

纪念应崇福院士诞辰 100 周年

无障板圆形活塞换能器的辐射阻抗*

莫喜平†

(中国科学院声学研究所 北京 100190)

摘要 辐射阻抗是换能器的最重要辐射声场特性参数之一,影响着换能器的谐振频率、频带宽度、效率以及辐射声功率等。经典声学理论用一阶贝塞尔函数和斯特鲁夫函数给出了圆形活塞换能器辐射阻抗的数学表达式,但仅适用于无限大障板条件。该文用 ANSYS 有限元软件计算了无障板圆形活塞换能器的辐射阻抗,给出了数值解结果,通过与无限大障板条件下的理论结果相比较,显示了二者之间的偏离情况,尤其是在低频时差异显著。为了借助 MATLAB 工具模拟无障板圆形活塞换能器的辐射阻抗,并给出较准确的数学表达,选择了一系列初等函数以及它们的复合函数进行曲线拟合,最终给出了辐射阻和辐射抗关于 ka 的函数表达式,在 ka 值从 0.08 到 20 范围内与有限元计算结果很好吻合。

关键词 辐射阻抗,无障板活塞,曲线拟合,数学表达式

中图分类号: TB565

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2018)05-0671-04

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2018.05.010

Radiation impedance of the un baffled circular piston transducer

MO Xiping

(Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract The radiation impedance is one of the most important characteristics of the acoustic field of a transducer, because it affects the resonance frequency, bandwidth, efficiency and power of the transducer. The mathematical expression of radiation impedance of circular piston by using first-order Bessel and Struve functions only for that in an infinite baffle was given in classic acoustics theory. In this paper the radiation impedance of an un baffled circular piston has been calculated by FEM software (ANSYS), the numerical results have been given, and compared with the theory results of circular piston in an infinite baffle. It is discovered, the radiation impedance of an un baffled piston is distinct from that in an infinite baffle, especially at low frequency. To simulate the radiation impedance of an un baffled circular piston with MATLAB software and obtain an exacter mathematical expression, selected a series of elementary function and their composite function for curve fitting. Radiation resistance and reactance as explicit function of ka have been provided, that is in good agreement with calculated by FEM in the range of ka from 0.08 to 20.

Key words Radiation impedance, Un baffled piston, Curve fitting, Mathematical expression

2018-06-11 收稿; 2018-08-25 定稿

*中国科学院声学研究所率先计划项目

作者简介: 莫喜平 (1966-), 男, 辽宁人, 研究员, 博士生导师, 研究方向: 水声换能器。

† 通讯作者 E-mail: moxp@mail.ioa.ac.cn

1 引言

活塞式工作模式是水声领域应用最广泛的换能器辐射类型之一,主要包括纵向换能器和厚度振动圆片换能器等。关于活塞声源的经典研究工作比较多,在无限大平面障板条件下,活塞声源的辐射阻抗已经用贝塞尔函数和斯特鲁夫函数给出了解析表达^[1-2]。文献[3]将贝塞尔函数和斯特鲁夫函数表示成高斯函数或其他简单函数的叠加,使活塞换能器的辐射阻抗计算起来更为方便。文献[1]深入讨论了活塞换能器辐射阻抗的低频近似和高频近似,也指出无障板活塞的辐射阻抗与无限大平面障板条件下存在较大差异。在实际应用中,不满足无限大障板近似条件的情形比较常见,因此有必要对无障板活塞换能器的辐射阻抗进行进一步的精细研究。现今有关换能器的分析研究常用有限元方法^[4],有限元方法直接通过结构-流体耦合作用将辐射阻抗因素考虑进来,计算换能器的电声参数,这样的处理过程屏蔽了声辐射过程的物理细节。本文针对无障板圆形活塞换能器的声辐射问题利用有限元方法计算数值解,讨论与无限大平面障板条件下理论解的差异性,再借助MATLAB工具,用几个基本初等函数的组合及复合形式,尝试给出较准确拟合的数学表达式。

