

纪念应崇福院士诞辰 100 周年

声波在含气泡液体中传播特性及产热效应*

袁月^{1†} 苗博雅² 安宇¹

(1 清华大学 北京 100084)

(2 中国船舶工业系统工程研究院 北京 100036)

摘要 该文对含气泡液体中的声波方程采用线性分析方法,研究了超声波在含气泡液体中的传播特性以及产热效应。当声波在含气泡液体中传播时,气泡的存在会影响声波的传播,在声波频率接近气泡共振频率的频段内,声信号在液体中传播时剧烈衰减,而在声波频率远远高于或低于气泡共振频率时,声波的传播基本不受影响。在接近气泡共振的频段内,声波耗散的能量最终转化为热能。同时液体中的气泡会在声波驱动下径向振动并辐射声波,伴随气泡壁在液体中的粘滞振动,热量随之产生。结果表明,两种产热机制分别在不同频段起主导作用。

关键词 含气泡液体,产热效应,传播特性

中图法分类号: O424

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2018)05-0717-05

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2018.05.016

Investigation on sound transmission and heat production in bubbly liquid

YUAN Yue¹ MIAO Boya² AN Yu¹

(1 Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(2 Systems Engineering Research Institute, Beijing 100036, China)

Abstract Using a linear analysis of a nonlinear equation governing soundwave propagation in bubbly liquids, this paper studies the propagation character and heat production of ultrasound wave in bubbly liquid. The bubbles have a big influence on the propagation of soundwaves. When the ultrasound frequency is close to the resonant frequency of bubbles, the acoustic dissipation absorbing effect of the bubbly liquid is strong, and the energy is mainly dissipated in the form of heat. On the other hand, ultrasound wave drives bubbles to pulsate while propagating through the bubbly liquid, as a consequence, bubbles radiate soundwaves. At the same time, the viscous dissipation at the interface between liquid and gas is supposed to contribute to heat production. As the results show, these two different heating mechanisms are dominant in different frequency ranges respectively.

Key words Bubbly liquid, Heat production, Propagation character

2018-06-10 收稿; 2018-07-03 定稿

*国家自然科学基金项目 (11334005)

作者简介: 袁月 (1992-), 女, 辽宁锦州人, 博士研究生, 研究方向: 声空化。

† 通讯作者 E-mail: anyuw@mail.tsinghua.edu.cn

1 引言

当声波在含气泡液体中传播时,由于气泡的存在,会对声波的传播特性有很大影响,相关实验已经开展^[1]。实验结果表明声波在含气泡液体中传播时,当气泡半径不太小(一般超过10 μm),且其数密度超过1/mm³时,会在频谱的低频段出现频率带隙,意味着该频段内的声波在含气泡液体中传播受到抑制。理论方面,Keller-Miksis方程能够很好地描述气泡在声波驱动下径向振动规律^[2-3],而由于气泡振动辐射声波,反过来又影响液体中的声场。1973年,Zabolotskaya等^[4]研究了气泡的谐波和混频声辐射现象,提出了考虑气泡辐射作用的声波方程。气泡的存在往往会对超声的热效应起到增强的作用,在医疗中,当组织内的蛋白质受到超过某一临界值的热量时会发生变性坏死现象^[5],所以关于含气泡液体中声波的产热机理及产热效应的研究有很重要的意义。因此,本文对含气泡液体中声波传播特性进行了研究,分析了声波在含气泡液体中的发热机理并对不同发热机制的产热效应进行了对比分析。

2 理论模型

2.1 声信号在含气泡液体中传播特性

当超声在含气泡液体中传播时,假设液体中所有气泡具有统一的初始半径,同时气泡的粒子数密度保持不变,则含气泡液体中的声波方程为^[4]

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -4\pi\rho_l N(2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}), \quad (1)$$

式(1)中, c_l 是声波在液体中传播的速度, ρ_l 是液体的密度, N 是气泡的粒子数密度, R 是气泡的半径, \dot{R} 和 \ddot{R} 分别是 R 对时间的一阶导数和二阶导数。考虑到声波在液体中传播时,液体对声波的吸收效应之后,式(1)变为

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\delta}{c_l^3} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = -4\pi\rho_l N(2R\dot{R}^2 + R^2\ddot{R}), \quad (2)$$

