

◇ 研究报告 ◇

# 一种用于超声成像的零相位滤波后处理方法<sup>\*</sup>

韩晓丽 吴文焘<sup>†</sup> 曹政

(中国科学院声学研究所 北京 100190)

**摘要** 针对超声成像中基于有限脉冲响应滤波器的零相位滤波处理效率低难以满足实时性要求高的系统需求的问题,提出采用无限冲激响应滤波器实现零相位滤波后处理的方法。首先,分别设计幅频特性相似的有限脉冲响应滤波器和无限冲激响应滤波器作为零相位滤波器的基础滤波器;然后,针对超声相控阵系统采集的超声波回波射频信号,采用两种不同的零相位滤波方法进行处理,对比分析二者的性能、成像效果和效率。结果表明,实现幅频特性近似的零相位滤波,无限冲激响应滤波器具有更低的阶数,可以达到前者的1/4,算法的运算量更低,仅约为前者的1/2。当无限冲激响应滤波器采用直接形式实现时,效率更高,系统的实时性更好。

**关键词** 超声成像,超声相控阵,零相位滤波,无限冲激响应滤波器,效率

中图法分类号: TB559 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2019)02-0159-07

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.02.002

## A zero-phase filtering post-processing method for ultrasonic imaging

HAN Xiaoli WU Wentao CAO Zheng

(Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

**Abstract** Zero-phase filtering processing based on finite impulse response (FIR) filter is inefficient and is difficult to meet the high real-time demand in ultrasonic system. We use infinite impulse response filter (IIR) based zero-phase filtering as an alternative. First of all, the FIR and IIR filter with similar amplitude-frequency response characterized by the same parameters are designed respectively. Then, analysis of the performance, imaging effectiveness and efficiency of both zero-phase filtering methods is made after the two different kinds of zero-phase filtering methods are applied to ultrasonic RF echoes collected by ultrasonic phased array system. The results show that zero-phase filtering based on IIR is less computationally intensive than that of FIR-based case even when amplitude-frequency characteristics of these two cases are almost the same. More specifically, the ratio of filter orders is about 1/4 and the ratio of the amount of computation is about 1/2. When IIR filter is realized in direct form (I), IIR based zero-phase filtering is more efficient, and can better meet the requirements of real-time ultrasonic system.

**Key words** Ultrasonic imaging, Ultrasonic phased array, Zero-phase filtering, Infinite impulse response filter, Efficiency

2018-08-01 收稿; 2018-10-15 定稿

<sup>\*</sup>国家自然科学基金项目(61601454),中国科学院声学研究所青年英才基金项目(QNYC201732),中国科学院声学研究所青年英才基金项目(QNYC201617)

作者简介: 韩晓丽(1984-),女,山东潍坊人,博士,研究方向:信号与信息处理。

<sup>†</sup>通讯作者 E-mail: wwentao@mail.ioa.ac.cn

## 0 引言

超声相控阵系统中, 声波信号在经过隔离、限幅、放大、滤波等模拟调理电路时必然会引入一定的噪声干扰<sup>[1]</sup>, 因此, 由A/D采样后的数字信号在成像之前, 必须要经过一定的滤波处理, 以提高信噪比和成像质量<sup>[2-3]</sup>, 也就是说, 滤波是一个必备的处理过程。在对接收的回波信号进行分析的过程中, 通常需要将信号不同成分进行分离, 然后对不同成分做不同的处理或调整, 从而最终提高对于缺陷或目标的检测能力<sup>[4]</sup>。大部分具有频率依赖性的检测识别算法的实现都需要辅以滤波处理的过程, 包括超声检测系统广泛采用裂谱处理 (Split spectrum processing, SSP) 方法, 从本质上讲, 也是采用若干带通有限脉冲响应 (Finite impulse response, FIR) 滤波器进行滤波的过程<sup>[4-5]</sup>。

