

纪念应崇福院士诞辰 100 周年

大张角共焦换能器对振动声成像的影响*

戚萌 刘晓宙[†] 刘杰惠 毛一葳

(南京大学声学研究所 近代声学教育部重点实验室 南京 210093)

摘要 振动声成像是超声成像的一种重要形式,它可以得到包含共焦区组织的弹性信息和声衰减信息的信号,将接收到的信号用于成像即可获得反映组织特性的图像。该文对大张角共焦换能器作用下振动声成像中声辐射力和切变位移进行了理论计算和数值模拟,并通过改变张角变化及频率大小研究其对声辐射力和切变位移的影响。这项工作为大张角共焦换能器在振动声成像中的应用提供了理论支持。

关键词 振动声成像,声辐射力,剪切波位移

中图法分类号: O424

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2018)05-0751-07

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2018.05.021

Influence of the confocal transducer with a wide aperture angle on vibro-acoustography

QI Meng LIU Xiaozhou LIU Jiehui MAO Yiwei

(Key Laboratory of Modern Acoustics, MOE, and Institute of Acoustics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract Vibro-acoustography is an important form of ultrasonic imaging. It can obtain the signal that contains the elastic information and the acoustic attenuation information of the tissue in confocal area, the received signal can be used for imaging that reflects the characteristics of the tissue. In this paper, under the action of confocal transducer with a wide aperture angle, the theoretical calculation and numerical simulation of acoustic radiation force and shear wave displacement in vibro-acoustography are carried out. The influences of the aperture angle and frequency on acoustic radiation force and shear wave displacement are studied separately. This work provides theoretical support for the application of the confocal transducer with a wide aperture angle used in vibro-acoustography.

Key words Vibro-acoustography, Acoustic radiation force, Shear wave displacement

2018-06-04 收稿; 2018-07-23 定稿

*国家自然科学基金项目(11774167), 声场声信息国家重点实验室开放课题研究基金项目(SKLA201809)

作者简介: 戚萌(1994-), 女, 安徽淮北人, 硕士研究生, 研究方向: 生物医学超声。

[†]通讯作者 E-mail: xzliu@nju.edu.cn

1 引言

振动声成像 (Vibro-acoustography)^[1] 是一种可同时反映组织的弹性性质和组织声学性质变化的超声成像技术,其主要原理是用两束有微小频差 Δf 的共焦超声波聚焦于生物组织内部某处,使共焦区组织受到一交变辐射力的作用而振动,从而向外辐射频率为 Δf 的声波(即产生声辐射力),这一现象被称为超声激发声发射。组织的软硬或弹性反映了组织的病理特性,因此,如何有效提取并利用组织弹性信息来进行医学诊断很有意义。1991年, Ophir 等^[2] 提出了一种新方法用于对软组织的应变 (Strain) 和弹性模量 (Elastic modulus) 分布进行定量成像,即最初的弹性成像 (Elastography)。1993年, Céspedes 等^[3] 第一次将弹性成像方法用于对乳房组织进行活体成像,得到了较好的乳房组织内肿瘤的成像结果。1998年, Fatemi 等^[4] 首次提出了超声激发声发射,并将其用于生物组织成像,称为振动声成像。21世纪初,哈佛大学医学院的 Konofagou 等^[5-6] 把超声激发声发射信号间接用于对接受高强度聚焦超声的组织内温度变化进行无损测量,取得了良好的效果。Callé 等^[7] 则对超声激发声发射信号产生过程中非线性因素的影响进行了初步分析。随着振动声成像的发展,越来越多的人投身到此研究中去。He 等^[1] 研究了不同参数对振动声成像系统侧向分辨率和轴向分辨率的影响,发现增大凹球面聚焦换能器的口径、减小几何焦距等均可以提高系统的侧向分辨率和轴向分辨率,但改变凹球

面换能器的分割比例对两种分辨率的影响不相同。Giannoula 等^[8] 研究了振动声成像中声辐射力的振幅和空间分布,从衰减介质的角度分析了调制辐射力的特性,研究了各种参数对其振幅和空间分布的影响。研究发现通过对波束的共焦几何形状的选择,以及初始声压和中心频率的选择,可以对辐射力的空间分布进行优化。