式(2)中, $\delta = 2c_l^2\alpha/\omega^2$, α 是液体的吸收系数,在水中满足关系式 $\alpha/\omega^2 \approx 6.3 \times 10^{-16} \text{ s}^2/\text{m}$, $\delta \approx 2.8 \times 10^{-9} \text{ m}$ ^[6]。根据Keller-Miksis方程,气泡的径向振动可以描述为^[3]

$$(1-M)R\ddot{R} + \frac{3}{2}\left(1 - \frac{M}{3}\right)\dot{R}^2 = (1+M)\frac{p_l - p}{\rho_l} + \frac{t_R}{\rho_l}\dot{p}_l, \quad (3)$$

式(3)中, $M \equiv \dot{R}/c_l$ 代表气泡的马赫数, $t_R \equiv R/c_l$, $p_l = p_g(R,t) - 4\eta\dot{R}/R - 2\sigma/R$ 表示在气泡壁外侧液体中的声压, $p_g(R,t)$ 是气泡壁内侧即气泡内部气体的声压,值为 $p_g = \frac{\mu\bar{R}T}{V-b} + p_v$,其中 μ 是气体的摩尔数, \bar{R} 是气体常数, V 是气泡体积, b 是范德瓦尔斯气体硬核体积, p_v 是周围液体的蒸气压。 η 代表液体的切变粘滞系数, σ 是液体的表面张力系数。

设入射平面波为

$$p = p_0 + p_a e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad (4)$$

其中, $p_0 = 1 \text{ atm}$, p_a 是声压幅值。气泡在声波的驱动下径向振动,在线性响应情况下,气泡的径向振动可以表示为

$$R = R_0 + \xi, \quad (5)$$

其中, R_0 是没有声压驱动情况下气泡的半径, ξ 是气泡在声波作用下半径的变化量。将 p 和 R 代入公式(3)中得到气泡线性振动的表达式

$$\ddot{\xi} + a\dot{\xi} + \omega_0^2 \xi = -\frac{p_a}{R_0\rho_l + 4\eta/c_l} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}, \quad (6)$$

其中, $a = [4(\eta c_l + \sigma)/R_0 + 3p_0]/(R_0\rho_l c_l + 4\eta)$, $\omega_0 = [(4\sigma/R_0 + 3p_0)/(R_0\rho_l + 4\eta/c_l)/R_0]^{1/2}$ 表示气泡的共振角频率。设 $\xi = \xi_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})}$,代入式(4)中得到

$$\xi_0 = \frac{p_a}{(R_0\rho_l + 4\eta/c_l)(\omega^2 - \omega_0^2 + i a \omega)}, \quad (7)$$

由此 R 的表达式已知,将其代入式(2),得到关于声压的表达式 $\nabla^2 p_a = -k^2 p_a$,其中,

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c_l^2} \left[1 + \frac{i\omega\delta}{c_l} - \frac{4\pi N R_0 c_l^2 / (1 + 4\eta/R_0\rho_l c_l)}{\omega^2 - \omega_0^2 + i a \omega} \right], \quad (8)$$

k 的实部即 $\text{Re}(k)$ 代表声波传播,而 k 的虚部 $\text{Im}(k)$ 代表含气泡液体对声波的吸收系数。根据群速度、相速度与 k 和 ω 的关系

$$v_g = \text{Re}\left(\frac{d\omega}{dk}\right), \quad v_p = \text{Re}\left(\frac{\omega}{k}\right), \quad (9)$$

即可求解得到群速度和相速度。

2.2 声波在含气泡液体中传播产热效应

当入射平面波 $p = p_a e^{-i(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r})}$ 在液体中传播时, 声波在单位时间单位体积内的平均声能量密度表示为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{p_a^2}{2\rho_0 c_0^2}, \quad (10)$$

而入射声波在含气泡液体中传播时, 由式(8)可知, 此时波数 k 为复数, 考虑到声波衰减, 平均声能量密度由式(10)可推广表示为

$$\bar{\varepsilon} = \frac{|p|^2}{2\rho_0 c_0^2}. \quad (11)$$

假设声波在含气泡液体中传播时, 衰减的能量全部转化为热能, 则声波在传播 Δx 距离之后, 单位时间内耗散产热为

$$Q_k = \Delta S \times v \times \left(\frac{|p|^2 (x + \Delta x) - |p|^2 (\Delta x)}{2\rho_0 c_0^2} \right), \quad (12)$$

其中, ΔS 是声波入射截面积, v 是声波在液体中的传播速度。式(12)经一系列简单的变换后, 得到单位体积的产热功率为

$$Q_k = \frac{\text{Im}(k) \times 2 \times |p|^2 \times v}{2\rho_0 c_0^2}, \quad (13)$$

