用美国PAC生产的PCI-2声发射信号采集及发射系统,传感器为WD宽频压电换能器。钢丝几何和材料参数均与有限元模型一致。传感器固定在钢丝两端,一端发射,另一端接收,信号采样率为5 MHz。激励荷载 $f(t)$ 采用步径频率 $\Delta f=20$ kHz的一系列100~1000 kHz的单周期正弦脉冲,如式(9)所示。首先由函数发生器产生一系列100~1000 kHz的单周期正弦脉冲,脉冲经功率放大器作用于激励端传感器,使钢丝中产生不同频率的超声导波,导波经钢丝传至另一端,由接收传感器接收并经前置放大器放大,在数字示波器上显示。实验装置如图7所示。

$$f(t) = \sum_{i=0}^{(f-f_0)/\Delta f} V_i(t) \cdot \sin(2\pi(f_0 + i \cdot \Delta f)), \quad (9)$$

其中, $V_i(t)$ 为矩形窗函数, $f_0 = 100$ kHz为起始频率, $f = 1000$ kHz为终止频率, $\Delta f = 20$ kHz为步径频率,矩形窗窗长 $T_i = 1/(f_0 + i \cdot \Delta f)$ 。

为验证该模态分析方法在损伤识别中的应用,分别进行健康和有腐蚀损伤钢丝的导波模态分析。采用电化学加速腐蚀实验制备不同腐蚀程度的高强钢丝。根据法拉第定律,钢丝截面损失率与通电时间存在对应关系,通过控制通电时间可以得到不同腐蚀程度的钢丝,实验中不同腐蚀程度的钢丝如图8所示, C 为截面损失率。



