

◇ 研究报告 ◇

# 拓扑成像法的分层波导结构内部缺陷检测\*

张超<sup>1,2†</sup> 阎守国<sup>1</sup> 张碧星<sup>1</sup>

(1 中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室 北京 100190)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

**摘要** 将拓扑成像理论应用于分层波导结构,分析拓扑成像法在分层波导结构缺陷检测方面的应用可行性。首先,对拓扑梯度的表达式进行理论推导,阐述拓扑成像的基础理论和成像原理,对于厚度方向刚性连接的钢-铝双层板,本文结合实际检测需求,提出了优化的拓扑梯度表达式。然后,使用 ANSYS 有限元软件建立声场计算模型,根据优化的拓扑梯度表达式计算了直接问题和伴随问题两种情况下的声场分布,验证拓扑成像理论的可靠性。结果表明,拓扑成像方法可以准确定位钢-铝双层板中单缺陷和多缺陷,且具有良好的检测分辨率和定位精度,说明拓扑成像法对分层波导结构中的缺陷检测具有可行性。

**关键词** 分层板,拓扑成像,导波检测,有限元模拟

中图分类号: O426.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2017)06-0528-05

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2017.06.008

## Topological imaging of steel-aluminum two-layer plate by guided waves

ZHANG Chao<sup>1,2</sup> YAN Shouguo<sup>1</sup> ZHANG Bixing<sup>1</sup>

(1 State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** The aim of this paper is to study the topological imaging theory and to determine whether it is possible to give the locations of all the defects in layered plate. It is considered a two-layered plate consist of aluminum and steel with elastic boundary. First, the formulas of the topological gradient are deduced theoretically, the basic theory and imaging principle are researched, an optimized imaging algorithm is presented for practical detecting. Then, the model building and two kinds of acoustic fields according to the imaging algorithm are all simulated in finite element software ANSYS. It is found that all the defects are located precisely at the detecting results with good resolution, it suggests that topological imaging can be an efficient method to obtain all the defects' locations in layered plate.

**Key words** Layered plate, Topological imaging, Guided wave inspection, Finite element method

2017-02-16 收稿; 2017-05-01 定稿

\*国家自然科学基金项目 (11474308, 11574343)

作者简介: 张超 (1988-), 男, 辽宁沈阳人, 博士研究生, 研究方向: 超声传播与成像。

† 通讯作者 E-mail: zhangchao@mail.ioa.ac.cn

## 1 引言

近些年, 分层板在船舶和航空航天等领域得到越来越多的应用。而分层板中缺陷的存在往往造成结构使用寿命的下降甚至引发重大安全事故。因此, 许多新的成像方法被提出并运用到分层波导结构的无损检测中。分层板中的导波所具有的频散和多模等特性, 给实际检测中对缺陷的定位和定量都带来了很大难度。在一些早期的导波检测文献<sup>[1-2]</sup>中, 为了减小导波频散特性对缺陷成像分辨率的影响, 通常选择在导波频散较弱的频段激发导波进行应用。时间反转法可以补偿导波的频散特性并且实现待测目标中的瞬态聚焦, 从而达到对缺陷的定位的目的。张海燕等<sup>[3]</sup>在2010年基于时间反转理论使用传感器网络实现了Lamb波的单缺陷检测。拓扑梯度的概念是Schumacher等<sup>[4]</sup>在1994年创立并用于拓扑学研究。Sokolowski<sup>[5]</sup>和Garreau等<sup>[6]</sup>进一步研究了拓扑梯度并用于形状优化和弹性力学分析中。2010年, Dominguez等<sup>[7]</sup>首次将拓扑梯度法引入到体波无损检测领域并得到了分辨率较好的缺陷成像。近几年, Rodriguez等<sup>[8-10]</sup>对拓扑成像法做出进一步改进并验证了此方法对于各向异性介质和单层板检测的可行性。然而, 目前关于拓扑成像法的研究大多关于体波和单层板检测方面, 分层波导结构中缺陷检测问题的研究还鲜见报道, 其适用性还有待考察。在本文中, 拓扑成像法将被用于检测分层板中单缺陷和多缺陷两种情形。结果表明, 拓扑成像法适用于分层波导结构的单缺陷和多缺陷的检测, 且检测结果具有良好的分辨率和定位准确度, 这一结果为实际分层板的导波检测提供了新的思路。