在超声无损检测领域, 超声波遇到缺陷时会发生散射, 在接收端会接收到经缺陷散射的回波信号, 与缺陷有关的信号出现的时间即到达时间 (Time of arrival, TOA) 或传播时间 (Time of flight, TOF)<sup>[4]</sup> 恰恰能够反映缺陷在检测对象中所处的位置, 以此来对缺陷进行定位。同时, 为了保证系统检测的灵敏度和能够通过缺陷回波幅度在一定程度上估计缺陷的大小, 要求缺陷回波波幅在滤波前后保持不变。基于上述两点, 在对接收的回波信号进行滤波处理时, 要保证滤波过程不影响主要频率成分的到达时间, 这就需要滤波器具有零相位的相位响应特性。虽然 FIR 滤波器在单位脉冲响应序列  $h(n)$  满足一定的对称性时, 具有线性相位特性<sup>[6-7]</sup>, 但是滤波前后必然会出现一定的时延, 难以满足零相位的要求。而无限脉冲响应 (Infinite impulse response, IIR) 滤波器不能实现严格意义上的线性相位特性。

除了直接设计具有零相位响应的数字滤波器以外, 零相位滤波的过程还可以通过一种比较巧妙的方式实现, 即采用前向-后向滤波-反向输出 (Forward-reverse filtering, reverse output, FRR)<sup>[8]</sup> 或反向滤波-反向输出 (Reverse filtering, reverse filtering, RRF) 的方法<sup>[9-10]</sup>。这种方法借助于两次滤波和信号翻转的组合, 实现对输入信号的零相位滤波。鉴于 FIR 滤波器具有便于实现线性相位特性的优越性、系统稳定性好和使用上的灵活性<sup>[11]</sup>, 通常大家习惯性地选用 FIR 滤波器实现滤波过程, 包括

零相位滤波, 也主要以 FIR 的方式实现<sup>[10]</sup>。然而, 由于 FIR 滤波器传递函数的极点固定在原点, 只能靠改变零点位置来改变它的性能。所以要达到高的选择性, 必须用较高的阶数; 对于同样的滤波器设计指标, FIR 滤波器所要求的阶数可能比 IIR 滤波器高 5~10 倍, 信号延时也较大, 处理效率低<sup>[11]</sup>。

近年来, 在超声检测领域, 实时缺陷检测的需求越来越高, 要求系统能够尽快地实时采集、分析和处理超声波回波信号, 这对于超声成像系统的实时性提出了更高的要求<sup>[5]</sup>。许多学者致力于探索如何高效地实现超声回波信号采集之后的滤波过程<sup>[12]</sup>, 也包括开辟滤波器的高效硬件实现的新思路<sup>[5,10]</sup>。快速高效地实现零相位滤波, 将有利于超声检测系统信号处理效率的提升, 确保检测系统具有更高的实时性能。

本文针对在超声相控阵成像领域, 在采用基于 FIR 滤波器的 FRR 零相位滤波时, 由于 FIR 滤波器阶数高导致运算量大、处理效率低、难以满足实时性要求高的系统需求的问题, 探讨在实际超声相控阵系统中使用 IIR 滤波器实现 FRR 零相位滤波的可行性, 比较基于 FIR 和 IIR 滤波器实现 FRR 零相位滤波的性能, 探索 IIR 滤波器实现 FRR 零相位滤波时的效率提升程度, 并且把 IIR 零相位滤波应用于实时超声成像后处理系统中, 通过实际的成像实验, 验证使用 IIR 滤波器实现 FRR 零相位滤波的效果。

## 1 基于 IIR 的零相位滤波

根据线性系统理论, 对信号进行经典线性滤波的过程对原始输入信号主要产生两大方面的影响<sup>[9]</sup>: 一是对信号不同频率成分的幅值进行调整, 通带内的频率成分一般不衰减甚至得到放大, 而阻带内的成分通常被衰减, 以减少这些成分在原始信号中所占的比重或影响, 这是通过滤波器的幅频响应  $|H(e^{j\omega})|$  来实现的; 二是对信号的不同频率成分产生相应的相移, 这是通过滤波器的相频响应  $\text{Arg}[H(e^{j\omega})]$  来实现的。滤波器的线性相位指的是不同频率成分的时间延时是相同的, 则总体上输出信号相对于输入信号不发生相位失真, 仅发生一定的延迟。在超声相控阵成像系统中借助于零相位滤波正是巧妙地实现了对超声回波信号的滤波处理,