将其进一步简化为单位体积单位时间的产热量与单位体积平均声能密度的比值, 即

$$\frac{Q_k}{\bar{\varepsilon}} = 2 \times \text{Im}(k) \times v. \quad (14)$$

气泡在声波的作用下径向振动, 此时气泡壁的粘滞振动也会产热, 单位体积内的产热功率为

$$Q_\eta = N \times 16\pi \times \eta \times \langle |\dot{R}|^2 R_0 \rangle_t, \quad (15)$$

其中, η 代表液体的切变粘滞系数。将式(5)最终得到的 R 结果代入到式(15)中, 并进一步简化为单位体积单位时间的产热量与单位体积平均声能密度的比值, 即

$$\frac{Q_\eta}{\bar{\varepsilon}} = \frac{N \times 16\pi \times \eta \times \omega^2 \times R_0}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 a^2}. \quad (16)$$

3 结果分析与讨论

3.1 声信号在含气泡液体中传播特性分析

首先我们进行一些简单的分析。当 $\omega \ll \omega_0$, 公式(8)简化为

$$k \approx \frac{\omega}{c_l} \sqrt{1 + \frac{4\pi N R_0 c_l^2}{\omega_0^2}} \approx \frac{\omega}{c_l} \sqrt{1 + \frac{\rho_l c_l^2}{p_0} \chi}, \quad (17)$$

其中, $\chi = 4\pi R_0^3 N/3$ 表示液体中的孔隙率。从该式中我们可以看出, 声波在液体中不被吸收, 但是此时声波在含气泡液体中的波速比液体中无气泡时稍低一些。当 $\chi \ll p_0/\rho_l c_l^2 \approx 4.4 \times 10^{-5}$ 时, 液体中气泡不影响声波的传播, 而当液体的孔隙率较大时, 液体表面对声波的反射作用会变大, 此时气泡的存在会对声波的传播有较大的影响。在共振频率附近, 即 $\omega \approx \omega_0$, 式(8)可以表示为

$$k \approx \frac{\omega}{c_l} \sqrt{1 + i \frac{\chi}{\chi_0}}, \quad (18)$$

其中, $\chi_0 = \sqrt{3p_0[4\eta c_l + \sigma]}/3R_0 + p_0/c_l^3 \rho_l^{3/2}$ 。在该情况下, 当 $\chi = 4\pi R_0^3 N/3 \ll \chi_0$, $k \approx \omega/c_l$, 气泡对声传播的影响可以忽略。但是在通常情况下, 如果 $\chi \gg \chi_0$, 此时

$$k \approx \frac{\omega}{c_l} \sqrt{\frac{\chi}{2\chi_0}} (1 + i), \quad (19)$$

表示液体对声波的吸收作用很强, 同时 $\text{Re}(k) \gg \omega/c_l$, 代表声波在液体表面的反射也很强, 因此在该情况下, 声波在含气泡液体中的传播特性与液体中无气泡时声波的传播特性有很大差异, 群速度和相速度在含气泡液体中是相等的, 是无气泡液体中波速的 $\sqrt{2\chi_0/\chi}$ 倍。当 $\omega_0 \ll \omega \ll c_l/\delta \approx 5.3 \times 10^{11}$ Hz 时, 式(8)简化为

$$k \approx \omega/c_l, \quad (20)$$

此时由于频率远远高于气泡的共振频率, 气泡振动在该频率作用下响应较弱, 所以气泡在高频段对声波的传播无影响。但是, 当 $\omega \gg 5.3 \times 10^{11}$ Hz 时, 液体对声波的吸收作用增强, 式(8)简化为

$$k \approx (\omega/c_l)^{3/2} \sqrt{\delta/2} (1 + i), \quad (21)$$

此时声波的群速度和相速度满足 $v_g \approx 2v_p/3$, 相速度 $v_p \approx c_l \sqrt{2c_l/\omega\delta}$, 随着频率的增加逐渐减小。

从上述简单的分析中, 我们得知, 声波在含气泡液体中传播时, 只有当声信号频率接近气泡的共振频率时, 声波的传播特性会因气泡的存在而发生显著变化。

为了得到更准确的结果, 对式(8)进行数值分析, 设气泡半径为 100 μm , 气泡粒子数密度为 $1 \times 10^9 \text{ m}^{-3}$, 式中各项参数 c_l 、 ρ_l 、 η 、 σ 、 δ 的值与水中是相同的。由此我们得到了 $\text{Im}(k)$ 随频率变化的结果, 如图1所示。由图中低频段放大图可以看出 $\text{Im}(k)$ 在频率远远小于气泡共振频率的频段

