

纪念应崇福院士诞辰100周年

## 圆管结构中的非线性周向导波\*

高广健<sup>1</sup> 李明亮<sup>1</sup> 邓明晰<sup>1,2†</sup>

(1 陆军勤务学院 重庆 401331)

(2 重庆大学 重庆 400044)

**摘要** 采用将二阶微扰近似与模式展开分析相结合的方法,可从理论上有效求解圆管结构中的非线性周向导波问题。通过数值计算和有限元仿真发现,基频与二倍频周向导波模式的相速度匹配程度,可显著影响二倍频周向导波模式随传播周向角的积累增长程度。针对基频与二倍频周向导波模式的相速度和群速度均相匹配的情形,通过实验研究发现,周向导波确可存在强烈的非线性效应,且周向导波的二次谐波发生效应对圆管早期损伤状态做出敏感的反应。文中给出的有关结果,可为进一步开展非线性周向导波的研究工作奠定理论和实验基础。

**关键词** 周向导波,二次谐波发生,模式展开分析,积累效应,损伤评价

中图分类号: O426.2 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2018)05-0680-11

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2018.05.012

## Nonlinear circumferential guided waves propagating in a circular tube

GAO Guangjian<sup>1</sup> LI Mingliang<sup>1</sup> DENG Mingxi<sup>1,2</sup>

(1 Army Logistics University of PLA, Chongqing 401331, China)

(2 Chongqing University, Chongqing 400044, China)

**Abstract** On the basis of a second-order perturbation approximation and a modal expansion analysis approach, the relevant problems of nonlinear circumferential guided wave (CGW) propagation in a circular tube can be effectively solved in theory. According to the results of numerical calculations and finite element simulations, it is found that the degree of phase velocity matching between the primary and double frequency CGW modes can significantly affect the effect of cumulative growth of the double frequency CGW mode with circumferential angle. For the case which the selected mode pair of primary and double frequency CGWs simultaneously satisfies both the phase and group velocity matching, the experimental investigations show that the CGW mode does have a strong nonlinear effect, and that the effect of second harmonic generation of primary CGW propagation is sensitive to the early damage state of the circular tube. The results presented here lay a theoretical and experimental foundation for further investigations on nonlinear CGWs.

**Key words** Circumferential guided wave, Second-harmonic generation, Modal expansion analysis, Cumulative growth effect, Evaluation of damage

2018-06-13 收稿; 2018-08-02 定稿

\*国家自然科学基金项目(11474361, 11704410)

作者简介: 高广健(1985-), 男, 黑龙江宁安人, 博士, 讲师, 研究方向: 超声检测。

†通讯作者 E-mail: dengmx65@yahoo.com

## 1 引言

圆管结构具有双轴对称、截面形心和剪心重合等特点, 截面惯性矩对各轴相同, 作为受弯和受压构件的优势十分突出, 被广泛应用于实际工程领域。超声导波作为一种有效的无损检测手段, 在圆管结构的性能评价方面已得到广泛研究和应用<sup>[1-4]</sup>。圆管结构中传播的导波模式分为轴向导波和周向导波 (Circumferential guided wave, CGW) 两种形式, 而轴向导波又包括轴对称的纵向导波、轴对称的扭转导波及非轴对称的弯曲导波等三种形式<sup>[5]</sup>。采用轴向超声导波对圆管结构进行无损检测已开展了大量的研究工作, 用于评价圆管结构的裂纹、孔洞、管壁腐蚀 (壁厚变化) 程度、管材参数及圆管表面覆层特性等。相比之下, 沿圆管结构周向 (环向) 传播的周向导波的研究工作相对较少。周向导波沿圆周方向传播, 其传播路径闭合, 并在管径方向形成驻波, 尤其适宜于检测较大管径圆管管壁的径向裂纹及轴向裂纹等<sup>[6-8]</sup>。Qu等<sup>[6]</sup>首先研究了圆管中周向导波的频散特性, 随后Liu等<sup>[7]</sup>和Valle等<sup>[8]</sup>进一步研究了周向导波在圆管结构中的传播特性; Zhang等<sup>[9-10]</sup>系统研究了多层圆管结构中周向导波的传播问题, 并分析了相邻管层之间的界面特性对周向导波所产生的影响。

关于超声导波非线性问题的研究工作, 近年来已取得很大的进展。Deng<sup>[11]</sup>首先采用界面非线性声反射技术, 得到了固体板中兰姆波和SH板波在共振条件下的具有积累增长效应的二次谐波声场之解析解; 进一步, Deng等<sup>[12-13]</sup>和de Lima等<sup>[14]</sup>各自分别采用导波模式展开分析方法, 在二阶微扰近似下, 分析得出了更为一般的二次谐波声场之解析解。相关研究表明, 在一定条件下超声导波可存在强烈的非线性效应, 其二次谐波振幅随传播距离积累增长; 此外, de Lima等<sup>[15]</sup>和Srivastava等<sup>[16]</sup>分别研究了任意横截面结构 (含圆管结构) 中, 轴向导波的二次谐波发生问题。

已开展的关于超声导波非线性效应的理论与实验研究工作, 仅限于固体板状结构中的超声兰姆波和SH板波, 以及管 (柱) 状结构中的轴向超声导波<sup>[15-18]</sup>。对于圆管结构中的周向与轴向导波, 两者在声场及频散特性等方面均存在很大的差异<sup>[18]</sup>, 鉴于非线性效应与基波的声场及频散特性等密切

相关, 这将使得周向导波的非线性效应完全有别于轴向导波的非线性效应。周向导波作为圆管结构中存在的—类重要导波模式, 对其非线性效应开展系统的理论研究, 是对已有非线性超声导波研究工作的进一步深化与拓展。鉴于周向导波在圆管结构无损检测方面所具有的独特优势, 以及非线性超声测量方法检测灵敏度高的特点, 若将两者加以结合, 则可望发展出一种适用于圆管结构早期损伤评价的有效方法。近年来, 就传播路径闭合的圆管结构中周向导波的非线性效应, 我们对其开展了一系列理论分析、数值仿真和实验研究工作<sup>[19-26]</sup>。本文对这些研究工作进行了梳理和阶段性总结, 有关结果可为进一步开展非线性周向导波的研究工作奠定理论和实验基础。需说明的是, 文中所指的—非线性效应, 确切地讲是指基波 (即基频周向导波) 介于小振幅声波与弱冲击波之间的二次谐波发生效应。

## 2 圆管中周向导波二次谐波发生效应

借助于二阶微扰理论和模式展开分析方法, 对圆管中周向导波的二次谐波发生问题进行理论和数值分析。

### 2.1 理论分析

根据二阶微扰近似理论, 描述圆管中非线性周向导波的波动方程可线性化为两个线性方程<sup>[13]</sup>:

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{U}^{(1)}) + \mu \nabla^2 \mathbf{U}^{(1)} &= \rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{U}^{(1)}}{\partial t^2}, \quad (1) \\ (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{U}^{(2)}) + \mu \nabla^2 \mathbf{U}^{(2)} + \mathbf{F}[\mathbf{U}^{(1)}] &= \rho_0 \frac{\partial^2 \mathbf{U}^{(2)}}{\partial t^2}, \quad (2) \end{aligned}$$