## 2 拓扑成像基础理论

本节中通过理论推导来阐释拓扑成像的基础理论。首先, 通过设立目标函数阐述拓扑成像法的成像原理。然后, 使用伴随法推导拓扑梯度的表达式, 并结合实际检测提出优化的拓扑梯度表达式, 为接下来的拓扑成像数值模拟提供理论依据。

### 2.1 拓扑成像原理

在拓扑成像法中, 首先定义目标函数 $j$ , 该函数表征参考结构 $\Omega_0$  (无缺陷结构) 和待测结构 $\Omega_m$  (含缺陷结构) 中声场的“差别”, 目标函数的具体表达式如下所示:

$$j(\Omega_0) = \frac{1}{2} \int_R \left( \int_F |u_0 - u_m|^2 dx \right) dt, \quad (1)$$

其中 $u_0$ 和 $u_m$ 分别表示在参考结构 $F$ 位置和待测结构 $F$ 位置测得的声场且都为时间-空间域 $(x-t)$ 函数,  $R$ 代表计算声场的总时间范围。当待测结构中存在缺陷时, 则目标函数 $j(\Omega_0)$ 恒大于零。在参考介质中设置一圆柱形孔洞, 即 $\omega_{x,\varepsilon} = \varepsilon\omega + x$ , 则该参考结构可称之为修正结构 $\Omega_\varepsilon$ , 其中 $x, \varepsilon$ 分别代表孔洞的位置和直径。此时对修正结构的目标函数 $(j(\Omega_\varepsilon))$ 进行渐近展开可表示为

$$j(\Omega_\varepsilon) = j(\Omega_0) + f(\varepsilon) \cdot g(x) + o(f(\varepsilon)). \quad (2)$$

当 $\varepsilon$ 趋近于零时,  $f(\varepsilon)$ 也趋近于零并且大于零,  $o(f(\varepsilon))$ 代表 $f(\varepsilon)$ 的高阶小量, 也趋近于零。这里做一项近似忽略高阶小量 $o(f(\varepsilon))$ 的影响, 可将式(2)以如下形式表示:

$$g(x) = \frac{j(\Omega_\varepsilon) - j(\Omega_0)}{f(\varepsilon)}, \quad (3)$$

其中 $g(x)$ 是空间域函数, 从式(3)中可以看出 $g(x)$ 的表达式形如梯度, 故称为拓扑梯度。由于目标函数 $j$ 表示参考结构(修正结构)与待测结构的“区别”, 因此拓扑梯度可以理解为表征修正结构与待测结构相似程度的表达式。当修正结构中放置的孔洞与待测结构中的缺陷具有相同的位置和尺寸时, 即修正结构与待测结构完全相同, 则修正结构的目标函数 $j(\Omega_\varepsilon)$ 等于零, 又因为式(2)中 $j(\Omega_0)$ 恒大于零, 则拓扑梯度 $g(x)$ 为负且达到负方向极大值。这表明拓扑梯度分布出现负方向极大值的位置就是待测结构中缺陷的位置, 这就是拓扑成像法的成像原理。

### 2.2 拓扑梯度

Bonnet等<sup>[11]</sup>分别使用直接微分法、伴随法和形状敏感度分析法三种方法推导了拓扑梯度的表达式, 每种方法都用数值模拟验证了表达式的准确性, 其中伴随法中拓扑梯度表达式形式简单, 计算所需变量容易求得, 因此最适合成像操作。此方法中计算拓扑梯度分布需要两种情况下声场的解, 分别是直接问题和伴随问题。在直接问题中, 导波的激发与接收都设置在参考结构的位置 $F$ 处, 激发时所加载荷为压力 $p$ , 该过程可以用如下方程组表示:

$$\begin{cases} \rho\omega^2 u_0 + \nabla \cdot (C : \nabla u_0) = 0, \\ \sigma|_F = p, \end{cases} \quad (4)$$