前人关于振动声成像的研究中有考虑不同参量对成像轴向、纵向分辨率的影响,局部剪切波的特性等^[8-11],这些研究均在小张角共焦换能器的基础上,根据以往的经验可知,大张角聚焦换能器相对于小张角换能器有较好的聚焦效果,大张角共焦换能器条件下的振动声成像效果可能更好,因此,本文研究了大张角共焦换能器条件下不同参量对振动声成像中声辐射力及剪切波的影响。

本文首先由椭球声束方程 (Spheroidal beam equation, SBE) 得到大张角共焦换能器下所产生的声场,然后求得声辐射力及剪切波位移,研究不同张角变化和中心频率对焦域处的声辐射力和剪切波位移的影响。这项工作为大张角共焦换能器在振动声成像应用中提供了理论支持。

2 理论和计算模型

如图1(a)所示,大张角共焦换能器模型由一个大张角球面聚焦换能器 A 和一个大张角环状聚焦换能器 B 组成, A 和 B 的中心轴在一条线上且焦距位于同一点, A 和 B 的横截面为同心圆,中间存在间隙。由图1(b)可知,即 $a_{21} > a_1$, 其中 a_1 为 A 的开口

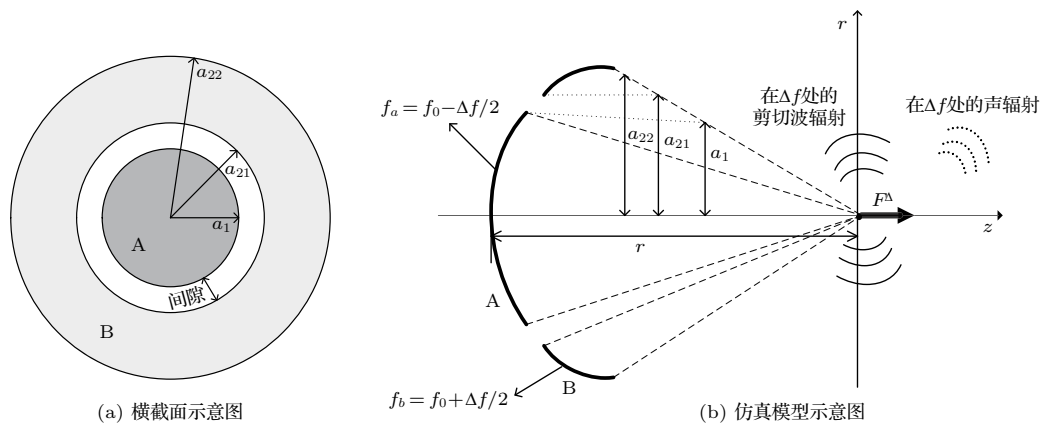


图1 大张角共焦换能器

Fig. 1 The confocal focused transducer with a wide aperture angle

半径即共焦换能器内径, a_{21} 为B的内径, a_{22} 为B的开口半径即共焦换能器外径, r 为共焦换能器的几何焦距亦即A和B有相同的几何焦距, f_0 为共焦换能器的中心频率, Δf 为差频波的频率, 大张角球面聚焦换能器A和大张角环状聚焦换能器B的中心频率^[8] 分别为 $f_0 - \Delta f/2$ 和 $f_0 + \Delta f/2$ 。

因大张角共焦换能器由大张角球面聚焦换能器A和大张角环状聚焦换能器B两部分组成, 两部分均属于大张角情况, 以往的Khokhlov-Zabolotskaya-Kuznetsov(KZK)方程不再适合此情况, 使用SBE方程计算其声场 \bar{p}_a 、 \bar{p}_b 如下:

$$\bar{p}_a = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{an} e^{-in\tau_a} \approx \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} C_{an} e^{-in\tau_a}, \quad (1)$$

$$\bar{p}_b = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{bn} e^{-in\tau_b} \approx \sum_{n=-N_{\max}}^{N_{\max}} C_{bn} e^{-in\tau_b}. \quad (2)$$

声吸收系数(声衰减系数)和频率的关系如下:

$$\alpha(nf) = \alpha_*(nf/f_*)^\mu = \alpha_* \cdot n^\mu (f/f_*)^\mu, \quad (3)$$