其中,  $\mathbf{U}^{(1)}$  表示基频周向导波的位移场,  $\mathbf{U}^{(2)}$  表示二阶 (二倍频) 周向导波的位移场,  $\rho_0$  为固体无形变时的质量密度,  $\lambda$  和  $\mu$  是拉梅常数。为简化分析过程, 不考虑管材的各向异性及声衰减, 对内外径分别为  $R_1$  和  $R_2$  的圆管建立柱坐标  $(r, \theta, z)$  如图1所示,  $z$  表示轴向, 周向导波沿周向角  $\theta$  方向传播。图中圆管在端面  $E$  和  $E'$  处进行断开处理, 将在后续仿真部分详细阐述。

角频率为  $\omega$ 、阶数为  $l$  的基频周向导波沿圆管的周向传播 (如图1) 时, 其无量纲角波数为  $N^{(\omega, l)}$ 、满足式 (1) 的位移场形式上表示为  $\mathbf{U}^{(1)} = \mathbf{U}^{(\omega, l)} = \mathbf{U}^{(\omega, l)}(r) \exp[jN^{(\omega, l)}\theta - j\omega t]$ <sup>[6,20]</sup>。因几何非线性及

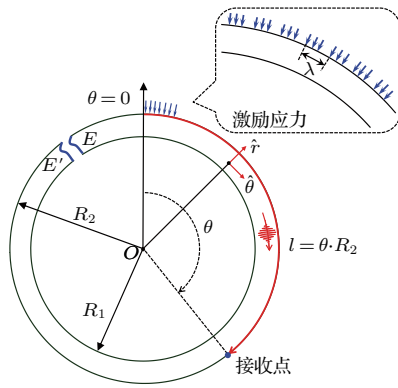


图1 圆管中周向导波的二维模型示意图及计算极坐标系

Fig. 1 Schematic diagram of the 2D circular tube model and polar coordinate system for analyzing CGW propagation

固体的弹性非线性<sup>[27]</sup>, 伴随基频周向导波的传播, 在圆管的内外表面及管壁内部, 将存在二倍频的面驱动应力张量  $\mathbf{P}^{(NL)} = \mathbf{P}[\mathbf{U}^{(1)}] = \mathbf{P}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}]$  和二倍频的彻体驱动力  $\mathbf{F}[\mathbf{U}^{(1)}] = \mathbf{F}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}]$ 。根据导波激发的模式展开分析方法,  $\mathbf{P}[\mathbf{U}^{(1)}]$  和  $\mathbf{F}[\mathbf{U}^{(1)}]$  的作用就是在圆管中激发出一系列角波数取分离值 (以  $N^{(\omega, n)}$  表示) 的二倍频周向导波模式, 这些二倍频周向导波模式相叠加, 即构成了伴随  $l$  阶基频周向导波传播所发生的二次谐波声场,  $\mathbf{U}^{(2)} = \mathbf{U}^{(2\omega)} = \mathbf{U}^{(2\omega)}(r, \theta)$ , 即有 (略去因子  $\exp[-j2\omega t]$ )<sup>[28]</sup>

$$\mathbf{U}^{(2\omega)} = \sum_n a_n(\theta) \times \mathbf{U}^{(2\omega, n)}(r), \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{U}^{(2\omega, n)}(r)$  是  $n$  阶二倍频周向导波模式的位移场函数, 其径向和周向分量分别以  $U_r^{(2\omega, n)}(r)$  和  $U_\theta^{(2\omega, n)}(r)$  表示,  $a_n(\theta)$  是  $n$  阶二倍频周向导波的模式展开系数。根据互易原理和导波模式的正交关系<sup>[27]</sup>, 推得展开系数  $a_n(\theta)$  的控制方程<sup>[19]</sup>:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \theta} - jN^{(2\omega, n)} \right] a_n(\theta) = \frac{1}{4P_{nn}} [f_{sn} + f_{vn}] \exp [jN^{(2\omega, n)}\theta], \quad (4)$$

其中,

$$P_{nn} = \frac{1}{2} \text{Re} \int_{R_1}^{R_2} \left[ -\frac{j2\omega}{r} \tilde{\mathbf{U}}^{(2\omega)}(r) \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(n)}(r) \right] \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}} dr, \quad (5)$$

式(4)~(5)中,  $P_{nn}$  和  $\boldsymbol{\sigma}^{(n)}(r)$  分别为  $n$  阶二倍频周向导波模式沿周向传播的平均功率流 (沿  $z$  轴向取

单位长度) 和应力场;  $f_{sn}$  和  $f_{vn}$  分别是由二阶表面应力张量  $\mathbf{P}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}]$  和二阶彻体驱动力  $\mathbf{F}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}]$  所提供的面驱动源和彻体驱动源, 其具体表达式分别为<sup>[19]</sup>

$$f_{sn} = j2\omega \left\{ \tilde{\mathbf{U}}_1^{(2\omega, n)}(r) \cdot \mathbf{P}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}] \cdot \hat{\mathbf{y}} \Big|_{r=R_1}^{r=R_2} \right\}, \quad (6)$$

$$f_{vn} = \int_{R_1}^{R_2} j2\omega \tilde{\mathbf{U}}^{(2\omega, n)}(y) \cdot \mathbf{F}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}] dy. \quad (7)$$

不失一般性, 设  $l$  阶基频周向导波模式的激发源位于图1中的  $\theta = 0$  处, 考虑到二次谐波的初始条件, 即在  $\theta = 0$  时无二次谐波发生, 故有  $a_n(\theta) = 0$ 。对式(4)进行积分, 容易得到该基频周向导波传播至  $\theta$  处的  $a_n(\theta)$ :

$$a_n(\theta) = \left[ \frac{\sin(\Delta N\theta)}{\Delta N} \exp(j\Delta N\theta) \right] \frac{(f_{sn} + f_{vn})}{4P_{nn}} \times \exp[jN^{(2\omega, n)}\theta], \quad (8)$$

其中,  $\Delta N = [N^{(\omega, l)} - N^{(2\omega, n)}/2]$  用于描述  $l$  阶基频周向导波与  $n$  阶二倍频周向导波模式之间的相速度匹配程度。当  $\Delta N = 0$  时, 对式(8)取极限运算可得

$$a_n(\theta) = \frac{(f_{sn} + f_{vn})}{4P_{nn}} \theta \times \exp[jN^{(2\omega, n)}\theta]. \quad (9)$$

式(9)表明, 当  $l$  阶基频周向导波模式与  $n$  阶二倍频周向导波模式的相速度严格匹配时 (即  $\Delta N = 0$ ),  $n$  阶二倍频周向导波模式的展开系数  $a_n(\theta)$  与周向角  $\theta$  呈线性关系。将式(9)带入式(3), 即得到伴随  $l$  阶周向导波模式传播而产生的二次谐波声场<sup>[19]</sup>:

$$\mathbf{U}^{(2\omega)} = \sum_n \frac{(f_{sn} + f_{vn}) \sin(\Delta N\theta)}{4P_{nn} \Delta N} \mathbf{U}^{(2\omega, n)}(r) \cdot \exp [jN^{(2\omega, n)}\theta + j\Delta N\theta]. \quad (10)$$