2 有限元分析

建立ANSYS二维轴对称模型,如图1所示。取半径 $a = 50 \text{ mm}$ 圆形活塞换能器,在活塞面施加法向位移 u ,进行谐响应分析,提取表面节点压强 $p(r)$,依据公式(1),计算流体反作用力再得辐射阻抗,分析范围 $ka = 0.08 \sim 21$,结果如图2所示。

$$Z = R + jX = \frac{1}{j\omega u} \int_0^a 2\pi r p(r) dr. \quad (1)$$

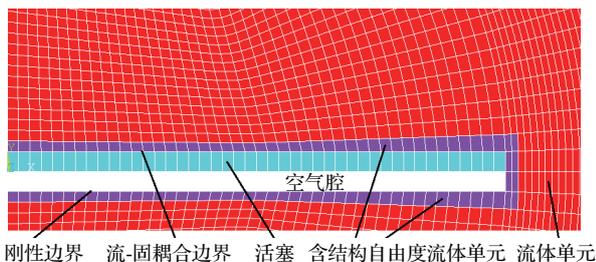


图1 圆形活塞换能器辐射阻抗计算有限元模型

Fig. 1 The FEM model of the circular piston transducer

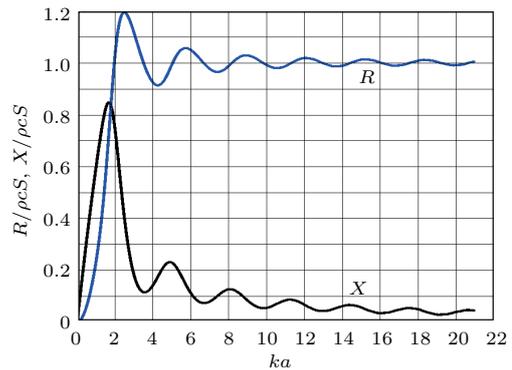


图2 圆形活塞换能器辐射阻抗有限元计算结果
Fig. 2 Calculation of radiation impedance of the circular piston transducer by FEM

3 与无限大障板条件圆形活塞换能器辐射阻抗对比分析

利用文献[1]的理论,给出无限大平面障板条件下活塞声源的辐射阻抗公式:

$$R = \rho c S \left[1 - \frac{2J_1(2ka)}{2ka} \right], \quad (2)$$

$$X = \rho c S \frac{2H_1(2ka)}{2ka}, \quad (3)$$

其中, J_1 为一阶贝塞尔函数, H_1 为一阶斯特鲁夫函数,MATLAB没有一阶斯特鲁夫函数内部函数,我们利用以下函数展开式进行计算:

$$H_1(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\Gamma(m+3/2)\Gamma(m+5/2)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+2}, \quad (4)$$

其中, $\Gamma(x)$ 为伽玛(Gamma)函数,利用MATLAB计算得到辐射阻、辐射抗曲线,连同有限元计算结果($ka = 0.08 \sim 20$)共同展示于图3中。

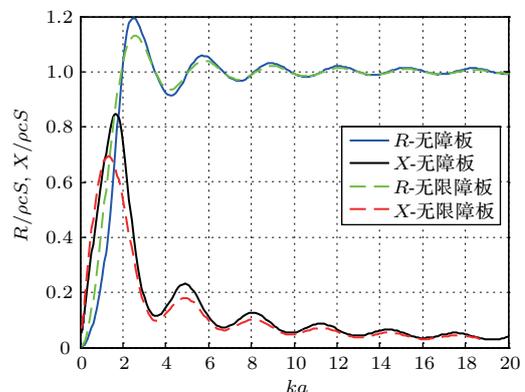


图3 圆形活塞换能器辐射阻抗(有无无限障板条件)

Fig. 3 Radiation impedance of the circular piston transducer in an infinite baffle and no baffle

从图3可以明显看出,低频(当 $ka \leq \pi$, $a \leq \lambda/2$)时,无障板的圆形活塞换能器辐射阻抗与无限大障板条件下的差异较大,说明无限大障板条件的假设已经不成立了。为了进一步说明这一影响的根本原因,我们在有限元分析中提取了活塞对称轴上与活塞中心距离相等的两个点的声压幅值,其中 P_+ 为换能器前方场点的声压幅值, P_- 为换能器后方场点的声压幅值,绘制 $ka = 0.08 \sim 8$ 范围内的曲线,如图4所示。