其中, α_* 是声波频率为 f_* 时媒质的声吸收系数, f 为声波频率, 其中 $f_a = f_0 - \Delta f/2$, $f_b = f_0 + \Delta f/2$, 又因为 $f_0 \gg \Delta f$, 故 $f_a \approx f_b$ 。指数 μ 在水中一般取2, 在生物组织如肝脏中一般取1.14。

声辐射力的表达式可写为^[8,12-13]

$$\begin{aligned} F^\Delta(r, z, t) &= \frac{2\alpha_{\text{tot}} I^\Delta(r, z, t)}{c_0} \\ &= \frac{2\alpha_{\text{tot}}}{c_0} \cdot \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \left(\underline{p}_a(r, z) \underline{v}_b^*(r, z) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \underline{p}_b(r, z) \underline{v}_a^*(r, z) \right) e^{j2\pi\Delta ft} \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中,

$$v_i = \frac{p_i}{\rho_0 c_0}, \quad i = a, b, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{tot}} &= \alpha_{\text{beam-A}} + \alpha_{\text{beam-B}} \\ &= \alpha_* \cdot n^\mu (f_a/f_*)^\mu + \alpha_* \cdot n^\mu (f_b/f_*)^\mu \\ &= 2\alpha_{\text{beam-A}} = 2\alpha_{\text{beam-B}}, \end{aligned} \quad (6)$$

将所得 p_a 、 p_b 、 v_a 、 v_b 代入式(4), 可得声辐射力表达式。

大张角共焦超声换能器引起的剪切波的讨论是基于声辐射力的基础上, 在很多振动声成像的应用^[4,9-10,14-15]中, 声辐射力被认为是个由几何焦距产生的空间的 δ 函数。

由式(4)可知^[4,8,12-13,16-17]声辐射力表达式可写为

$$\begin{aligned} F^\Delta(0, D, t) &= \frac{2\alpha_{\text{tot}} I^\Delta(0, D, t)}{c_0} \\ &= \frac{2\alpha_{\text{beam-A}}}{\rho_0 c_0^2} \cdot p_a(0, D) \cdot p_b(0, D) \cdot \cos(2\pi\Delta ft). \end{aligned} \quad (7)$$

作为声辐射力的响应, 由几何焦距处产生 Δf 的调制剪切波可由声辐射力与切变格林函数卷积得到^[9,11,15,18-19]:

$$\begin{aligned} \mu_s(r, z, t) &= F^\Delta(0, D, t) * G_s(r, z, t) \\ &= \int_0^T F^\Delta(0, D, t - \tau) \cdot G_s(r, z, \tau) d\tau \\ &= \frac{2\alpha_{\text{tot}}}{4\pi\rho_0^2 c_0^2} \cdot \frac{p_a(0, D)p_b(0, D)}{rc_s\sqrt{2\pi v_s}} \\ &\quad \times \int_0^T \tau^{-1/2} \exp\left[-\frac{(\tau - r/c_s)^2 c_s^2}{2v_s\tau}\right] \\ &\quad \times \cos(2\pi\Delta f(t - \tau)) d\tau, \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $*$ 表示卷积, r 表示观测点距离几何焦距的距离, T_0 是声辐射力的辐射持续时间, c_s 为剪切波在介质中传播速度, v_s 为动力学上切变粘度 ($v_s = \eta_s/\rho = 9.5 \times 10^{-5}$, η_s 为切变粘度), $G_s(r, z, t)$ 为基于Voigt的近似粘弹性格林函数, 可表示为^[15]

$$\begin{aligned} G_s(r, z, t) &= \frac{1}{4\pi\rho c_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi v_s t}} \cdot \frac{1}{r} \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{(t - r/c_s)^2 c_s^2}{2v_s t}\right], \end{aligned} \quad (9)$$