同时保证群延时为零,即处理后的回波信号仍具有正确的到达时间。

借助于两次滤波和信号翻转的组合以实现零相位滤波的具体方法有两种: FRR 和 RRF。FRR 零相位滤波过程如图1所示。设滤波器单位脉冲响应序列  $h(n)$ , 对应的  $Z$  变换 ( $Z$  transformation) 为  $H(Z)$ 。FRR 先将输入序列  $x(n)$  按顺序输入到滤波器  $H(Z)$  中进行滤波, 即前向滤波; 然后将所得的结果序列  $y_1(n)$ , 翻转后得到序列  $y_1(-n)$ ,  $y_1(-n)$  再次输入到滤波器  $H(Z)$  中, 即反向滤波; 再将所得结果  $y_2(n)$  逆转后输出, 即反向输出; 最后得到精确的零相位失真的输出序列  $y(n)$ 。RRF 先将输入信号序列反转后通过滤波器, 然后将所得结果逆转后再次通过滤波器, 这样所得结果即为精确零相位失真的输出序列<sup>[9]</sup>。不管是哪种具体方法都需要预先设计具有特定幅频特性的滤波器  $H(e^{j\omega})$ 。

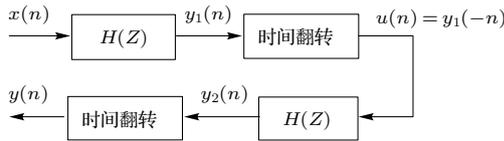


图1 FRR 零相位滤波过程

Fig. 1 Zero phase filtering based on FRR

FRR 简单的推导过程<sup>[5]</sup>如下:

$$Y_1(Z) = H(Z)X(Z), \quad (1)$$

$$U(Z) = \sum_n y_1(-n)Z^{-n} = \sum_n y_1(n)Z^n = Y_1(Z^{-1}), \quad (2)$$

$$Y_2(Z) = U(Z)H(Z), \quad (3)$$

$$Y(Z) = \sum_n y_2(-n)Z^{-n} = \sum_n y_2(n)Z^n = Y_2(Z^{-1}). \quad (4)$$

联立以上4式, 可以推得整个零相位过程的等效传输函数  $H_{eq}(Z)$ :

$$H_{eq}(Z) = Y(Z)/X(Z) = H(Z)H(Z^{-1}). \quad (5)$$

即等效系统频率响应为

$$H_{eq}(e^{j\omega}) = H(e^{j\omega})H(e^{-j\omega}) = |H(e^{j\omega})|^2. \quad (6)$$

也就是说, FRR 滤波过程真正实现了对输入信号  $x(n)$  的群延时为零的滤波处理, 仅对其各频率成分进行了幅度调整。RRF 的推导过程与 FRR 类似, 这里不再赘述。因此, 设计零相位滤波时, 主要是设计满足特定需求的具有特定幅频响应特性的基础滤波器  $H(Z)$ 。在上述推导过程中, 并未指定滤波器  $H(Z)$  为有限脉冲响应滤波器 (FIR) 还是无限脉冲响应滤波器 (IIR)。本文在后续章节中, 将基于 FIR 的 FRR 零相位滤波称为 FIR FRR, 将基于 IIR 的 FRR 零相位滤波称为 IIR FRR。

## 2 IIR FRR 零相位滤波的设计与分析

FRR 或 RRF 的过程对输入信号的相位最终不产生影响, 因此我们在设计基础滤波器  $H(Z)$  时主要关注其幅频特性, 使其幅频特性满足我们的具体应用需求即可。下面以带通 FRR 零相位滤波为例, 设计 IIR FRR 和 FIR FRR 的基础滤波器  $H(Z)$ 。FIR FRR 主要用于与 IIR FRR 进行对比。

### 2.1 基础滤波器的设计

分别设计幅频特性参数如表1所示的 FIR 和 IIR 滤波器。前者采用等波纹 (Equiripple) 法, 后者采用契比雪夫 II (Chebyshev II) 法。