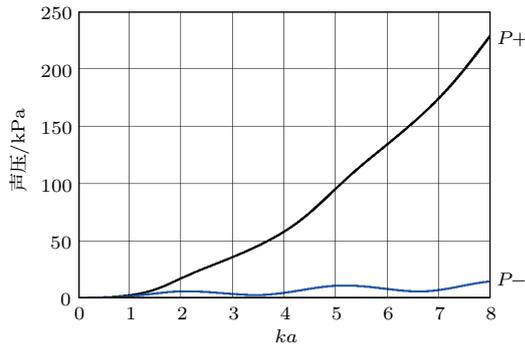


图4 圆形活塞换能器前后方场点的声压幅值比较
Fig. 4 Pressure amplitude in front and back of the circular piston transducer

从图4可以看出,低频条件,尤其是当 $ka \leq \pi/2$ 时,无障板的圆形活塞换能器前后方场点的声压幅值几乎相等,表明这种条件下,无障板的圆形活塞换能器可近似为点声源,与无限大障板条件仅在半空间建立声场的情景已经截然不同了。随着 ka 值变大,前后方场点的声压幅值差异增大, $ka \geq 2\pi$ 时,前后方场点的声压幅值差为10倍以上,表明活塞本身的障板效应已经非常明显,并且随着 ka 值逐渐增大,越接近无限大障板条件。

4 圆形活塞换能器辐射阻抗的曲线拟合

为了在 $ka = 0.08 \sim 20$ 范围内得到圆形活塞换能器辐射阻抗的拟合函数表示,我们仔细研究图2

曲线,发现其具有以下特点:(1)曲线存在渐近特性;(2)曲线具有振荡特性,且振荡幅度呈衰减规律;(3)曲线具有调频特性,且调频参数有摆动行为。

根据以上特点,选择处理方法和函数类型:(1)渐近特性:将参量减去渐近值,作为新变量参与曲线拟合,由图2可知, R 的渐近值 $R_\infty = \rho c S$, X 的渐近值 $X_\infty = 0$;(2)振荡特性:用三角函数 $\sin x$ 或 $\cos x$ 拟合;(3)衰减规律:用指数函数或负指数的单项式或多项式拟合;(4)调频特性:设计调频因子复合函数,包括衰减行为;(5)摆动行为:参考振荡特性,用三角函数 $\sin x$ 或 $\cos x$ 拟合。

依据以上原则,经过反复逼近拟合,得出辐射阻和辐射抗拟合后的数学表达式。下面直接给出拟合结果,并简要说明表达式中部分函数式的作用,以下公式中令 $ka = x$ 。

(1) 辐射阻:

$$\frac{R}{\rho c S} = 1 - \left(4.85 e^{-1.75x^{0.25}} + 0.44 e^{-3.675x^{1.6}} \right) \times \frac{\sin [1.802(1-f_1-f_2)x^{1.03}]}{x^{1.03}}, \quad (5)$$

$$f_1 = \frac{0.07}{x^{1.03}} \sin(1.8x^{1.03}), \quad (6)$$

$$f_2 = 0.676 e^{-0.79x}, \quad (7)$$

其中, f_1 和 f_2 分别为调频因子函数的振荡项与衰减项。辐射阻是由渐近值1与一个振荡衰减函数做差得到,振荡衰减函数的主函数是包含调频因子 $\varphi(x) = 1 - f_1 - f_2$ 的复合函数:

$$U(x) = \sin[\gamma\varphi(x)x^\beta]/x^\beta. \quad (8)$$

为了很好地实现曲线拟合,增加了由两个分别对低频和高频起主要作用的指数函数组合而成的幅度函数,函数基本形式如下:

$$W(x) = A e^{-hx^\alpha}, \quad (9)$$

当 $\alpha < 1$ 时对低频敏感,当 $\alpha > 1$ 时对高频敏感。

(2) 辐射抗:

$$\frac{X}{\rho c S} = (1 - e^{-4x}) \left[0.012(1 - e^{-2x}) + 2400 e^{-5.9x^{0.215}} (1 - e^{-0.0278x^{1.05}}) \right] + 220 e^{-5.7x^{0.215}} \left\{ 1 - \cos [1.802(1-f_1-f_2)x^{1.03}] \right\}. \quad (10)$$