根据式(9)可求得剪切波的位移。

3 数值模拟

为了验证仿真模型的正确性, 本文将模拟结果包括声辐射力及切变位移结果分别与已发表文献中的结果进行比较。

首先验证声辐射力计算模型的正确性, 设置参数与参考文献^[15]一致, 即共焦换能器外径为25 mm, 内径为14.8 mm, 环状换能器的内径为16.8 mm, 几何焦距为67 mm, 中心频率为3.2 MHz, 差频频率为50 kHz, 保持换能器与肝脏组织表面距离为67 mm, 其中换能器和肝脏组织均置于水中。图2表明, 当所用参数一致时, 本文声辐射力计算模型焦点处的声强为13 Pa, 文献^[13]中焦点达到的声强约14 Pa。两个仿真模型得到的结果基本完全相

同,确认了本文中所用关于声辐射力数值仿真模型的正确性。

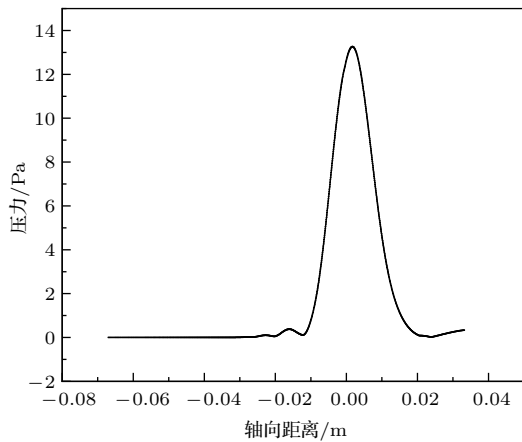


图2 轴向压力对比图

Fig. 2 The axial distribution of axial pressure

然后验证切变位移计算模型的正确性,得到的切变位移均使用归一化位移,设置参数与参考文献[9]一致,即共焦换能器外径为21 mm,内径为14 mm,环状换能器的内径为13 mm,几何焦距为70 mm,中心频率为2.0 MHz,差频频率为500 Hz,声波在水中的传播速度为1550 m/s,剪切波在介质中传播速度为3 m/s,介质的剪切粘度为0.15 Pa·s,辐射时间为1.2 ms,观测点距几何焦距的距离为1.1 mm,其中换能器和肝脏组织均置于水中。由图3可知,本文切变位移计算模型得到的结果变化趋势为类似正弦波变化,与文献[9]变化趋势基本相同,确认了本文中所用计算切变位移数值仿真模型的正确性。

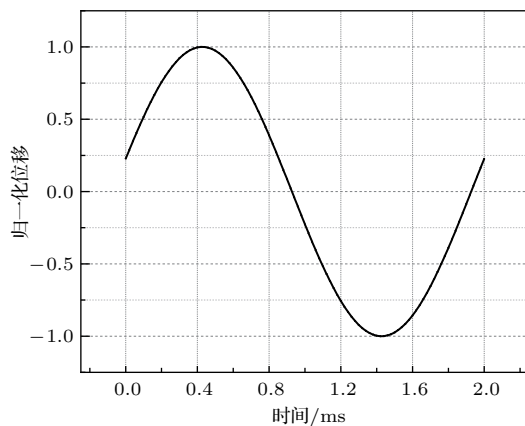


图3 本文的仿真结果

Fig. 3 The simulation result of this paper

验证了模型的正确性,在此基础上,本文主要研究针对大张角共焦换能器的不同参量对声辐射力、剪切波位移的影响,参量主要包括换能器几何张角和频率,通过研究其对声辐射力的影响,来选择更适合实际需要的共焦换能器以提高振动声成像的效率。声场参数如表1所示。

表1 声场参数^[8,20]

Table 1 Sound field parameters^[8,20]

| 媒质 | $\rho_0/$ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$) | $c_0/$ ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$) | $\alpha_*/$ ($\text{Np}\cdot\text{m}^{-1}\text{MHz}^{-1}$) | β_0 | μ |
|----|--|--|---|-----------|-------|
| 水 | 1050 | 1550 | 0 | 3.50 | 2.00 |
| 肝脏 | 1050 | 1596 | 1.2 | 6.00 | 1.14 |