其中  $\rho$  为参考结构介质密度,  $\omega$  代表角频率,  $C$  为介质弹性张量,  $u_0$  表示直接问题中声场的解。

在伴随问题中, 导波的激发仍在参考结构位置  $F$  处进行, 而入射信号则是待测结构测得信号和直接问题中测得信号差值的在频域的复共轭, 即时域上表现为缺陷信号的时间反转。这一过程可写成

$$\begin{cases} \rho\omega^2 v_0 + \nabla \cdot (C : \nabla v_0) = 0, \\ \hat{\sigma}|_F = a \cdot (F(u_m|_F - u_0|_F))^*, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $a$  为常数,  $v_0$  表示伴随问题中声场的解,  $F$  表示傅里叶变换,  $u_m|_F$  和  $u_0|_F$  分别是待测结构和参考结构中测得的时域信号, 上标 \* 表示频域的复共轭, 上标  $\hat{\cdot}$  表示对应矢量的频率-空间域 ( $f-x$ ) 函数。根据文献 [7] 中叙述, 拓扑梯度  $g(x)$  的分布与声场  $\hat{u}_0(x, \omega)$ ,  $\hat{v}_0(x, \omega)$  以及缺陷的边界条件有关。对于 Dirichlet 边界条件 (边界法向应力为零) 和 Neumann 边界条件 (边界位移为零), 拓扑梯度的表达式分别用式 (6) 和式 (7) 表示:

$$g(x) = \int_{R^+} \left( \frac{3\mu(\lambda + 2\mu)}{2\lambda + 5\mu} \hat{u}_0 \cdot \hat{v}_0 \right) d\omega, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} g(x) = \int_{R^+} & \left[ -\frac{3(\lambda + 2\mu)}{4\mu(9\lambda + 14\mu)} (20\mu \hat{\sigma}(u_0) : \hat{\varepsilon}(v_0) \right. \\ & + (3\lambda - 2\mu) \text{tr} \hat{\sigma}(u_0) \text{tr} \hat{\sigma}(v_0)) \\ & \left. - \rho\omega^2 \hat{u}_0 \cdot \hat{v}_0 \right] d\omega, \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $\lambda, \mu$  为拉密系数,  $\hat{\sigma}(u_0)$  表示直接问题声场的应力矢量,  $\hat{\sigma}(v_0)$  和  $\hat{\varepsilon}(v_0)$  分别表示伴随问题声场的应力和应变矢量。

为了直观显示拓扑梯度分布情况, 这里以一维空间的水作为参考结构。激发-接收传感器设置在结构坐标原点处, 入射信号为汉宁窗调制的 3.5 周期的正弦波。在  $x = 0.09$  m 处设置 Dirichlet 边界条件的点缺陷并使用式 (6) Dirichlet 型表达式进行拓扑梯度计算, 检测成像结果在图 1 中用实线表示。从图 1 中可看出, 拓扑梯度在  $x = 0.09$  m (预置缺陷位置) 处达到负方向极大值, 该模拟结果与之前叙述的拓扑成像原理完全吻合。图 1 中虚线则表示仍使用 Dirichlet 型表达式 (式 (6)) 但预置缺陷改为 Neumann 缺陷的检测结果, 可以看出此种情况的拓扑梯度分布在预置缺陷处达到正方向极大值, 与前一种情况相比相位变化半个周期, 但两种情况包络线相同。在实际无损检测中, Dirichlet 缺陷 (气孔、裂纹类缺陷) 和 Neumann 缺陷 (硬质夹杂) 都是需要检测的目标, 因此本文提出一个优化的拓扑梯度

表达式,

$$g(x) = \left| \text{H} \left( \int_{R^+} \left( \frac{3\mu(\lambda + 2\mu)}{2\lambda + 5\mu} \hat{u}_0 \cdot \hat{v}_0 \right) d\omega \right) \right|, \quad (8)$$

其中  $H$  表示 Hilbert 变换。该表达式适用于不同类型缺陷, 拓扑梯度的计算所需变量只有直接问题和伴随问题两种情况下声场的解, 无需计算应力、应变等矢量, 节省计算机资源, 有效缩短检测所需时间, 因此在下文中都将使用式 (8) 进行拓扑梯度的计算。