至此, 基于二阶微扰近似和模式展开分析方法, 推得了伴随  $l$  阶周向导波传播所发生的二次谐波声场的数学表达式。据式(3)可知,  $l$  阶周向导波模式的二次谐波声场由一系列二倍频周向导波模式叠加而成,  $n$  阶二倍频周向导波模式对二次谐波声场  $\mathbf{U}^{(2\omega)}$  的贡献取决于两个条件: 一是以  $\Delta N$  表示的相速度匹配程度; 二是由基波产生的  $\mathbf{P}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}]$  及  $\mathbf{F}[\mathbf{U}^{(\omega, l)}]$  与二倍频周向导波模式之间的耦合程度, 即基波传递给二次谐波的功率流的大小 (通过  $(f_{vn} + f_{sn})/4P_{nn}$  的数值大小予以体现)。相速度匹配程度对周向导波二次谐波的发生效率至关重要,

决定了  $n$  阶二倍频周向导波模式的振幅随周向角  $\theta$  的积累增长程度。据式 (8) 可知, 对于  $n$  阶二倍频周向导波模式, 当  $\Delta N \neq 0$  时,  $a_n(\theta)$  随周向角  $\theta$  以正弦函数形式变化。这一结论类似于固体板中兰姆波的二次谐波发生效应<sup>[12-13]</sup>, 当相速度失配时 (即  $N(\omega, l) \neq N(2\omega, n)/2$ ), 在一定周向角范围内,  $a_n(\theta)$  仍表现出积累增长性质; 在  $\theta_{\max} = \pi/(2\Delta N)$  处,  $a_n(\theta)$  取极大值<sup>[27]</sup>。

需注意的是, 当  $\Delta N = 0$  时,  $n$  阶二倍频周向导波随周向角积累增长; 对于某一确定的周向角  $\theta$ , 周向导波绕行一周之后周向角将增加  $2\pi$ 。若不计衰减, 据式 (9) 可知, 在绕行  $J$  周之后, 较最初  $\theta$  处的  $n$  阶二倍频周向导波的振幅将增大  $(2J\pi + \theta)/\theta$  倍, 这一效应完全不同于兰姆波和 SH 板波, 以及管 (柱) 状结构中轴向导波的非线性效应<sup>[12-13, 16-18]</sup>。

## 2.2 数值分析

### 2.2.1 数值计算

设图 1 所示圆管的内径  $R_1$  和外径  $R_2$  分别为 104.5 mm 和 109.5 mm, 其相关的材料参数如表 1 所列。

根据圆管中周向导波的频散方程<sup>[6, 20]</sup>, 计算得到周向导波基频和二倍频的频散曲线如图 2 所示。线相速度和线群速度分别定义为  $c_p^{(m)} = R_2\omega^{(m)}/N^{(m)}$ ,  $c_g^{(m)} = R_2 \times d\omega^{(m)}/dN^{(m)}$  ( $m = 1, 2; \omega^{(1)} = 2\pi f, \omega^{(2)} = 2\pi \times 2f$ ), 上标  $m = 1, 2$  分别对应基频或二倍频周向导波模式;  $N^{(m)}$  表示相应的角波数。垂直虚点线  $V$  与二倍频周向导波

频散曲线存在一系列交点 ( $D_0, D_1, D_2, D_3$  和  $D_4$ ), 这些交点对应一系列二倍频的周向导波模式。点  $P_0$  和  $D_0$  相重合, 表明在该驱动频率 (由垂直虚点线  $V$  所对应的频率) 下, 满足相速度匹配条件 (即  $c_p^{(1)} = c_p^{(2)}$ )。

表 1 圆管的材料参数

Table 1 Some parameters for the material of circular tube

材料	密度 $\rho_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	声速/ ( $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$ )		三阶弹性常数/Gpa		
		$c_L$	$c_T$	A	B	C
不锈钢	7900	5.64	3.07	-720	-230	180

从实际测量角度出发, 分析圆管外表面的二次谐波位移场随传播周向角的分布关系甚有必要。当基频周向导波 (由点  $P_0$  确定) 沿圆管周向传播时, 所发生的二次谐波可视为一系列二倍频周向导波模式 (由点  $D_0, D_1, D_2, D_3, D_4$  确定) 叠加而成。根据式 (10) 进行计算, 图 3 给出了伴随基频周向导波模式 ( $l = 3$ ) 传播所发生的若干个二倍频周向导波模式, 在圆管外表面的振幅随传播周向角的变化关系曲线。

显而易见, 因基频与二倍频周向导波模式满足相速度严格匹配条件 ( $c_p^{(1)} = c_p^{(2)}$  或  $N(\omega, l) = N(2\omega, n)/2$ ), 阶数  $n = 5$  的二倍频周向导波模式 (由点  $D_0$  确定) 的振幅随传播周向角呈线性积累增长关

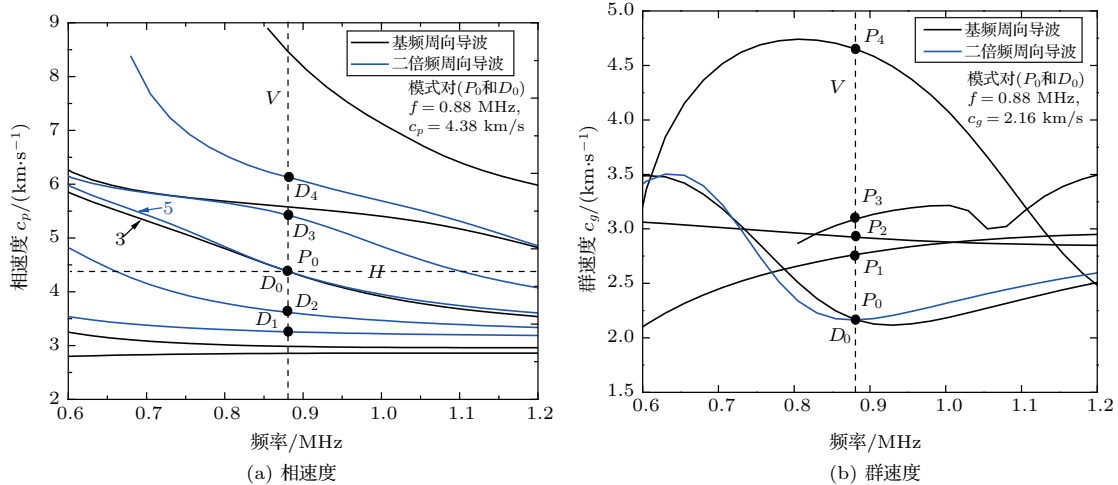


图 2 圆管中基频和二倍频周向导波频散曲线

Fig. 2 Dispersion curves for primary and double frequency CGWs in the circular tube