3.1 改变张角的仿真计算结果

改变共焦换能器的张角有两种方案。方案一:改变大张角球面聚焦换能器的开口半径以改变张角,与此同时保持环状换能器的张角不变,这里称球面聚焦换能器的张角为内角;方案二:改变大张角环状换能器的开口半径以改变张角,与此同时保持球面换能器的张角不变,这里称环状换能器的张角为外角。因这里所取的 $a_{21} > a_1$,导致 a_{21} 变化受限,这里对改变环状换能器的内径 a_{21} 的方案不做分析。研究表明,当 $a_{21} > a_1$ 时,可以有效降低共焦换能器之间的共振等相互作用,且实际可操作性强,故取 $a_{21} > a_1$,但是当两者相同时亦可。以下对两种方案分别进行仿真模拟,分析其结果,这两种方案采用相同的中心频率 $f_0 = 1.5$ MHz,差频频率 $\Delta f = 50$ Hz,相同的几何焦距 $r = 10$ cm,初始声压 $p_0 = 100$ kPa。

方案一所用参数如表2所示。固定环状换能器的内外径均不变,改变球面聚焦换能器的开口半径

表2 方案一所用参数

Table 2 The parameter used in the first scheme

| a_1/cm | a_{21}/cm | a_{22}/cm | r/cm | $\theta_{\text{内}}/(\text{°})$ | $\theta_{\text{外}}/(\text{°})$ |
|-----------------|--------------------|--------------------|---------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 2.5 | 4.5 | 5 | 10 | 14.48 | 30 |
| 3 | 4.5 | 5 | 10 | 17.46 | 30 |
| 3.5 | 4.5 | 5 | 10 | 20.49 | 30 |
| 4 | 4.5 | 5 | 10 | 23.58 | 30 |

分别为2.5 cm、3 cm、3.5 cm、4 cm，对应的内角的变化为14.48°、17.46°、20.49°、23.58°，其中包含小张角。

由图4和图5可知，随着开口半径由2.5 cm增加到4 cm，内角由14.48°增加到23.58°。可以发现，当内角由小张角变为大张角时，共焦换能器在焦点处的声辐射力的增加显著，共焦换能器在焦点处的最大归一化切变位移的增加显著，且随着内角的增加，共焦换能器在焦点处的声辐射力持续增加，最大归一化切变位移数值增加。可以理解成当初始声压一致时，增加球面换能器的开口半径，增加了辐射的声功率，所以聚焦效果增强，焦域增加，声辐射力增加，焦点处声辐射力产生了剪切波，故导致切变位移增加。由此可知，当想要增加声辐射力、切变位移时，增加球面聚焦换能器的张角为其中一种方法。

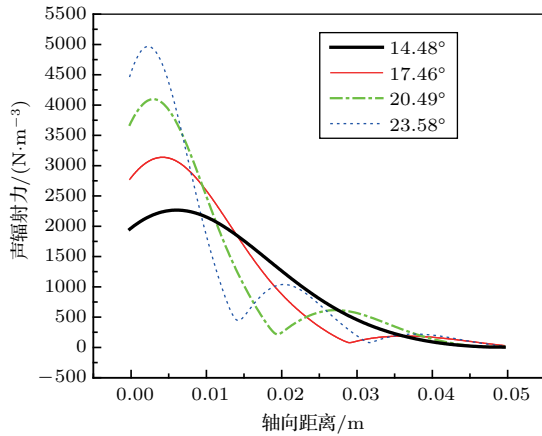


图4 不同内角下的声辐射力的轴向分布

Fig. 4 The axial distribution of acoustic radiation forces at different inner half-aperture angles

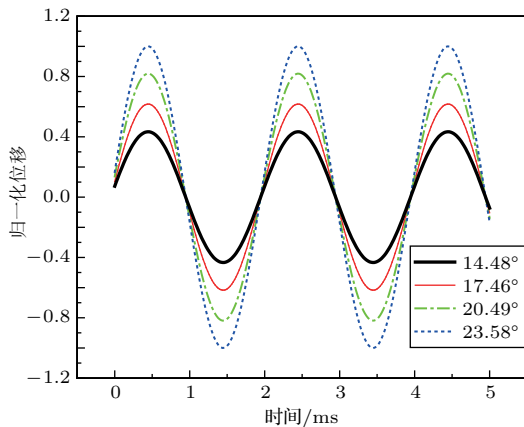


图5 不同内角下的归一化切变位移随时间变化

Fig. 5 The normalized shear displacements changing with time at different inner half-aperture angles