设计的 FIR 和 IIR 滤波器的幅频响应曲线如图2所示。前者为 57 阶, 即  $N = 57$ , 后者为 12 阶, 即  $N = 12$ , 其中  $N_b = 12$ 。在表1所示的幅频响应特性参数的约束下, 两种情况设计的幅频响应曲线在通带内的形状差不多, 主要差异在于低频范围内的通带到阻带的过渡带上, IIR 滤波器更窄。其中 IIR 滤波器的零极点分布如图3所示。距离单位圆最近的极点是  $0.9484 \pm 0.2190i$ 。

表1 带通滤波器幅频特性描述参数

Table 1 Bandpass filter amplitude-frequency characteristic parameters

采样率 $F_s/\text{MHz}$	通带下限频率 $F_{\text{pass1}}/\text{MHz}$	通带上限频率 $F_{\text{pass2}}/\text{MHz}$	阻带上限频率 $F_{\text{stop1}}/\text{MHz}$	阻带下限频率 $F_{\text{stop2}}/\text{MHz}$	带内增益 $A_{\text{pass}}/\text{dB}$	阻带衰减 1 $A_{\text{stop1}}/\text{dB}$	阻带衰减 2 $A_{\text{stop2}}/\text{dB}$
50	2	10	1	12	0	30	30

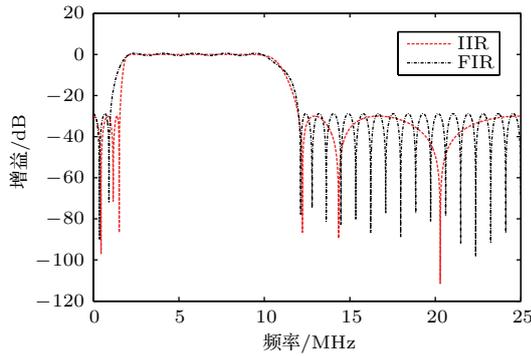


图2 IIR和FIR滤波器幅频特性曲线

Fig. 2 Amplitude-frequency curves of IIR and FIR filters

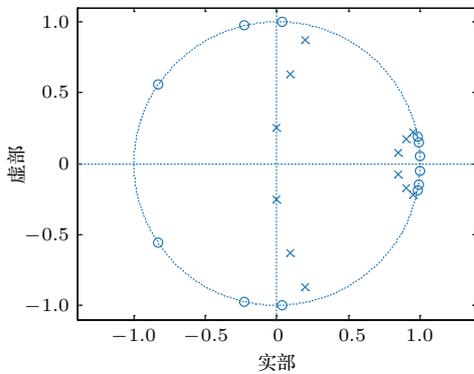


图3 IIR滤波器零极点图

Fig. 3 Pole-zero diagram of IIR filter

### 2.2 FRR运算量分析

设  $x(n)$  为长度为  $N_x$  的因果序列, 即  $n \in [0, N_x - 1]$ 。对于一个  $N$  阶的直接型FIR滤波器, 根据公式(7)可以推知, 完成  $N$  阶的FIR滤波需要的运算量为  $(N + 1)(N_x - N + 1)$  次乘法,  $N(N_x - N + 1)$  次加法。

$$y(n) = x(n) \cdot h(n) = \sum_{m=0}^N x(n - m) h(m). \quad (7)$$

对于一个  $N$  阶的直接I型IIR滤波器, 根据递推公式(8)可以推知, 完成  $N$  阶的IIR滤波需要的运算量<sup>[13]</sup> 为  $(N + N_b + 1)(N_x - N + 1)$  次乘法,  $(N + N_b)(N_x - N + 1)$  次加法。其中,  $N_b$  为IIR滤波器传输函数  $H(Z)$  的分子多项式的阶数,  $N_b \leq N$ 。需要注意的是, 这里假定两种情况下输出序列的长度都仅取决于已知的输入序列  $x(n)$  和滤波器阶数, 即输出序列  $y(n)$  的序列号范围均为  $n \in [N, N_x]$ 。

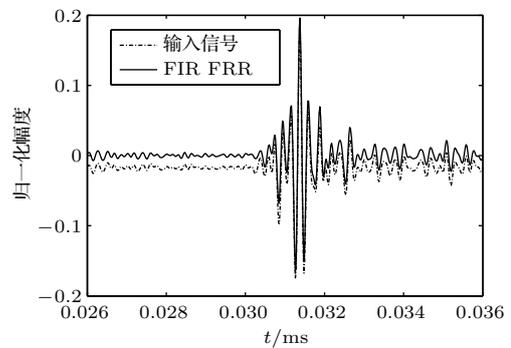
$$y(n) = \sum_{m=0}^{N_b} b_m x(n - m) - \sum_{m=1}^N a_m y(n - m). \quad (8)$$