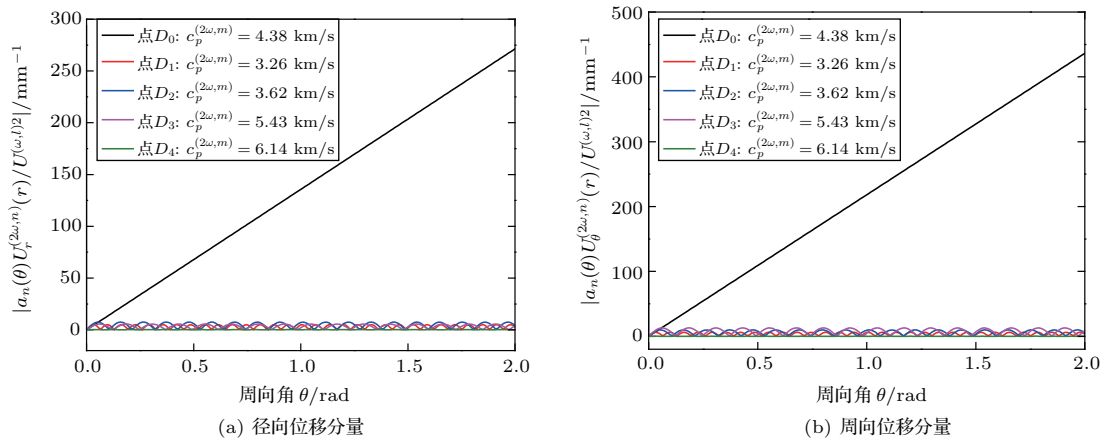


图3 在圆管外表面,二倍频周向导波模式的振幅随传播周向角的关系曲线

Fig. 3 Amplitudes of some double-frequency circumferential guided wave modes on the outer surface of the circular tube

系。相比之下,由其他交点( $D_1$ 、 $D_2$ 、 $D_3$ 和 $D_4$ )所确定的二倍频周向导波模式,因 $c_p^{(1)} \neq c_p^{(2)}$ ,其振幅随传播周向角以正弦形式振荡变化,表现出“拍”效应。频散程度 $\Delta N$ 越大(即相速度失配越严重), $\theta_{\max}$ 越小,二倍频周向导波振幅随周向角的振荡愈加明显,其对二次谐波声场 $U^{(2\omega)}$ 的贡献与点 $D_0$ 所确定的二倍频周向导波模式相比,处于次要地位。因此,当基频与二倍频周向导波满足相速度严格匹配条件时,二次谐波声场主要取决于点 $D_0$ 所确定的二倍频周向导波模式,其他二倍频周向导波模式的贡献可忽略不计。在实际应用中,可选择性地激发适当的基频周向导波模式,使其满足相速度相匹配和功率流不为零(即 $(f_{vn} + f_{sn})/4P_{nn} \neq 0$ )的条件,如此便可有效地检测到周向导波的二次谐波信号。

需要说明的是,在二阶微扰近似(即弱非线性近似)条件下,文中理论分析过程及所得结果是准确的。换句话说,式(9)和式(10)成立是有条件的,要求伴随基频周向导波传播所发生的二次谐波的振幅远小于基频波的振幅(视基波振幅为恒定值),并忽略三次以上的高次谐波。对于 $\Delta N = 0$ 的情形,考虑到具有积累增长性质的 $n$ 阶二倍频周向导波模式的非线性畸变程度随周向角累积增强,在传播一定的周向角度之后,可导致锯齿波的形成。在临近锯齿波形成的周向角附近,式(10)给出的解不再成立,因为此时二阶微扰近似的前提条件已不满足。通常关注的是锯齿波形成之前的有限振幅声波的传播问题,尽管式(10)存在一定的局限性,但从应

用角度考虑,该解仍具有实际意义<sup>[12,14]</sup>。

### 2.2.2 有限元仿真

采用商业有限元软件Abaqus<sup>®</sup>数值仿真非线性周向导波在圆管结构中的传播过程,用于有限元仿真研究周向导波传播规律的二维圆管模型示意图如图1所示。一般来说,施加于圆管外表面的应力将同时激发出沿顺时针和逆时针传播的周向导波,在此我们仅考虑周向导波沿顺时针方向的传播。为避免沿逆时针方向传播的周向导波干扰,得到单一沿顺时针方向的周向导波信号,将图1所示的圆管在端面 $E$ 和 $E'$ 处断开,并采用无限元单位(CINPE4)划分端面网格,由此尽量减弱来自上述端面的反射信号和干扰。采用Fortran语言编写用户子程序VUMAT,将圆管材料的非线性本构关系引入Abaqus/Explicit求解器中进行迭代计算<sup>[23]</sup>。采用四节点减缩积分平面应变单元CPE4R划分网格,单元尺寸设置为0.2 mm,时间增量设定为0.01  $\mu\text{s}$ 。在单层圆管外表面施加周期性分布的应力以实现选择性激发超声导波目标模式,并尽可能地抑制其他不相关模式的产生。激励信号 $S(t)$ 是Hanning窗调制的正弦脉冲信号,其载波频率为0.88 MHz,30个周波数。通常激励应力在时间和空间上的分布形式可由函数 $M \times S(t) \times K(l)$ 完全定义出, $M$ 为应力幅值,在本文中设为10 MPa<sup>[29]</sup>, $K(l)$ 是激励应力在空间的分布函数。

采用数字带通滤波器对在圆管外表面处( $r = R_2$ )接收到的时域信号进行滤波,得到基波时域信号和二次谐波时域信号如图4(a)所示。在基



波时域信号中可清晰观察到5个波包，通过波速法计算出各波包的群速度，并参照图2(b)群速度频散曲线可确定各波包分别对应的基频周向导波模式。由二次谐波时域信号可知，二次谐波信号完全由点 $P_0$ 对应的基频周向导波产生，其他模式因不满足相速度匹配条件，对二次谐波几乎无贡献。这一仿真结果与理论预期完全吻合。因点 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 对应的基频周向导波模式对二次谐波声场几乎无贡献，在接下来的数值分析过程中，可不考虑这些模式。

图4(a)表明，在激发周向导波目标模式的同时，将不可避免地激发出其他不需要的导波模式。为了更有针对性地对目标模式的时域信号进行分析和处理，提高信噪比，采用适当宽度的Hanning窗对目标模式的原始时域信号进行提取，Hanning窗的时间延迟由 $L/c_g^{(P_0)}$ 计算得到。对图4(a)中的时域信号施加Hanning窗进行调制，以提取周向导波目标模式(点 $P_0$ )的时域信号，调制后的时域信号如图4(b)所示。总的来说，采用Hanning窗调制的方法提取目标周向导波模式的时域信号是一种有效的信号处理方法，可有效去除不需要模式的影响，仅保留基频周向导波目标模式及相应的二次谐波时域信号，便于对其进行分析和处理<sup>[23]</sup>。

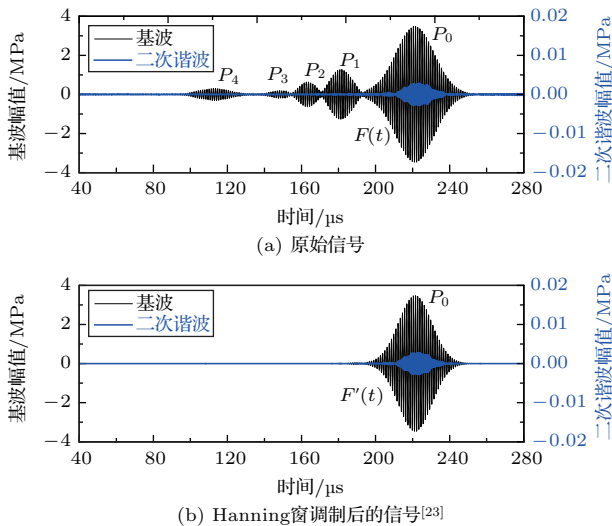


图4 周向导波的基波和二次谐波时域信号 ( $L = 508 \text{ mm}$ )