方案二所用参数如表3所示。固定球面换能器的开口半径以及环状换能器的内径不变，改变环状聚焦换能器的开口半径分别为5 cm、5.5 cm、6 cm，对应的内角的变化为30.00°、33.37°、36.87°，这里因为换能器结构原因，不讨论环状聚焦换能器张角为小张角的情况。

表3 方案二所用参数

Table 3 The parameter used in the second scheme

| a_1/cm | a_{21}/cm | a_{22}/cm | r/cm | $\theta_{\text{内}}/(\text{°})$ | $\theta_{\text{外}}/(\text{°})$ |
|-----------------|--------------------|--------------------|---------------|--------------------------------|--------------------------------|
| 3 | 4.5 | 5 | 10 | 17.46 | 30.00 |
| 3 | 4.5 | 5.5 | 10 | 17.46 | 33.37 |
| 3 | 4.5 | 6 | 10 | 17.46 | 36.87 |

由图6和图7可知，随着环状换能器的开口半径的增加，外角增加，在焦点处的声辐射力增加，在焦点处产生的最大归一化切变位移增加。可以理解成当声压一致时，固定环状换能器内径不变，增大开口半径，亦即增大了环状聚焦换能器的声辐射功率，在球面换能器各项参数不变的基础上，增加了环状换能器的声辐射功率，当共焦换能器在焦点区域的声辐射力增强，焦点处声辐射力产生了剪切波，故导致切变位移增加。由此可知，当想要提高切变位移时，增加环状聚焦换能器的张角为另一种可行的办法。

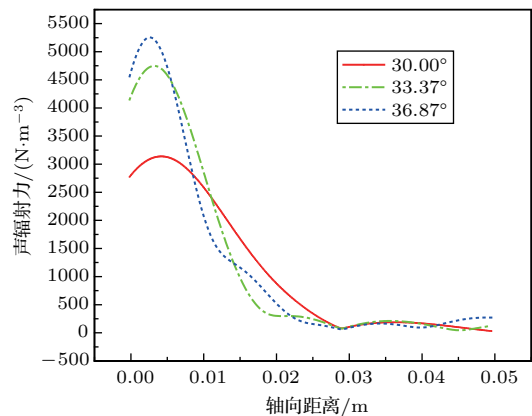


图6 不同外角下的声辐射力的轴向分布

Fig. 6 The axial distribution of acoustic radiation forces at different external half-aperture angles

综上所述可知，当增加球面聚焦换能器开口半径或者环状换能器开口半径时，焦点区域的声辐射力增加，焦点处的切变位移增加，所以增加共焦换能器的

张角可以使焦点处的声辐射力、切变位移增加。另与球面聚焦换能器为小张角时进行比较,发现大张角球面换能器声辐射力、切变位移均有显著增加,这也是大张角共焦换能器的优势。在实际应用中,当需要较大的声辐射力、切变位移时,大张角共焦换能器为很好的选择,当对声辐射力、切变位移不高时,因为大张角共焦换能器在工艺上的复杂性,此时可以选择小张角共焦换能器。

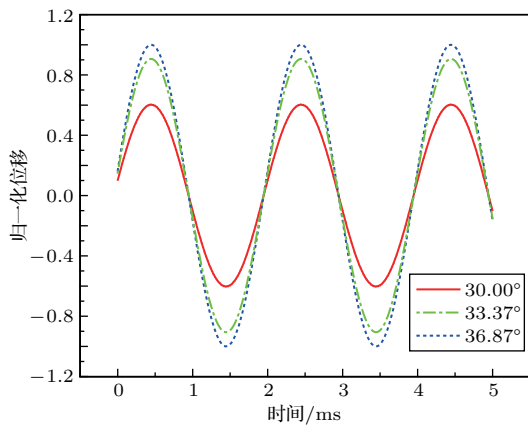


图7 不同外角下归一化切变位移随时间变化

Fig. 7 The normalized shear displacements changing with time at different external half-aperture angles