因此, 上述的57阶FIR和12阶IIR滤波器直接I型实现时的运算量如表2所示, 其中, 输出序列长度  $N_y = 16384$ , 输入序列长度  $N_x = 16384 + N - 1$ 。由此看出, 理论上, 前者的运算量约是后者的2倍多。

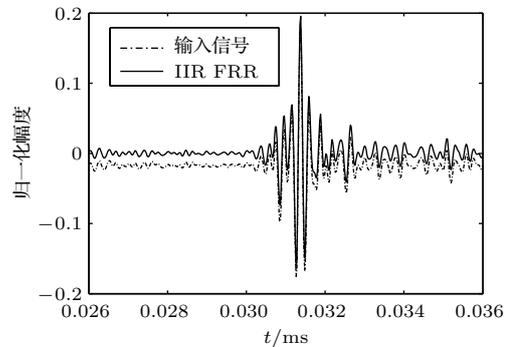
表2 FIR和IIR运算量理论值

Table 2 Amount of calculation comparison between FIR and IIR

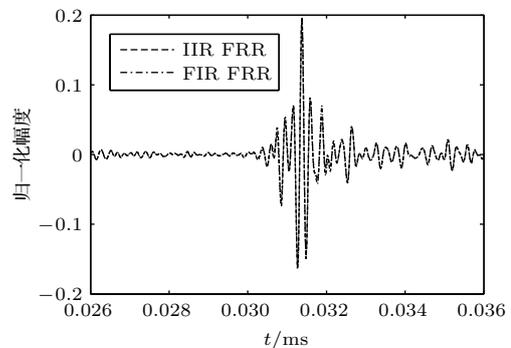
	乘法次数	乘法次数之比	加法次数	加法次数之比
57阶FIR	$16384 \times 58$	2.32	$16384 \times 57$	2.37
12阶IIR	$16384 \times 25$		$16384 \times 24$	



(a) FIR FRR



(b) IIR FRR



(c) IIR FRR和FIR FRR的比较

图4 FIR FRR和IIR FRR零相位滤波结果比较  
Fig. 4 Comparison of zero-phase filtering results of FIR FRR and IIR FRR

在Matlab中,利用设计的FIR和IIR滤波器对射频回波信号进行FRR零相位滤波处理,对原始回波信号进行FIR FRR和IIR FRR的滤波结果如图4(a)和图4(b)所示。由图4可知,IIR FRR同FIR FRR一样,也可以实现零相位滤波的功能。滤波前后,FIR FRR和IIR FRR的细节比较如图5所示,两种情况输出信号的时间位置相同,在幅度上只有较小的差异,造成差异的原因是两种滤波器的幅频特性曲线并不是完全相同的。因此,在几乎一致的幅频响应特性情况下,FIR滤波器的阶数约为IIR滤波器阶数的5倍,理论上的运算量约是IIR滤波器的2倍多。

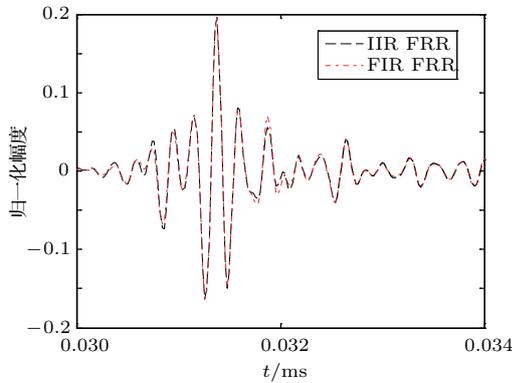


图5 FIR FRR和IIR FRR滤波结果的细节比较  
Fig. 5 Detailed comparison of FIR FRR and IIR FRR results