Fig. 4 Time-domain signals of the primary CGW and second harmonic ( $L = 508 \text{ mm}$ )

在有限元仿真模型中，接收点位于圆管外表面 ( $r = R_2$ )，其位置距离激励源中心的弧长距离从310 mm逐步移至490 mm，移动弧长步距为

10 mm。对每个接收点位置的时域信号施加适当宽度的Hanning窗进行调制，并提取出目标模式的基波和二次谐波时域信号。周向导波相对非线性声参量可定义为<sup>[24]</sup>  $\beta = A_{2f}/A_f^2$ ，其中 $A_f$ 为圆管外表面 ( $r = R_2$ , 周向角 $\theta$ 给定)的基波振幅， $A_{2f}$ 为同一位置处的二次谐波振幅。计算发现，周向导波的归一化相对非线性声参量 $\beta$ 随传播周向角 $\theta$ 呈线性积累增长关系<sup>[23]</sup>，这一结论与理论分析完全吻合。

### 3 实验研究

周向导波实验系统示意图如图5(a)所示。Ritec 5000 SNAP系统输出一用于激励斜劈超声换能器 $T_x$ 的射频脉冲，置于圆管外表面的斜劈换能器 $T_x$ 在该射频脉冲的激励下，在圆管中激发出相应的超声时域脉冲信号，选取与 $T_x$ 倾角相同的斜劈换能器 $R_x$ 以接收 $T_x$ 所激励出的超声时域信号，并通过示波器显示和储存。斜劈换能器 $T_x$ 和 $R_x$ 由自制的与圆管外径曲率匹配的有机玻璃斜劈和纵波超声换能器(A401S和V403, Panametrics Inc.)构成。斜劈换能器的倾斜角度可由Snell定律 $\alpha = \sin^{-1}(c/c_p)$ 确定，其中 $c$ 为有机玻璃纵波声速，其值为 $c = 2.72 \text{ km/s}$ ， $c_p$ 为点 $P$ 所对应的周向导波的线相速度，由图2(a)中水平虚线 $H$ 所确定，其值为 $c_p = 4.38 \text{ km/s}$ ，据此计算出斜劈换能器的倾斜角度。可以预期的是，由斜劈换能器 $T_x$ 激发出的体纵波进入到圆管中，经过反射和折射能够形成所需的周向导波模式。

#### 3.1 选择性激发目标模式的实验研究

为了观察到周向导波传播过程中强烈的非线性效应(即其二次谐波随传播周向角积累增长)，需选择性地激发出相速度匹配的周向导波目标模式(如图2中点 $P_0$ )，故首先对该问题进行实验研究。

实验测量中，Ritec 5000 SNAP系统输出的用于激励 $T_x$ 的射频脉冲为经Hanning窗调制的正弦脉冲信号，其载波频率为0.88 MHz(由图2中的竖直虚点线 $V$ 确定)，32个周波，示波器采样频率为1000 MHz，采样点为 $10^5$ 个。纵波超声换能器与斜劈之间用黏稠的蜂蜜进行耦合，并用螺钉旋紧固定，将 $T_x$ 和 $R_x$ 用硅橡胶紧固粘贴到圆管外表面的指定位置， $T_x$ 和 $R_x$ 正对且相距 $L = 270 \text{ mm}$ 。实验所用圆管试件为出厂状态，在周向导波的绕行路径上，材

料的几何尺寸不可避免地会出现些许误差,导致通过  $R_x$  实验观测到的超声时域信号的包络形状看似并不十分规则,模式纯度并不十分理想。为减小圆管壁厚不均匀性对超声测量的影响,采用施加适当宽度的 Hanning 窗的调制方式对周向导波时域信号进行处理<sup>[24]</sup>。

图6(a)为施加 Hanning 窗调制的基波和二次谐波时域信号。 $R_x$  所接收到的超声信号中包含有三个清晰的时域包络信号。从时间顺序上看,  $A$  表示斜劈超声换能器  $R_x$  首次接收到的超声时域信号,经推测,  $B$  应是超声时域信号继续绕圆管周向传播一周之后由  $R_x$  再次接收所得,  $C$  应为超声时域信号

绕行圆管两周之后由  $R_x$  第三次接收所得。图6(a)中相邻包络之间的时间差  $\Delta t = 313.24 \mu\text{s}$ , 周向导波绕行一周的弧长  $\Delta L = 2\pi R_2$ , 据此可计算超声时域信号的群速度  $c_g = \Delta L / \Delta t = 2.20 \text{ km/s}$ 。该群速度值非常接近基频周向导波模式(图2(b)中的点  $P_0$ )的线群速度理论值(R.E. 1.85%)。对时域包络信号  $A$  进行傅里叶变换,得到如图6(b)所示的幅频曲线。由图6(b)可知,在射频脉冲载波频率  $f = 0.88 \text{ MHz}$  处,二次谐波的幅频曲线存在峰值,该显著的二次谐波幅频响应当归结于基频周向导波沿圆管周向传播过程中的二次谐波发生效应。

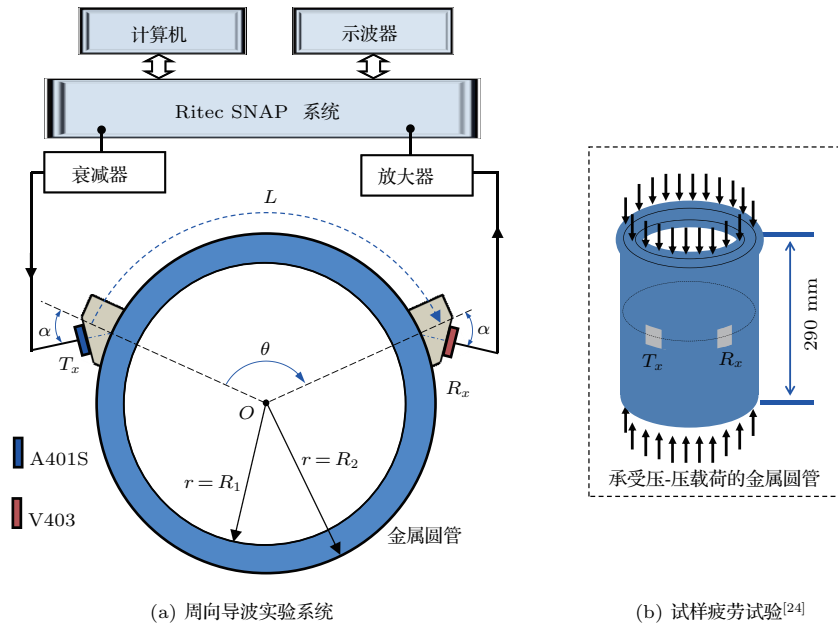


图5 周向导波实验系统与试样疲劳试验<sup>[24]</sup>示意图

Fig. 5 Schematic diagram of experimental setup for measurements of CGWs propagation, and specimen subjected to fatigue loading