基本为0,而在气泡共振频率附近急剧增加,此时 $\text{Im}(k) \gg 1 \text{ m}^{-1}$,然后随着频率的增加逐渐衰减。该结果表明,只有当声波频率接近气泡共振频率时,声信号在含气泡液体中的传播受到强烈的阻碍。图2和图3表示相速度和群速度随频率变化的特征。

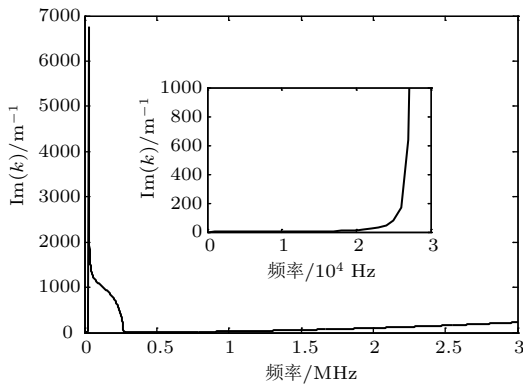


图1 含气泡液体中声波波数的虚部随频率变化图
Fig. 1 Frequency dependence of the imaginary part of the angular wavenumber of soundwave in the bubbly liquid

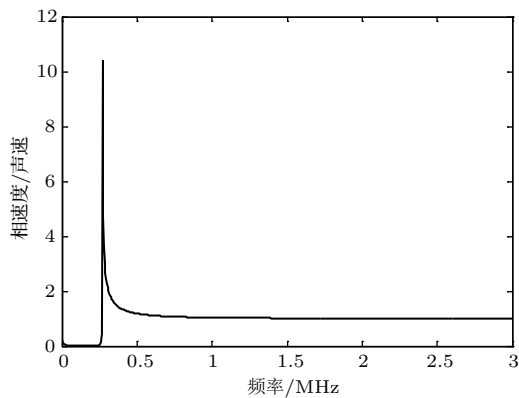


图2 含气泡液体中相速度随频率变化图
Fig. 2 Frequency dependence of the phase speed of soundwaves in a bubbly liquid

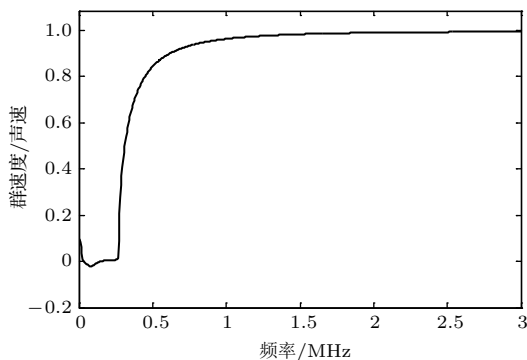


图3 含气泡液体中群速度随频率变化图
Fig. 3 Frequency dependence of the group speed of soundwaves in a bubbly liquid

从图中可以看出,在频率接近气泡共振频率的频段内,声波的群速度和相速度都很小,几乎为0,代表声信号在含气泡液体中无法传播。当频率远远高于气泡的共振频率时,声波的群速度和相速度逐渐接近于液体中不含气泡时声波的速度,代表气泡对高频段声波的传播特性影响较小。

3.2 声信号在含气泡液体中传播产热效应分析

根据公式(14)和公式(16),我们进行数值计算对两种产热效应进行对比分析,数值计算结果如图4所示,图中纵坐标 Q/ϵ 表示单位体积、单位时间内的产热量与单位体积内平均声能量密度的比值,其中的嵌图是声波衰减产热在低频段的局部放大图。根据计算结果可以看出,在气泡共振频率附近,气泡壁粘滞振动的产热效应远远大于声波传播耗散的热效应,而在声波被含气泡液体强吸收的低频段,声波耗散产热效应则起主导作用。随着频率的增加,液体对声波的吸收产热效应逐渐起主导作用。

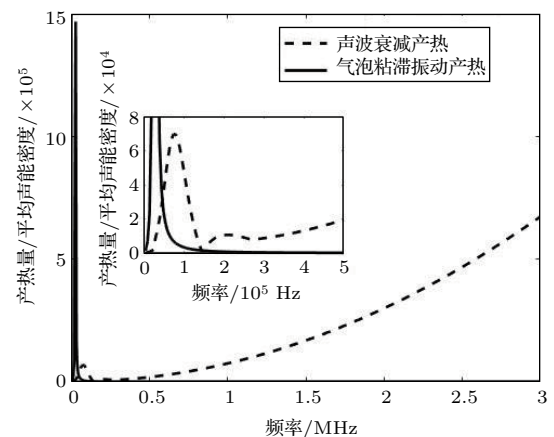


图4 不同机制产热效应随频率变化图
Fig. 4 Frequency dependence of the heat production of different mechanisms