### 3 IIR FRR用于超声成像后处理

为了比较IIR FRR和FIR FRR的超声成像效果,设计两组成像实验,分别利用FIR FRR和IIR FRR对原始信号进行零相位滤波,然后经过相同的其他后处理后获得超声成像结果,并对结果进行比较。从原始数据到成像的整个后处理过程如图6所示。两组成像实验分别为:(1)单孔成像,(2)多孔成像。采用由课题组自主研发的UA special I超声相控阵系统采集一帧原始回波数据,采集时使用的试块和换能器的放置形式如图7和图8所示。图7中,试块在深度25 mm处有一个直径为1 mm的通孔,相控阵换能器通过耦合剂与试块表面直接耦合,聚焦深度为25 mm。图8中的试块为标准的B型便携式相控阵试块,由济宁模具厂生产,检测时换能器中心位于18-φ2排孔最左侧两个孔的中间连线上,

以18-φ2排孔为检测时的主要目标,聚焦深度设为50 mm。数据采样率为50 MSPS,超声相控阵换能器中心频率为5 MHz。

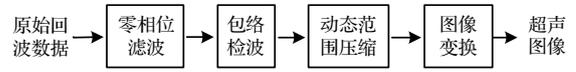


图6 超声成像后处理过程

Fig. 6 Post-processing of ultrasonic imaging involving zero-phase filtering

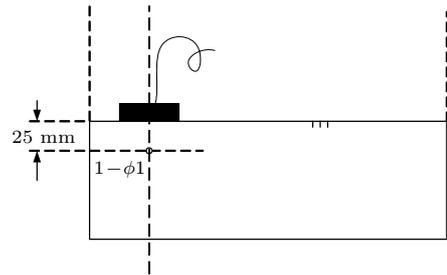


图7 数据采集时试块和换能器位置示意图——单孔  
Fig. 7 Test block and transducer position during data acquisition (single hole)

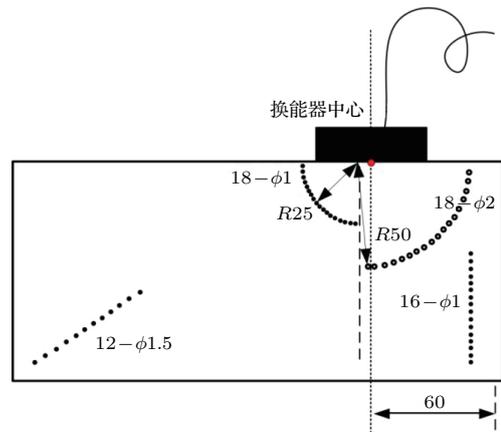


图8 数据采集时试块和换能器位置示意图——多孔  
Fig. 8 Test block and transducer position during data acquisition (a row of holes)

#### 3.1 基于IIR FRR的超声成像

利用图7情况下采集的回波数据集,经过图6所示的处理过程,其中的零相位滤波的过程分别利用FIR FRR和IIR FRR完成,最终形成如图9所示的单孔成像结果。由图9可知,经FIR FRR和IIR FRR处理后的数据的成像效果几乎完全相同,视觉上难以分辨差异。

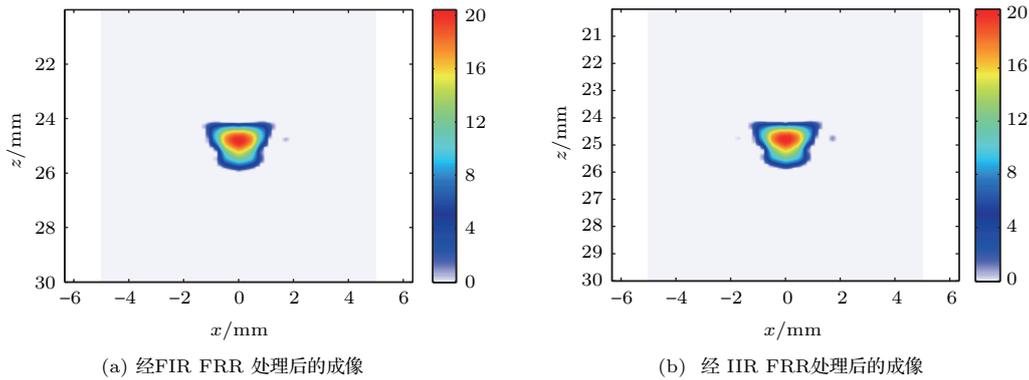


图9 FIR FRR 和 IIR FRR 成像结果——单孔

Fig. 9 Imaging based on FIR FRR and IIR FRR (single hole)