(a) 实验装置示意图



(b) 实验现场照片

图7 实验装置

Fig. 7 Experiment equipment

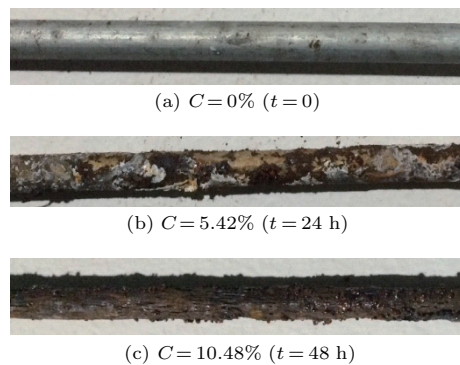


图8 不同腐蚀程度钢丝

Fig. 8 Corrosion steel wires in different level

4.2 实验结果分析

通过进行不同腐蚀程度高强钢丝导波传播实验, 实测时域波形及小波时-频变换结果如图9所示。由于材料阻尼的存在, 幅值衰减较快。

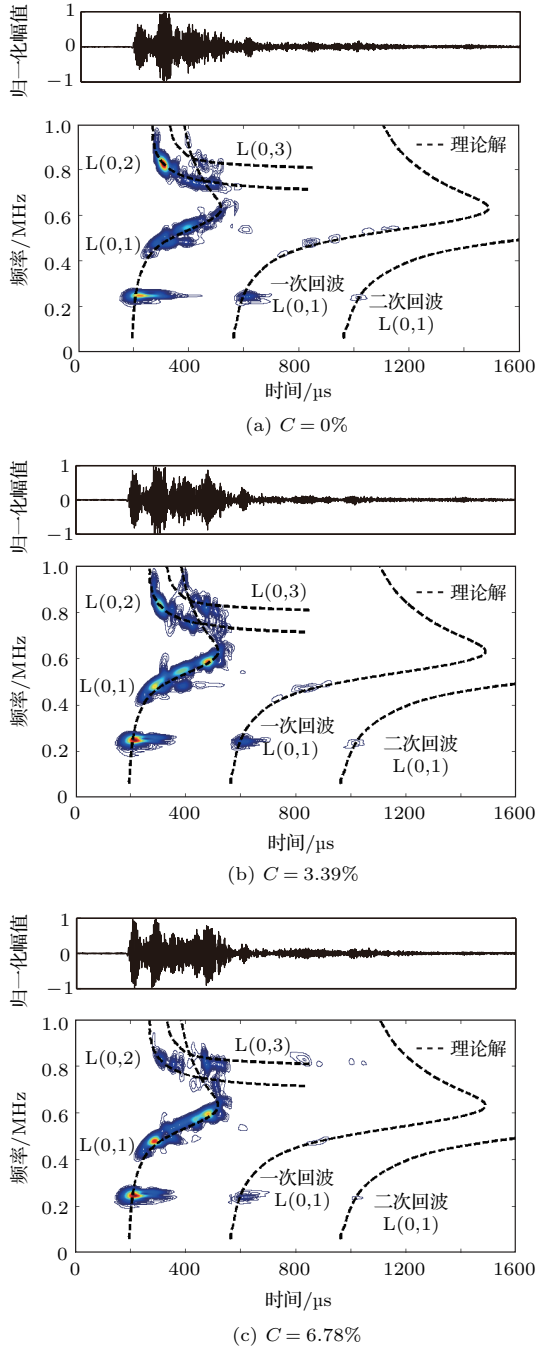


图9 实验结果与理论时频曲线比较

Fig. 9 Comparison between experimental results and theoretical time frequency curves

由图9可知, 导波在钢丝中传播时同时出现了1、2、3阶纵向模态, 3种腐蚀状态下, 模态分布均与理论时频曲线较好的吻合。相比较于图6有限元计

算结果, 实验值与有限元计算值呈现出相同的频率分布规律, 低于600 kHz的能量集中在一阶纵向导波, 高于600 kHz的能量分布于二阶纵向导波和三阶纵向导波。由于材料阻尼影响, 高阶波的能量迅速衰减, 没有出现回波, 而一阶纵向导波虽然出现了二次回波, 但相比于有限元计算结果, 其能量衰减明显更快。

不同腐蚀程度钢丝模态分布规律相似, 但模态能量存在差异, 随腐蚀程度增加, 导波能量逐渐向低频转移。

根据小波变换的能量守恒原理, 有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |W_f(a, b)|^2 \frac{da db}{a^2}, \quad (10)$$

即, 信号 $f(t)$ 的时间小波能量谱可表示为

$$E(b) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|W_f(a, b)|^2}{a^2} da. \quad (11)$$

对式(14)进行频谱分析, 可以得到信号在某一时段内各频率成分的能量分布。沿频率轴积分, 可得到信号在该时频域的能量分布。对图9中各阶模态进行切分, 可计算高强钢丝中纵向导波各阶模态的能量分布。不考虑回波能量, 由式(14)计算图9中不同腐蚀程度下, 各阶模态导波能量分布如图10所示。

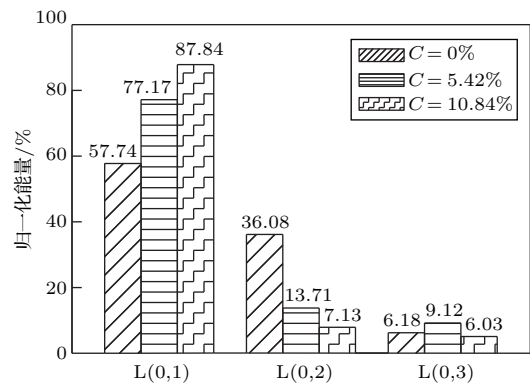


图10 模态能量分布

Fig. 10 Energy distribution of different mode

图10中, 不同腐蚀程度下, 一阶纵向导波 L(0, 1) 均包含了绝大部分的能量, 分别占到总能量的 57.74%、77.17%、87.84%, L(0, 2) 和 L(0, 3) 所占能量比重相对较小。随着腐蚀程度的增加, 能量更为集中到一阶纵波模态 L(0, 1), 二阶纵波 L(0, 2) 能量占比逐渐下降。

5 结论

(1) 高阶纵向导波模式具有明显的截止频率, 5 mm 直径高强钢丝在 650 kHz 以下纵向导波只存在一阶模式, 频率越高, 能够出现的模式越多。

(2) 有限元模拟结果表明, 采用单点振动时域波形的小波时-频变换结果能够有效识别高强钢丝内出现的导波模式, 第 1、2、3 阶纵向导波模式分布与理论值完全吻合, 高频能量经端部反射后消失, 低频能量经多次反射后频散现象明显。

(3) 采用 100~1000 kHz 的混合正弦脉冲信号可以同时激起钢丝第 1、2、3 阶纵向模式, 不同腐蚀程度钢丝实测波形的小波时-频变换结果均与理论模式分布对应吻合, 但各阶模式能量分布有明显差异, 导波能量随腐蚀程度的增加逐渐向低阶模式转移。