3.2 改变频率的仿真计算结果

由 $f_a = f_0 - \Delta f/2$ 、 $f_b = f_0 + \Delta f/2$ 可知,共焦换能器频率由两部分组成即中心频率 f_0 和差频频率 Δf ,又因为 $f_0 \gg \Delta f$,故可知差频频率 Δf 的变化对频率的影响较小,且变化范围也较小,故以下仅对中心频率的变化对焦点处的声辐射力和剪切波位移的影响进行仿真模拟,分析其结果。使用参数如下: $a_1 = 3.0$ cm, $a_{21} = 4.5$ cm, $a_{22} = 5$ cm, $r = 10$ cm, $p_0 = 100$ kPa。

由图8和图9可知,不同中心频率对轴向声辐射力和剪切波位移有着显著的影响。当中心频率由1.0 MHz增加到2.5 MHz时,声辐射力及归一化切变位移的最大数值均出现先增加后减小的变化趋势,且最大声辐射力出现的区域后移,越来越接近焦点,即声辐射力的作用区域后移,最大声辐射力越来越接近焦点,频率越大,距离焦点也越近。这和平常思维中的频率越高,聚焦效果越好,声辐射力越大相违背但却不难理解。由式(4)可知,声辐射力由声吸收系数 α_{tot} 和声强 I 共同决定,当频率增加时,声吸

收系数增加,声强减小。起初,声吸收系数占主导地位,声辐射力、归一化切变位移增加,之后声强占主导地位,故声辐射力、归一化切变位移随着频率的增加而减小。随着频率的增加,聚焦区域后移,聚焦区域与焦点的距离也越近,即越接近焦点。在振动声成像实际应用中,选择合适的频率十分重要,但频率的选择不仅仅与声辐射力和切变位移有关,还需考虑其对分辨率等的影响。

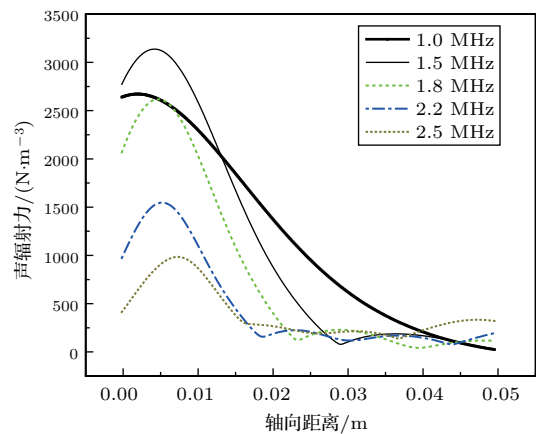


图8 不同频率下的声辐射力的轴向分布

Fig. 8 The axial distribution of acoustic radiation forces at different central frequencies

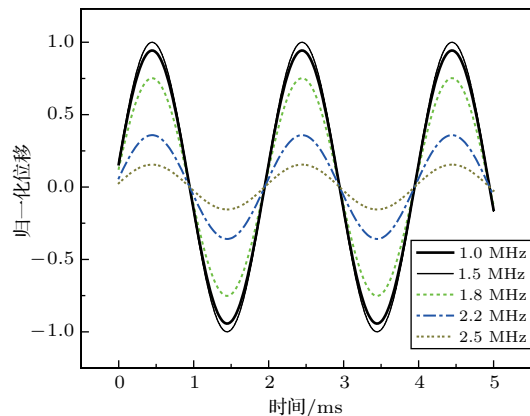


图9 不同中心频率下的归一化切变位移随时间变化

Fig. 9 The axial normalized shear displacements changing with time at different central frequencies

4 结论

本文主要针对大张角共焦换能器的不同参量(主要指张角和频率)对轴向声辐射力、剪切波位移的影响进行研究,发现对于共焦换能器的两个组成部分而言,无论是大张角环状换能器还是大张角球

面换能器,其开口半径增大导致的张角增大均会使焦点处声辐射力、切变位移增加,故增加开口半径以增加张角为增加声辐射力和切变位移的有效手段。另与球面聚焦换能器为小张角时进行比较,发现大张角球面换能器声辐射力、切变位移均有显著增加,这也是大张角共焦换能器的优势。当中心频率增加时,轴向声辐射力、切变位移均出现先增加后减小的趋势,且轴向声辐射力的最大值出现区域向焦点后移,故选择适当的中心频率对获得大小合适区域有效的声辐射力及切变位移特别重要。此研究对运用声辐射力进行的振动声成像提供了一定的理论支持。