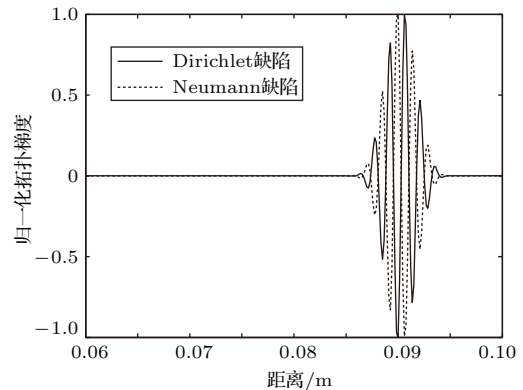


图 1 两种类型缺陷的拓扑成像

Fig. 1 Topological imaging of two kinds of defects

### 3 数值计算

本节通过建立数值计算模型并使用 ANSYS 有限元软件模拟所需情况的声场分布, 分单缺陷和多缺陷两种情况数值验证前一节中的成像原理和优化的拓扑梯度表达式的正确性。

#### 3.1 计算模型

在数值计算中, 建立钢-铝双层板计算模型, 两层板在厚度方向刚性连接, 模型示意图如图 2 所示, 具体模型参数在表 1 中列出。图 3 给出了该模型的群速度频散曲线。导波入射信号为汉宁窗调制的 4 周期正弦波, 中心频率 50 kHz, 则模型频厚积为 1 MHz-mm 并在图 3 中用直线标明。从图 3 中可以看出, 该频厚积下双层板中导波存在两阶模式, 第一阶和第二阶模式的群速度分别为 3001 m/s 和 5139 m/s。

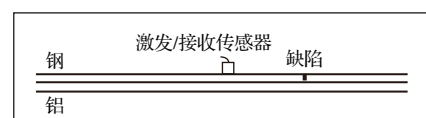


图 2 计算模型示意图

Fig. 2 Diagram of simulation model

表1 钢-铝双层板模型参数

Table 1 The parameters of Al-Fe two-layer plate

材料	杨氏模量 (Pa)	密度 (kg/m <sup>3</sup> )	泊松比	厚度 (m)
钢	$2 \times 10^{11}$	7850	0.3	0.01
铝	$7 \times 10^{10}$	2700	0.3	0.01

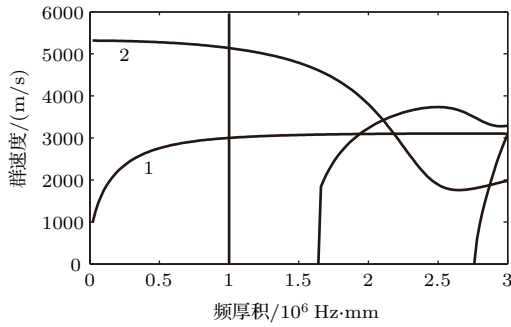


图3 计算模型的群速度频散曲线

Fig. 3 Group velocity dispersion curves of simulation model

### 3.2 单缺陷拓扑成像

在有限元模型中，声源放置在钢表面并处于坐标原点，在  $x=0.2$  m 的钢层中设置尺寸  $4 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$  的缺陷。导波经声源入射，遇缺陷形成反射波进而被坐标原点的传感器接收，计算的时域波形如图4所示。图4中实线和虚线分别表示待测结构(有缺陷)和参考结构(无缺陷)中模拟结果。通过对比两种结构的模拟结果可以将缺陷信号提取并代入到伴随问题中，模拟求得伴随问题和直接问题的声场后代入式(8)进行拓扑梯度计算，缺陷检测结果如图5实线所示。除此之外，为了直观判断拓扑成像法应用于缺陷检测的可行性和分辨率等因素，图5中用虚线表示出使用时间反转法对缺陷定位的结果图，该检测模拟过程使用相同的有限元模型参数。通过分析图5中两种检测结果可以得出，两种方法的包络均在预置缺陷 ( $x = 0.2$  m) 处达到最大值，其中使用拓扑成像法的检测结果  $-6$  dB 宽度为  $0.085$  m，明显小于时间反转法的  $-6$  dB 宽度 ( $0.1105$  m)，又因为时间反转法可以补偿导波的频散效应，这说明拓扑成像法也可以有效补偿导波的频散效应，且“补偿”能力要强于该模型下的时间反转法，也证明拓扑成像法适用于分层波导结构中单缺陷的检测，且检测分辨率优于时间反转法。为了进一步验证拓扑成像对导波频散