根据辐射抗与辐射阻具有相同的周期振荡特性,选择相同的调频因子,其振荡衰减函数的主函数取如下形式:

$$V(x) = B e^{-qx^\tau} \left\{ 1 - \frac{\cos[\gamma\varphi(x)x^\beta]}{x^\beta} \right\}. \quad (11)$$

该函数有一系列 $V = 0$ 的极小值,描述的是以0为“基线”的衰减振荡曲线。公式(10)中“+”号前面的一项主要由指数函数的组合形式构成,称为“基线”函数,将拟合曲线的基线提高,其中 $(1 - e^{-4x})$ 的主要作用是对 $x < 0.5$ 范围内进行局部微调。

如图5所示,将公式(5)、公式(10)描述的拟合曲线与有限元结果进行对比,显示了拟合曲线的有效性。

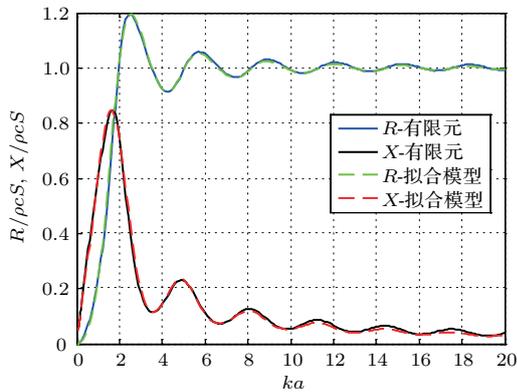


图5 圆形活塞换能器辐射阻抗拟合曲线与有限元结果比较

Fig. 5 Fitting curves of radiation impedance of the circular piston transducer with by FEM

5 结论

本文利用 ANSYS 有限元软件对圆形活塞换能器辐射阻抗进行建模计算,分析讨论了圆形活塞换能器的辐射阻抗与无限大障板条件下的差异性,通过背向声场的比较研究,进一步说明了低频辐射时无限大障板条件下圆形活塞换能器辐射阻抗的经典结果不再适用。我们尝试借用 MATLAB 工具,通

过一系列初等函数的复合与组合,进行曲线拟合处理,最终得到一例圆形活塞换能器辐射阻抗的数学表达,通过与有限元分析结果进行比较,二者拟合度很好,总结全文,有以下结论:

(1) 本文将有限元分析物理问题的数值解,尝试用基本数学函数进行表达,将有限元分析与数学建模结合起来,可为结构声辐射及换能器设计建模提供一定的借鉴思路;

(2) 本文利用初等函数的组合和复合形式将变化复杂的曲线用显函数形式拟合出来,得到的表达式虽然复杂,但每个部分函数约束曲线变化行为的作用清晰明了,可以为类似的曲线拟合提供借鉴参考;

(3) 本文得到了圆形活塞换能器辐射阻抗数学表达的一个示例结果,有效适用的范围 $ka = 0.08 \sim 20$,基本覆盖了活塞换能器的大部分应用场景,其表达结果虽然不是最优,但对于工程应用已经具有足够的准确性,可以用来计算分析活塞换能器的辐射功率、效率等参数或指导换能器的结构设计。

参 考 文 献

- [1] 何祚镛, 赵玉芳. 声学理论基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1981: 237-248.
- [2] Sherman C H, Butler J L. Transducers and arrays for underwater sound[M]. New York: Springer International Publishing, 2007: 460-465.
- [3] 袁迎春, 丁德胜. 高斯束展开法的注记之三: 辐射阻抗的简化计算[J]. 电子器件, 2015, 38(6): 1282-1286.
Yuan Yingchun, Ding Desheng. Further notes on the Gaussian beam expansion III: Simplified calculation of the radiation impedance[J]. Chinese Journal of Electron Devices, 2015, 38(6): 1282-1286.
- [4] 莫喜平. ANSYS 软件在模拟分析声学换能器中的应用[J]. 声学技术, 2007, 26(6): 1279-1290.
Mo Xiping. Simulation and analysis of acoustics transducers using the ANSYS software[J]. Technical Acoustics, 2007, 26(6): 1279-1290.