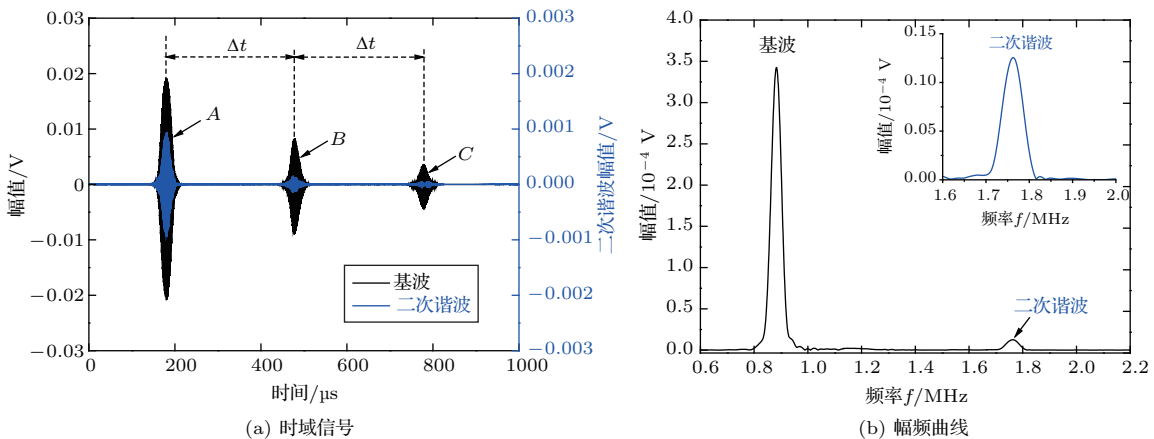


图6 换能器  $R_x$  所接收到的周向导波

Fig. 6 Circumferential guided waves received by  $R_x$

通过分析图6所示的时域和频域信号可知,采用上述的实验系统条件和激励信号设置,的确能够在圆管中选择性地激发周向导波目标模式。在此基础上,实验观察周向导波时域信号沿圆管周向传播过程中的二次谐波发生效应。

### 3.2 积累二次谐波发生效应的实验观察

采用图5(a)所示的实验系统,实验观察周向导波时域信号沿圆管周向传播过程中的二次谐波发生效应。用AB胶将斜劈超声换能器 $T_x$ 固定到圆管外表面的指定位置,通过移动与其正对的 $R_x$ 来调整 $T_x$ 和 $R_x$ 之间的正对间隔(用弧长 $L$ 或周向角 $\theta$ 表示)。为对基频周向导波和具有积累增长效应的周向导波二次谐波的位移场进行有效的测量,纵波超声换能器(A401S和V403)与有机玻璃斜劈之间以及接收换能器 $R_x$ 与圆管外表面之间,均采用黏稠的蜂蜜薄层进行声耦合。

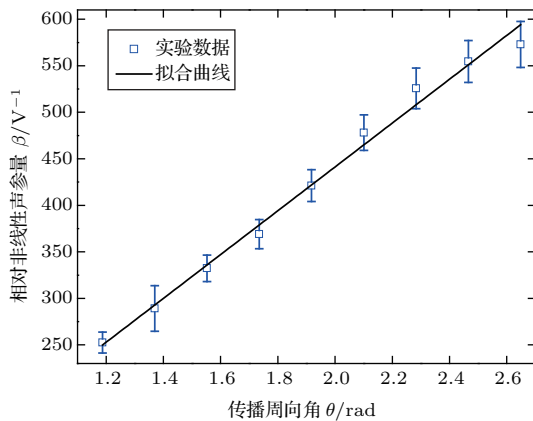


图7 相对非线性声参量 $\beta$ 随传播周向角 $\theta$ 变化的关系曲线<sup>[21]</sup>

Fig. 7 Curve of relative acoustic nonlinearity parameter  $\beta$  versus circumferential angle  $\theta$ <sup>[21]</sup>

在实验测量中,射频脉冲为载波频率等于0.88 MHz的Hanning窗调制的正弦脉冲信号,射频脉冲的周波个数为40。发射换能器 $T_x$ 固定不动,接收换能器 $R_x$ 开始从 $L = 130$  mm逐步移至 $L = 290$  mm,移动弧长步距为20 mm。对于每一个间距 $L$ ,采用完全相同的测量条件,对相应的时域信号进行三次重复测量(进行下一次重复测量时,将 $R_x$ 从圆管表面完全移开,在斜劈接触弧面上涂抹蜂蜜之后再将其放回移开前位置)。所接收到的周向导波时域信号(包含基频周向导波和二次谐波时域信号)经示波器显示和存储,采样频率为1000 MHz,

采样点为 $10^5$ 个。对不同间距 $L$ 接收到的时域信号按图6所示方法进行信号处理,通过幅频曲线提取基波振幅 $A_f$ 和二次谐波振幅 $A_{2f}$ ,得到非线性声参量 $\beta$ 随传播周向角变化的关系曲线如图7所示。

图7清晰地显示出在一定传播周向角范围内( $\theta = 1.19 \sim 2.65$  rad),相对非线性声参量 $\beta = A_{2f}/A_{1f}^2$ 随传播周向角积累增长。实验分析表明,在图2(a)所示的载波频率 $f = 0.88$  MHz处(该点满足相速度匹配条件),周向导波具有强烈的非线性效应,其二次谐波随传播周向角积累增长。

### 3.3 典型应用——金属圆管积累损伤的非线性超声导波评价

在以上工作基础之上,我们开展了圆管损伤的非线性周向超声导波的评价研究。

选择承受低周载荷的304不锈钢圆管作为疲劳实验的研究对象,采用已建立的周向导波实验系统(见图5(a))对疲劳加载试件中传播的周向导波进行实验研究,以期采用非线性周向导波评价圆管的损伤提供实验依据。承受低周疲劳损伤的圆管试件与前文所用的圆管为同一批次的304奥氏体不锈钢圆管,其内径 $R_1 = 104.5$  mm,外径 $R_2 = 109.5$  mm。圆管损伤试件从304不锈钢圆管上直接切割加工而成,按照标准GB/T7314-2005《金属材料室温压缩试验方法》制备。为了确定304不锈钢管的力学性能,对其中一个圆管试件进行标准准静态压缩试验。室温条件下的压缩试验在万山红电液伺服万能材料疲劳试验机上进行,该试验机的最大载荷为2000 kN,通过室温下压缩试验可确定304不锈钢管的屈服极限为208 MPa。试件疲劳试验也在该试验机上进行,其示意图如图5(b)所示。疲劳试验温度为室温,应力加载波形为三角波,频率为0.025 Hz。在加载过程中,平均应力为208 MPa,应力幅值60 MPa。在试件疲劳加载之前,对金属圆管中的周向导波信号进行测量以作为对比参考,然后设定循环加载20次为一个加载周期。一个循环加载周期结束后,将试件从液电伺服万能试验机上取下,采用图5(a)所示的实验系统测量试件中的周向导波(具体测量过程参见第3.1节的描述),待完成上述测试之后再对试件进行下一个周期的疲劳加载。重复上述步骤,直至圆管内壁表面出现较明显的变化为止(共进行了15个周期的循环加载,即循环加载总次数 $M = 300$ )。