参 考 文 献

- [1] ZHENG M F, LU C, CHEN G Z, et al. Modeling three-dimensional ultrasonic guided wave propagation and scattering in circular cylindrical structures using finite element approach[J]. *Physics Procedia*, 2011, 22: 112-118.
- [2] LI W B, CHO Y. Quantification and imaging of corrosion wall thinning using shear horizontal guided waves generated by magnetostrictive sensors[J]. *Sensors & Actuators A Physical*, 2015, 232: 251-258.
- [3] WANG D, YE L, LU Y, et al. Probability of the presence of damage estimated from an active sensor network in a composite panel of multiple stiffeners[J]. *Composites Science & Technology*, 2009, 69(13): 2054-2063.
- [4] 刘镇清, 他得安. 用二维傅里叶变换识别兰姆波模式的研究[J]. *声学技术*, 2000, 19(4): 212-214, 219.
LIU Zhenqing, TA Dean. Mode identify of Lamb wave by means of 2-D FFT[J]. *Technical Acoustics*, 2000, 19(4): 212-214, 219.
- [5] 张海燕, 吕东辉, 刘镇清. 二维傅立叶变换在 Lamb 波模式识别研究中的应用[J]. *振动、测试与诊断*, 2004, 24(1): 23-26.
ZHANG Haiyan, LYU Donghui, LIU Zhenqing. Application of 2-D FFT recognition of Lamb wave modes[J]. *Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis*, 2004, 24(1): 23-26.
- [6] 卢超, 黎连修, 涂占宽. 混合谱二维傅里叶变换法识别兰姆波模式[J]. *无损检测*, 2008, 30(11): 809-812.
LU Chao, LI Lianxiu, TU Zhankuan. Modes recognition of Lamb wave by means of a mixed-spectral two-dimensional FFT[J]. *Nondestructive Testing*, 2008, 30(11): 809-812.
- [7] 李春雷, 韩强, 刘义捷, 等. 螺旋曲杆中导波传播特性的有限元分析[J]. *华南理工大学学报: 自然科学版*, 2014, 42(8): 6-13, 33.
LI Chunlei, HAN Qiang, LIU Yijie, et al. Finite element analysis of propagation characteristics of guided waves in helically-curved rods[J]. *Journal of South China University of Technology*, 2014, 42(8): 6-13, 33.
- [8] BARTOLI I, CASTELLAZZI G, MARZANI A, et al. Prediction of stress waves propagation in progressively loaded seven wire strands[C]. *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2012*, 2012, 8345: 834505.
- [9] NIETHAMMER M, JACOBS L J, QU J, et al. Time-frequency representations of Lamb waves[J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2001, 109(5): 1841-1847.
- [10] 孙雅欣, 吴斌, 何存富, 等. 时频分析在杆中导波传播特性研究中的应用[J]. *仪器仪表学报*, 2006, 27(S2): 1316-1317, 1325.
SUN Yaxin, WU Bin, HE Cunfu, et al. Application of time-frequency analysis in propagation characteristic of guided waves in rod[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2006, 27(S2): 1316-1317, 1325.
- [11] 刘增华, 何存富, 杨士明, 等. 充水管道中纵向超声导波传播特性的理论分析与试验研究[J]. *机械工程学报*, 2006, 42(3): 171-178.
LIU Zenghua, HE Cunfu, YANG Shiming, et al. Theoretical and experimental studies of longitudinal ultrasonic guided wave propagation characteristics in water-filled pipes[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(3): 171-178.
- [12] J. L. 罗斯. 固体中的超声波[M]. 何存富, 译. 北京: 科学出版社, 2004.
- [13] MOSER F, JACOBS L J, QU J. Modeling elastic wave propagation in waveguides with the finite element method[J]. *Ndt. & E. International*, 1999, 32(4): 225-234.
- [14] 陶顺兴, 周晓军, 张志刚. 基于复 Morlet 小波和系数相关的齿轮故障特征提取[J]. *机械科学与技术*, 2010, 29(5): 642-645, 650.
TAO Shunxing, ZHOU Xiaojun, ZHANG Zhigang. On fault feature extraction of a gear by complex morlet wavelet transform and coefficient correlation[J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2010, 29(5): 642-645, 650.