效应的补偿作用，图6分别给出了处于  $x = 0.2$  m、 $x = 0.3$  m 和  $x = 0.4$  m 三个位置的缺陷检测结果图，并分别用实线、虚线和点划线表示。为了方便对比三个缺陷的检测结果，这里将检测结果的峰值点统一设置在  $x = 0$  的位置。从图6中可以看出，三个位置缺陷的拓扑梯度包络线基本重合，仅在检测结果边缘(归一化拓扑梯度小于  $0.2$ ) 部分有略微差别，

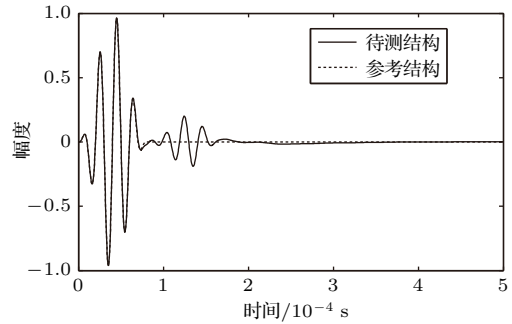


图4 参考结构和待测结构时域波形

Fig. 4 Temporal waveforms of reference plate and inspected plate

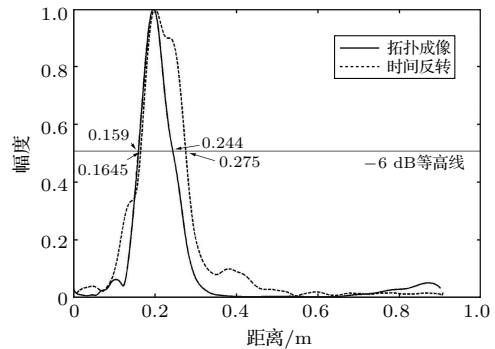


图5 两种方法的检测结果对比图

Fig. 5 Contrast of topological imaging with time-reverse imaging

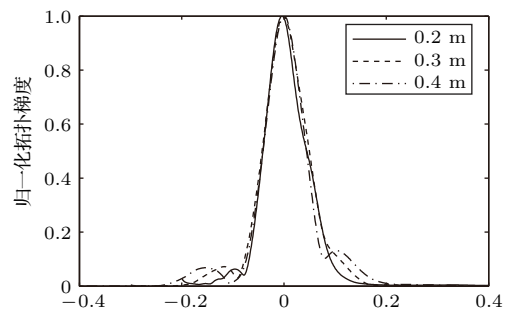


图6 不同位置预设缺陷检测结果对比图

Fig. 6 Topological imaging of defects at different locations

该部分对检测结果影响很小,从这一结果可以看出拓扑成像法可以较大程度补偿导波的频散特性。

### 3.3 多缺陷拓扑成像

在此种情况下,在  $x = 0.2 \text{ m}$  和  $x = 0.4 \text{ m}$  处的钢层中分别设置尺寸  $4 \text{ mm} \times 8 \text{ mm}$  和  $4 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  两个缺陷。导波信号的激发和接收仍选择原点处,模拟所得时域信号如图7所示,缺陷1和缺陷2的反射信号分别出现在  $130 \mu\text{s}$  和  $260 \mu\text{s}$  附近。通过拓扑成像法操作可得钢-铝双层板中两缺陷的检测结果,如图8中实线所示。为了方便对比拓扑成像和时间反转两种方法的检测结果,图8中用虚线表示时间反转法的检测结果。从图8中可以看出,拓扑梯度的分布分别在  $x = 0.2 \text{ m}$  (缺陷1) 和  $x = 0.4 \text{ m}$  (缺陷2) 处达到极大值,而时间反转法显然不能同时显示两缺陷的准确位置,这是因为两缺陷之间的声程在自发自收检测模式下被增加了一倍,所以经过时间反转后两缺陷信号不能同时到达预置缺陷位置。这说明拓扑成像法适用于分层板中多缺陷情况的定位和检测,并且在保证定位精度的基础上还可以保持较好的检测分辨率。