对于承受每个加载周期之后的圆管试件,均进行3次重复超声测量;每次测量时将换能器A401S和V403从有机玻璃斜劈上取下(松开紧固螺钉,直接取下),将探头擦拭干净后重新涂抹医用耦合剂,然后再将换能器A401S和V403分别用螺钉紧固到有机玻璃斜劈上进行重复的超声测量。对实验测量系统所接收到的不同的疲劳加载次数(或加载周期)的超声信号进行信号处理和分析,得到周向导波的基波和二次谐波的幅频曲线。通过幅频曲线提取基波振幅 $A_f$ 和二次谐波振幅 $A_{2f}$ ,得到周向导波的归一化基波振幅 $A_f$ 和归一化非线性声参量 $\beta$ 随循环加载次数的关系曲线,如图8所示。

由图8可知,周向导波的归一化基波振幅 $A_f$ 随循环次数 $M$ 的变化有略微增大的趋势,这与试件承受拉-拉或拉-压疲劳加载条件下的基波归一化振幅随循环加载次数的增加而略微减小的趋势有所不同<sup>[30]</sup>。推测产生这一结果的原因,可能是圆管试件在沿其轴向的压-压疲劳加载作用下,其材质变得更加密实,从而使得超声信号在传播过程中的声衰减略有减小。显而易见,周向导波的基波振幅 $A_f$ 随 $M$ 的改变并不明显(约3.6%),且与循环次数 $M$ 的对应关系亦不甚明确。

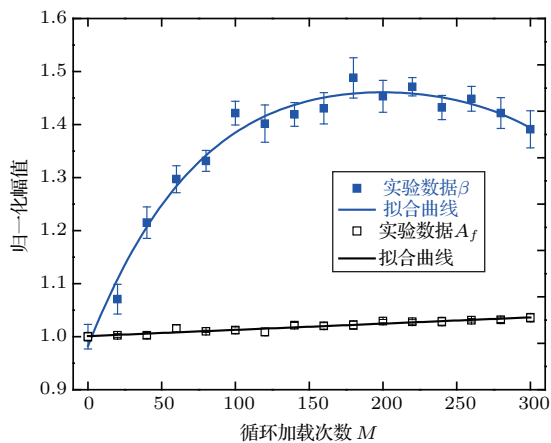


图8 周向导波的基波振幅 $A_f$ 和非线性声参量 $\beta$ 随循环加载次数变化的关系曲线

Fig. 8 Curve of the normalized magnitude of the primary wave  $A_f$  and nonlinearity parameter  $\beta$  versus cyclic loading number

与 $A_f$ 相比,周向导波的归一化非线性声参量 $\beta$ 随 $M$ 的变化表现出更为敏感的性质,尤其是在循环载荷作用的初期( $M$ 在180以内), $\beta$ 随 $M$ 的变化非常显著,且表现出明显的单调关系。 $\beta$ 随循环次数

$M$ 表现出“先上升,后缓慢下降”的趋势,即在施加疲劳载荷的初期, $\beta$ 随疲劳载荷循环次数 $M$ 单调上升;继续施加疲劳载荷作用( $M$ 在180~300之间), $\beta$ 随 $M$ 的增加呈现逐渐下降的趋势。

产生这一现象的原因可作如下定性解释:众所周知,在疲劳损伤初期,管材的线性声学参数(如声速和声衰减等)的改变很小,而其非线性参数(用三阶弹性常数描述)的增加相对较为明显<sup>[31-32]</sup>,可认为式(8)中的 $N^{(\omega,l)}$ 和 $N^{(2\omega,n)}$ 几乎不变,循环加载时初始相速度匹配条件(即 $\Delta N = 0$ 或 $\Delta N \rightarrow 0$ )总是满足的。二倍频周向导波模式(对应于图2中的点 $D_0$ )的展开系数的值为 $|a_n(\theta)| = |f_{sn} + f_{vn}|/|4P_{nn}| \times \theta$ (见式(9))。对于给定的传播周向角 $\theta$ 或传播路径 $L$ ,式(9)中的 $|f_{sn} + f_{vn}|/|4P_{nn}|$ 将随着损伤的增加(即 $M$ 的增加)而增大,从而使得二次谐波的振幅 $A_{2f}$ (主要依赖于图2(a)中点 $D_0$ 表示的二倍频周向导波模式)随 $M$ 的增大而增大,因此图8中周向导波的归一化非线性声参量 $\beta$ 的值在损伤早期阶段随循环次数 $M$ 的增大而显著增大( $M < 180$ )。随着管材损伤的进一步累积( $M$ 继续增大),管材线性参数的改变开始变得明显,导致所选模式对(图2中点 $P_0$ 和 $D_0$ )的初始相位速度匹配条件将不再严格满足(即 $\Delta N \neq 0$ ),而相位速度失配会导致伴随基波传播的二次谐波发生效率显著的减小<sup>[12-13]</sup>。对于 $\Delta N \neq 0$ 的情形,二倍频周向导波模式(图2中的点 $D_0$ )的展开系数的值为 $|a_n(\theta)| = |f_{sn} + f_{vn}|/|4P_{nn}| \times |\sin(\Delta N\theta)/\Delta N|$ (见式(8))。三阶弹性常数的增大将导致 $|f_{sn} + f_{vn}|/|4P_{nn}|$ 增加(见式(6)和式(7)),但随着材料弹性线性参量改变的增加(以 $\Delta N$ 的增加为反映), $|\sin(\Delta N)/\Delta N|$ 将显著减小。可以预期,当试样承受较多的循环载荷时(图8中 $M \geq 180$ ), $|f_{sn} + f_{vn}|/|4P_{nn}|$ 的增加和 $|\sin(\Delta N)/\Delta N|$ 的相对明显下降,最终使得 $|a_n(\theta)|$ 呈下降趋势。因此, $\beta$ 之值随 $M$ 的变化显示出如图8所示的减小趋势( $M \geq 180$ )。

#### 4 结论

通过对圆管结构中周向导波的非线性效应开展理论分析、数值仿真及实验研究,可得到如下结论:

(1) 采用将二阶微扰近似与模式展开分析相结合的方法, 可从理论上有效求解圆管结构中的非线性周向导波问题。建立了圆管中周向导波二次谐波发生效应的理论分析模型, 得到了周向导波二次谐波的模式展开方程及其二次谐波声场之解析解, 给出了积累二倍频周向导波模式的发生条件及实现方法。

(2) 采用数值计算和有限元仿真, 可有效洞察周向导波二次谐波发生效应的物理过程。通过数值计算和有限元仿真发现, 基频与二倍频周向导波模式的相速度匹配程度, 可显著地影响二倍频周向导波模式随传播周向角的积累增长程度; 满足相速度匹配的二倍频周向导波模式, 在二次谐波声场中占主导地位, 其他二倍频周向导波模式对二次谐波声场的贡献可忽略不计。

(3) 针对基频与二倍频周向导波模式的相速度和群速度均相匹配的情形, 经实验研究发现, 周向导波确可存在强烈的非线性效应, 表现为相对非线性声参量随传播周向角积累增长。