参 考 文 献

- [1] He P Z, Xia R M, Duan S M, et al. Resolution of a vibro-acoustography system[J]. *Appl. Acoust.*, 2006, 25(5): 309–318.
- [2] Ophir J, Céspedes I, Ponnekanti H, et al. Elastography: a quantitative method for imaging the elasticity of biological tissues[J]. *Ultrason Imaging*, 1991, 13(2): 111–134.
- [3] Céspedes I, Ophir J, Ponnekanti H, et al. Elastography: elasticity imaging using ultrasound with application to muscle and breast in vivo[J]. *Ultrasonic Imaging*, 1993, 15(2): 73–88.
- [4] Fatemi M, Greenleaf J F. Ultrasound-stimulated vibro-acoustic spectrography[J]. *Science*, 1998, 280(5360): 82–85.
- [5] Konofagou E E, Thierman J, Karjalainen T, et al. The temperature dependence of ultrasound-stimulated acoustic emission[J]. *Ultrasound Med. Biol.*, 2002, 28(3): 331–338.
- [6] Konofagou E, Thierman J, Hynynen K. The use of ultrasound-stimulated acoustic emission in the monitoring of modulus changes with temperature[J]. *Ultrasonics*, 2003, 41(5): 337–345.
- [7] Callé S, Remenieras J P, Bou M O, et al. Presence of non-linear interference effects as a source of low frequency excitation force in vibro-acoustography[J]. *Ultrasonics*, 2002, 40(1): 873–878.
- [8] Giannoula A, Anastasiou B. Analysis of the modulated acoustic radiation-force profile for a dual-beam confocal geometry[J]. *Ultrasonics*, 2014, 54(2): 461–470.
- [9] Giannoula A, Cobbold R S C. Narrowband shear wave generation by a finite-amplitude radiation force: the fundamental component[J]. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 2008, 55(2): 343–358.
- [10] Giannoula A, Cobbold R S C. Mapping the local shear modulus and viscosity using a transient finite-amplitude modulated radiation force[J]. *Ultrasonics*, 2011, 51(3): 340–351.
- [11] Giannoula A, Cobbold R S C, Bezerianos A. Estimating the local viscoelastic properties from dispersive shear waves using time-frequency ridge analysis[J]. *Ultrasonics*, 2013, 53(2): 534–544.
- [12] Palmeri M L, McEavey S A, Trahey G E, et al. Ultrasonic tracking of acoustic radiation force-induced displacements in homogeneous media[J]. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 2006, 53(7): 1300–1313.
- [13] Torr G R. The acoustic radiation force[J]. *Am. J. Phys.*, 1984, 52(52): 402–408.
- [14] Chen S, Fatemi M, Kinnick R, et al. Comparison of stress field forming methods for vibro-acoustography[J]. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 2004, 51(3): 313–321.
- [15] Bercoff J, Tanter M, Muller M, et al. The role of viscosity in the impulse diffraction field of elastic waves induced by the acoustic radiation force[J]. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 2004, 51(11): 1523–1536.
- [16] Fatemi M, Greenleaf J F. Vibro-acoustography: an imaging modality based on ultrasound-stimulated acoustic emission[J]. *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, 1999, 96(12): 6603–6608.
- [17] Lin K, McLaughlin J R, Thomas A, et al. Two-dimensional shear wave speed and crawling wave speed recoveries from in vitro prostate data[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2011, 130(1): 585–598.
- [18] Bercoff J, Tanter M, Fink M. Supersonic shear imaging: a new technique for soft tissue elasticity mapping[J]. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 2004, 51(4): 396–409.
- [19] Catheline S, Gennisson J L, Delon G, et al. Measuring of viscoelastic properties of homogeneous soft solid using transient elastography: an inverse problem approach[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2004, 116(6): 3734–3741.
- [20] Hallaj I M, Cleveland R O, Hynynen K. Simulations of the thermo-acoustic lens effect during focused ultrasound surgery[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2001, 109(1): 2245–2253.