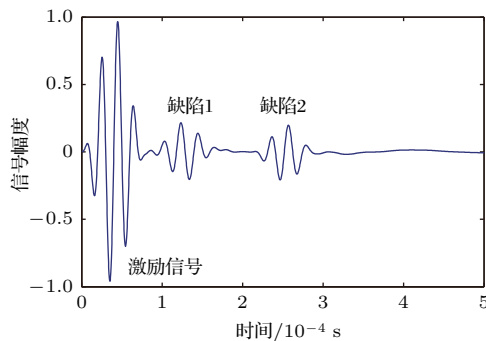


图7 双缺陷模型时域信号

Fig. 7 Temporal waveform of model with two defects

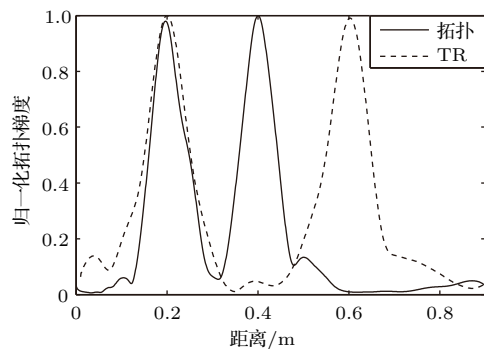


图8 两种方法的多缺陷检测结果对比图

Fig. 8 Contrast of topological imaging with time-reverse imaging

## 4 结论

本文从理论和数值模拟两方面研究了拓扑成像法在钢-铝双层波导结构中缺陷检测的应用。提出了优化的拓扑梯度表达式,通过ANSYS有限元软件分析单缺陷和多缺陷两种情况,并将基于拓扑成像法与时间反转法两种方法的检测结果进行对比,结果表明拓扑成像法可实现分层波导结构内部单缺陷或多缺陷的检测,且检测分辨率和定位精确度都优于时间反转法。

## 参考文献

- [1] ROSE J L, SUN Z Q, MUDGE P J, et al. Guided wave flexural mode tuning and focusing for pipe testing[J]. Materials Evaluation, 2003, 61(2): 162-167.
- [2] PEI J, YOUSUF M I, DEGERTEKIN F L, et al. Lamb wave tomography and its application in pipe erosion/corrosion monitoring[C]. Proceedings of the IEEE Ultrasonics Symposium, 1995, 8(4): 189-197.
- [3] ZHANG H Y, CAO Y P, SUN X L, et al. A time reversal damage imaging method for structure health monitoring using Lamb waves[J]. Chinese Physics B, 2010, 19(11): 448-455.
- [4] ESCHENAUER H A, KOBELEV V V, SCHUMACHER A. Bubble method for topology and shape optimization of structures[J]. Structural & Multidisciplinary Optimization, 1994, 8(1): 42-51.
- [5] SOKOLOWSKI J, ŻOCHOWSKI A. Topological derivative in shape optimization[J]. SIAM Journal on Control and Optimization, 1997, 37(4): 1251-1272.
- [6] GARREAU S, GUILLAUME P H, MASMOUDI M. The topological asymptotic for PDE systems: The elasticity case[J]. SIAM Journal on Control & Optimization, 2001, 39(6): 1756-1778.
- [7] DOMINGUEZ N, GIBIAT V. Non-destructive imaging using the time domain topological energy method[J]. Ultrasonics, 2010, 50(50): 367-72.
- [8] RODRIGUEZ S, SAHUGUET P, GIBIAT V, et al. Fast topological imaging[J]. Ultrasonics, 2012, 52(8): 1010-1018.
- [9] RODRIGUEZ S, CASTAINGS M, DESCHAMPS M, et al. Topological imaging of defects in anisotropic plates[C]. EWSHM-7th European Workshop on Structural Health Monitoring, 2014.
- [10] RODRIGUEZ S, DESCHAMPS M, CASTAINGS M, et al. Topological imaging of defects by Lamb wave inspection[C]. American Institute of Physics Conference Series. American Institute of Physics, 2014: 217-223.
- [11] BONNET M, GUZINA B B. Sounding of finite solid bodies by way of topological derivative[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2004, 61(61): 2344-2373.