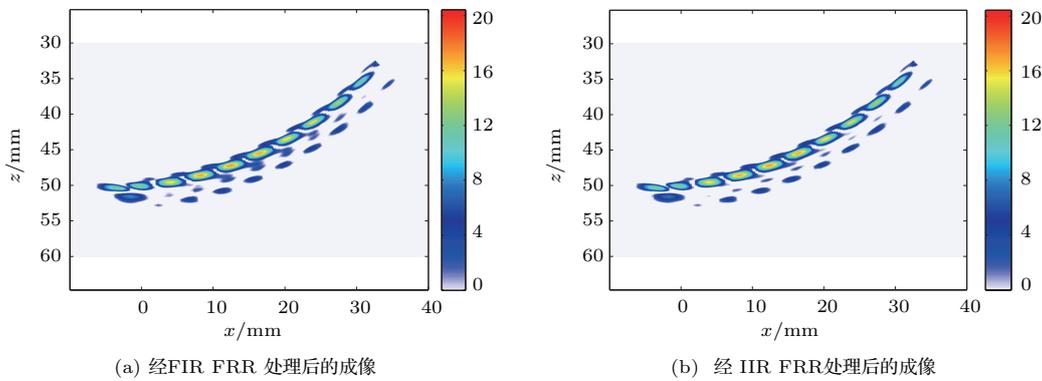


图10 FIR FRR 和 IIR FRR 成像结果——多孔

Fig. 10 Imaging based on FIR FRR and IIR FRR (a row of holes)

另外,利用图8情况下采集的回波数据集,经过图6所示的处理过程,其中的零相位滤波分别利用FIR FRR和IIR FRR完成,最终对18-φ2排孔形成如图10所示的成像结果。由图10可知,在复杂的多孔成像情况下,经FIR FRR和IIR FRR处理后的数据的成像效果也几乎完全相同,仅在18-φ2后方的伪影处存在极其细微的差别,这是由于两种滤波器的幅频特性曲线并不是完全相同导致的。

由成像结果可以看出,IIR FRR可以实现与FIR FRR几乎相同的零相位滤波性能,得到几乎一致的超声成像效果。

### 3.2 算法实时性的验证

系统后端采用8核处理器TMS320C6678进行处理,利用定时器统计连续执行1000次FIR FRR和IIR FRR零相位滤波的时间,然后计算平均一次FRR零相位滤波的时间。57阶FIR和12阶IIR采用直接I型网络结构实现,数据格式采用浮点格式,其中,输出序列 $y(n)$ 的长度 $N_y = 16384$ ,输入序列

$x(n)$ 长度 $N_x = 16384 + N - 1$ 。统计结果如表3所示。需要注意的是,在统计时间时,保持两种滤波过程采用相同的程序结构来实现,保证调用相同的函数,以及在调用函数时保证采用相同的调用格式,以保证在两种情况下,滤波算法的结构、实现的具体方式是相同的,从而尽可能减少其他因素对处理时间的影响。

从表3中可以看出:基于12阶IIR的FRR(直接I)比FIR FRR(直接I)耗时少,后者是前者的1.71倍。

表3 FIR FRR和IIR FRR耗费的时间对比  
Table 3 Time consumed during FIR FRR and IIR FRR

	FRR的时间/ms	FRR的时间之比
FIR FRR(直接I)	3.128	1.83
IIR FRR(直接I)	1.711	

## 4 讨论

### (1) 处理时间

从理论角度分析,实现幅频响应类似的滤波,IIR确实相比FIR运算量低很多,如表2所示。保守来讲,IIR甚至仅为FIR的1/2。

由表3可知,采用直接型I结构实现高阶IIR滤波器时,相对于采用直接型结构的FIR,IIR FRR的处理效率优于FIR FRR。对比表2和表3,相比基于57阶FIR的FRR,基于12阶的IIR(直接I型)的FRR处理时间确实更短,但并没有达到约2倍多的处理效率的提升。这是因为FRR的过程包括两次滤波和两次序列的翻转,滤波耗时只是FRR处理总时间的一部分,在硬件处理器上执行FRR算法的时间,不仅包括完成两次FIR或IIR滤波的时间,还包括序列翻转的时间。这些时间导致最终统计的时间效率比值不可能达到实现IIR和FIR滤波器本身的时间效率比。