(4) 通过实验研究发现, 周向导波的二次谐波发生效应可对圆管早期损伤状态做出敏感响应; 采用周向导波的二次谐波发生效应, 可对圆管的早期损伤状态进行有效评价。

## 参 考 文 献

- [1] Ditri J J. Utilization of guided elastic waves for the characterization of circumferential cracks in hollow cylinders[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1994, 96(6): 3769–3775.
- [2] Rose J L, Ditri J J, Pilarski A, et al. A guided wave inspection technique for nuclear steam generator tubing[J]. *NDT & E Int.*, 1994, 27(6): 307–310.
- [3] Siqueira M H S, Gatts C E N, Silva R R D, et al. The use of ultrasonic guided waves and wavelets analysis in pipe inspection[J]. *Ultrasonics*, 2004, 41(10): 785–797.
- [4] Mu J, Zhang L, Rose J L. Defect circumferential sizing by using long range ultrasonic guided wave focusing techniques in pipe[J]. *Nondestructive Testing & Evaluation*, 2007, 22(4): 239–253.
- [5] Gazis D C. Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow circular cylinders. I. Analytical foundation[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1959, 31(5): 573–578.
- [6] Qu J, Berthelot Y, Li Z. Dispersion of guided circumferential waves in a circular annulus[J]. *Review of Progress in Quantitative NDE*, 1996, 15(A): 169–176.
- [7] Liu G, Qu J. Guided circumferential waves in a circular annulus[J]. *J. Appl. Mech.*, 1998, 65(2): 424–430.
- [8] Valle C, Qu J, Jacobs L J. Guided circumferential waves in layered cylinders[J]. *Int. J. Eng. Sci.*, 1999, 37(11): 1369–1387.
- [9] Zhang H L, Yin X C. Guided circumferential waves in a double-layered thick-walled hollow cylinder with a free-sliding interface[J]. *J. Vib. Eng.*, 2008, 21(5): 471–475.
- [10] Zhang H L, Bin H E, Song L H, et al. Guided circumferential waves in a multi-layered thick-walled hollow cylinder with different continuous conditions[J]. *J. Vib. Eng.*, 2014, 27(3): 341–347.
- [11] Deng M X. Cumulative second-harmonic generation of Lamb-mode propagation in a solid plate[J]. *J. Appl. Phys.*, 1999, 85(6): 3051–3058.
- [12] Deng M X, Liu Z Q. Modal analysis of second-harmonic generation of shear horizontal modes in an elastic plate[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, 81(10): 1916–1918.
- [13] Deng M X. Analysis of second-harmonic generation of Lamb modes using a modal analysis approach[J]. *J. Appl. Phys.*, 2003, 94(6): 4152–4159.
- [14] de Lima W J N, Hamilton M F. Finite-amplitude waves in isotropic elastic plates[J]. *J. Sound Vib.*, 2003, 265(4): 819–839.
- [15] de Lima W J N, Hamilton M F. Finite amplitude waves in isotropic elastic waveguides with arbitrary constant cross-sectional area[J]. *Wave Motion*, 2005, 41(1): 1–11.
- [16] Srivastava A, Scalea F L D. On the existence of longitudinal or flexural waves in rods at nonlinear higher harmonics[J]. *J. Sound Vib.*, 2010, 329(9): 1499–1506.
- [17] Liu Y, Khajeh E, Lissenden C J, et al. Interaction of torsional and longitudinal guided waves in weakly nonlinear circular cylinders[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2013, 133(5): 2541–2553.
- [18] Liu Y, Lissenden C J, Rose J L. Higher order interaction of elastic waves in weakly nonlinear hollow circular cylinders. I. Analytical foundation[J]. *J. Appl. Phys.*, 2014, 115(21): 214901.
- [19] 高广健, 邓明晰, 李明亮. 圆管结构中周向导波非线性效应的模式展开分析[J]. *物理学报*, 2015, 64(18): 184303. Gao Guangjian, Deng Mingxi, Li Mingliang. Modal expansion analysis of nonlinear circumferential guided wave propagation in a circular tube[J]. *Acta Phys. Sin.*, 2015, 64(18): 184303.
- [20] 高广健, 邓明晰, 李明亮, 等. 管间界面特性对周向超声导波传播特性的影响[J]. *物理学报*, 2015, 64(22): 224301. Gao Guangjian, Deng Mingxi, Li Mingliang, et al. Influence of the interfacial properties on guided circumferential wave propagation in the circular tube structure[J]. *Acta Phys. Sin.*, 2015, 64(22): 224301.
- [21] Deng M X, Gao G J, Li M L. Experimental observation of cumulative second-harmonic generation of circumferential guided wave propagation in a circular tube[J]. *Chinese Physics Letters*, 2015, 32(12): 88–91.
- [22] 李明亮, 邓明晰, 高广健. 复合圆管界面特性对周向超声导波二次谐波发生效应的影响分析[J]. *物理学报*, 2016, 65(19): 194301.

- Li Mingliang, Deng Mingxi, Gao Guangjian. Influences of the interfacial properties on second-harmonic generation by primary circumferential ultrasonic guided wave propagation in composite tube[J]. *Acta Phys. Sin.*, 2016, 65(19): 194301.
- [23] Li M L, Deng M X, Zhu W J, et al. Numerical perspective of second-harmonic generation of circumferential guided wave propagation in a circular tube[J]. *Chinese Phys. Lett.*, 2016, 33(12): 81–85.
- [24] Deng M, Gao G, Xiang Y, et al. Assessment of accumulated damage in circular tubes using nonlinear circumferential guided wave approach: a feasibility study[J]. *Ultrasonics*, 2017, 75: 209–215.
- [25] Li M L, Deng M X, Gao G J, et al. Modeling of second-harmonic generation of circumferential guided wave propagation in a composite circular tube[J]. *J. Sound Vib.*, 2018, 421(12): 234–245.
- [26] Li M L, Deng M X, Gao G J, et al. Mode pair selection of circumferential guided waves for cumulative second-harmonic generation in a circular tube[J]. *Ultrasonics*, 2018, 82: 171–177.
- [27] 邓明晰. 固体板中的非线性兰姆波[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 96–106.
- [28] 邓明晰. 分层结构中兰姆波二次谐波发生的模式展开分析[J]. *声学学报*, 2005, 30(2): 132–142.
- Deng Mingxi. Modal expansion analyses of second-harmonic generation of Lamb waves in layered structures[J]. *Acta Acustica*, 2005, 30(2): 132–142.
- [29] Zhu W, Deng M, Xiang Y, et al. Modeling of ultrasonic nonlinearities for dislocation evolution in plastically deformed materials: simulation and experimental validation[J]. *Ultrasonics*, 2016, 68: 134–141.
- [30] 邓明晰, 裴俊峰. 无损评价固体板材疲劳损伤的非线性超声兰姆波方法[J]. *声学学报*, 2008, 33(4): 360–369.
- Deng Mingxi, Pei Junfeng. Nondestructive evaluation of fatigue damage in solid plates using nonlinear ultrasonic Lamb wave method[J]. *Acta Acustica*, 2008, 33(4): 360–369.
- [31] Nagy P B. Fatigue damage assessment by nonlinear ultrasonic materials characterization[J]. *Ultrasonics*, 1998, 36(1): 375–381.
- [32] Kim J Y, Qu J, Jacobs L J, et al. Acoustic nonlinearity parameter due to microplasticity[J]. *J. Nondestruct. Eval.*, 2006, 25(1): 28–36.