4 结论

对含气泡液体中的声波方程进行线性分析,结果表明,声波在含气泡液体中传播时,当声波频率接近气泡的共振频率时,共振频率附近频段声波的传播会受到强烈的阻碍作用,声波的群速度和相速度在该频段内基本为0,即声波无法在含气泡液体中传播,而当声波频率远远高于或者低于气泡的共振频率时,声波的传播基本不受阻碍。声波在含气泡液体中传播时由于能量耗散产生热效应,而气泡在声波驱动作用下径向振动过程中,由于液体的粘滞

作用, 气泡壁的振动也会产生热效应。比较两种产热机制的发热功率, 我们发现, 当声波频率接近气泡共振频率时, 气泡壁粘滞振动的热效应起到主导作用, 而在含气泡液体对声波耗散作用较强的频段内, 声波的耗散产热效应则起主导作用。随着频率的继续增高, 液体对声波的吸收产热效应逐渐增强, 成为产热的主要原因。

参 考 文 献

- [1] Miao B, An Y. Localization in an acoustic cavitation cloud[J]. Chin. Phys. Lett., 2016, 34(3): 034302.
- [2] Lord Rayleigh O M F R S. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity[J]. Philosophical Magazine, 1917, 34(1999-2004): 94-98.
- [3] Plesset M S. The dynamics of cavitation bubbles[J]. Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, 1949, 16(3): 277-282.
- [4] Zabolotskaya E A, Soluyan S I. Emission of harmonic and combination-frequency waves by air bubbles[J]. Sov. Phys. Acoust., 1973, 18: 396.
- [5] 袁若阳. 超声空化作用下仿肾组织模型的温升测量及碎石实验研究[D]. 北京: 清华大学, 2011.
- [6] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001.

编 后 记

2018年6月15日是我国著名物理学家、教育家、超声学奠基人、中国科学院声学研究所创建者之一、中国声学学会首届理事长、《应用声学》杂志创刊人、中国科学院院士应崇福先生诞辰100周年纪念日。应崇福先生一生上德若谷、声超穹宇。为缅怀应先生对我国声学事业以及中国科学院声学研究所的发展做出的卓越贡献, 追思并学习他严谨创新的科研精神和求是唯实的崇高风范, 激励我们不忘初心、牢记使命, 中国科学院声学研究所、中国声学学会、中国科学院声学研究所超声技术中心暨北京市海洋深部钻探测量工程技术研究中心在北京举办了“应崇福院士诞辰100周年纪念活动”, 同时《应用声学》也策划出版了这期“纪念应崇福院士诞辰100周年”的专刊, 以兹纪念。

这期纪念专刊, 从策划组织到编辑出版, 历时5个多月, 共收录论文33篇, 约45万字。专刊得到了声学界知名专家学者的积极响应, 审者对稿件严格审阅并及时反馈意见, 大家积极行动。编辑部在编校每一篇稿件时都感受到作者、审者对应崇福先生的崇敬与怀念之情, 更能感受到应崇福先生及老一辈科学家们开创的声学事业蓬勃发展, 人才辈出。正是各位知名专家学者、审稿人和编辑部成员的辛勤劳动和努力贡献, 才使得这期专刊得以顺利出版。

这期纪念专刊涵盖了超声学、固体声学、水声学、音频声学、信号与信息处理等学科领域方面的内容, 其中既有总结学科领域科研进展的综述性论文, 也有有关领域的研究论文, 还有学术术语或概念的剖析与探讨等文章。它在很大程度上反映了我国当前声学研究领域最新的研究成果和前沿动态, 其中有部分研究工作曾受到应先生的支持和指导。纪念专刊以中国科学院声学研究所王小民所长在“应崇福院士诞辰100周年纪念活动”会议上的致辞(有删节)为序。

需要特别说明的是, 由于期刊出版的时效性、版面篇幅的限制等原因, 还有许多知名专家学者的研究论文未能编排进来, 我对此深感遗憾。因故未能撰稿的专家学者以信件的方式表达了对应先生的敬意和追思以及对这期专刊的支持, 我对此也深表谢意!

我国声学事业的发展日新月异, 新的科研成果将层出不穷。我相信, 《应用声学》杂志也将承蒙作者、审者和读者的厚爱, 并在大家的共同努力下, 未来将继续报道更新更多的科研成果, 为声学事业做出应有的贡献。

最后, 我代表全体编委会和编辑部成员, 谨向支持本纪念专刊出版的专家学者们致以衷心的感谢! 向应崇福先生致以崇高的敬意!

《应用声学》主编 王秀明