### (2) 稳定性

由于IIR滤波器存在极点,如图3所示。当极点取值在单位圆内时,理论上IIR滤波器是稳定的。但是在硬件处理器上实现时,滤波参数的量化或截断效应可能会引起实际滤波器极点位置的偏移,从而会引起滤波器出现不稳定的情况。在定点处理器中,这种问题尤为突出。但是FIR滤波器由于只存在零点,不会出现不稳定的问题。从这个角度上说,FIR滤波器实现起来更容易,更稳定,对参数数据占位宽度或精度的要求更低。因此基于IIR的FRR更适用于浮点处理器。

## 5 结论

基于IIR FRR零相位滤波可以实现与FIR FRR相当的处理效果。当IIR滤波器采用直接I型结构直接实现时,相对于FIR FRR,IIR FRR可以在保证成像效果的前提下,将处理效率提升近1倍。在实际实时超声成像系统中,为了获得更高的处理效率,实现更高的帧率,可以选择采用IIR FRR零相位滤波取代FIR FRR。尤其在浮点型硬件处理器中,采用直接型IIR实现FRR零相位滤波,可

以一定程度上提高处理效率。在实际应用中,需要仔细权衡FIR FRR和IIR FRR零相位滤波器在性能、时效、精度、稳定性、可控性、占用内存等多方面的要求,合理选择采用何种方式实现零相位滤波处理。

## 参 考 文 献

- [1] 赵大丹. 超声相控阵成像关键算法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
- [2] Xiao K, Wang Q, Hu D. Post signal processing of ultrasonic phased array inspection data for non-destructive testing[J]. *Procedia Engineering*, 2012, 43(7): 419-424.
- [3] He A, Ustuner K. Noise estimation method and apparatus for noise adaptive ultrasonic image processing, US: 6704437[P]. 2004-03-09.
- [4] Abdessalem B, Redouane D. Ultrasonic flaw detection in composite materials using SSP-MPSD algorithm[J]. *Journal of Electrical Engineering & Technology*, 2014, 9(5): 1753-1761.
- [5] Oruklu E, Vallina F M, Saniie J. Efficient hardware realization of frequency-diverse ultrasonic flaw detection using zero-phase IIR filters[C]. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 2005.
- [6] 王世一. 数字信号处理[M]. 修订版. 北京: 北京理工大学出版社, 2006.
- [7] 张红梅, 韩万刚. FIR滤波器时延分析及其在信号融合中的应用[J]. *武汉大学学报: 工学版*, 2016, 49(2): 303-308. Zhang Hongmei, Han Wangang. Time-delay analysis of FIR filter and its application to signal fusion[J]. *Engineering Journal of Wuhan University*, 2016, 49(2): 303-308.
- [8] Ling Z, Liu F, Kong S, et al. Application of zero-phase digital filter in ultrasonic pressure measurement[C]. *International Conference on Electric Information and Control Engineering*, 2011.
- [9] 纪跃波, 秦树人, 汤宝平. 零相位数字滤波器[J]. *重庆大学学报: 自然科学版*, 2000, 23(6): 4-7. Ji Yuebo, Qin Shuren, Tang Baoping. Digital filtering with zero phase error[J]. *Journal of Chongqing University: Natural Science Edition*, 2000, 23(6): 4-7.
- [10] Oruklu E, Saniie J. Hardware-efficient realization of a real-time ultrasonic target detection system using IIR filters[J]. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 2009, 56(6): 1262-1269.
- [11] 陈怀琛. 数字信号处理教程: MATLAB释义与实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2013.
- [12] 吴文焘, 吕焱. 超声成像中的级联积分梳状滤波器正交解调算法[C]. 中国声学学会青年学术会议, 2011.
- [13] Oppenheim A V, Schafer R W, Buck J R. *Discrete-time signal processing*[M]. 2nd Edition. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1999.