

◇ 研究报告 ◇

# 利用频域 $\beta$ -warping 变换的浅海目标航向估计方法\*

董 阁<sup>1,2</sup> 郭良浩<sup>1†</sup> 徐 鹏<sup>1</sup> 闫 超<sup>1</sup>

(1 中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室 北京 100190)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

**摘要:** 对于单一静止的观测平台, 针对直航运动的目标, 提出了一种利用频域  $\beta$ -warping 变换的浅海目标航向估计方法。该方法利用频域  $\beta$ -warping 变换从简正波互相关项中提取与目标距离呈线性关系的脉冲时延, 进而估计距离特征量, 并根据几何关系建立了目标航向、目标方位和距离特征量的数学模型, 利用渐近无偏最小二乘方法对目标航向进行估计。数值仿真和实验数据处理结果表明: 在浅海水平不变波导远场条件下, 该方法可以对直航运动的目标进行可靠地航向估计, 航向估计性能与观测时间内的平均方位变化率密切相关。

**关键词:** warping 变换; 距离特征量; 目标航向估计

中图分类号: O427.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2020)04-0501-11

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2020.04.002

## Target course estimation based on frequency $\beta$ -warping transform in shallow water

DONG Ge<sup>1,2</sup> GUO Lianghao<sup>1</sup> XU Peng<sup>1</sup> YAN Chao<sup>1</sup>

(1 State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** A course estimation method for the target with linear motion based on frequency  $\beta$ -warping transform in shallow water is proposed using single stationary observer platform. In order to estimate the distance characteristic, this method extracts the time delay which is proportional to the target range from the modal coherence items using frequency  $\beta$ -warping transform. Then this method establishes the mathematical model of the target course, the target bearing and the distance characteristic according to geometric relation, and estimates the target course using the asymptotically unbiased least squares method. The numerical simulation and the sea trial results show that, in a range-independent shallow water waveguide, this method can estimate the course stably for the target with linear motion, and the average bearing rate in observation time is closely related to the performance of this method.

**Keywords:** warping transform; Distance characteristic; Target course estimation

## 0 引言

纯方位目标运动分析方法仅利用目标方位信息估计目标的距离、速度和航向等运动状态参数信

息<sup>[1-2]</sup>。但根据纯方位目标运动分析的可观测性理论<sup>[3]</sup>, 若观测平台未进行有效机动, 目标运动状态信息具有不完全可测性。当目标进行匀速直线运动时, 对于单一静止的观测平台, 仅目标航向信息是

2019-09-16 收稿; 2020-02-15 定稿

\*国家自然科学基金项目 (61571436)

作者简介: 董阁 (1991-), 男, 山东临沂人, 博士研究生, 研究方向: 水声信号处理。

†通信作者 E-mail: glh2002@mail.ioa.ac.cn

可观测的。在实际应用中,针对单一静止的观测平台,如何获取目标航向信息对目标的探测和识别具有重要的意义。

针对匀速直线运动目标,部分学者<sup>[4-6]</sup>利用目标方位与目标航向的几何关系估计目标航向。根据目标航向的数学模型,张晓勇等<sup>[4]</sup>提出了最小二乘目标航向估计方法。孙少杰等<sup>[5]</sup>采用伪线性方法对目标航向的数学模型进行处理,提出了伪线性最小二乘目标航向估计方法。陈喆等<sup>[6]</sup>首先利用线性回归理论分析了数据样本的线性相关性,而后利用最小二乘方法进行航向估计。仅利用目标方位的目标航向估计方法收敛时间较长,航向估计精度较低。

考虑到海洋信道对声传播的影响,将信号处理方法与水声传播规律相结合,可以有效地提高声呐设备的探测性能。在浅海水平不变远场条件下,如何利用低频声场的声强在距离-频率平面上形成的干涉条纹提取目标运动状态信息成为一个重要的研究方向。当目标的运动轨迹相对于与观测平台存在最近通过距离时,余赞等<sup>[7]</sup>首先对干涉条纹进行Hough变换,估计波导不变量和目标最近通过距离与目标速度的比值,而后估计目标航向。当目标的运动轨迹相对于观测平台不存在最近通过距离时,王炳辉等<sup>[8]</sup>直接建立了目标航向、波导不变量和干涉条纹的关系模型,提出了利用Hough变换对目标航向和波导不变量进行联合估计的方法。同样,针对无目标最近通过距离的情况,在浅海Pekeris波导条件下,余赞等<sup>[9]</sup>首先利用Radon变换提取干涉条纹,假定波导不变量值为1,采用二次测量法对目标进行估计。

相比于仅利用目标方位的航向估计的方法,利用浅海低频声场干涉条纹提取目标航向信息的方法有效地提高了目标航向的估计精度,但要求LOFAR谱中具有明显的干涉条纹,且具有较高的信噪比。同时,以上方法均假定目标是匀速直线运动的,但在实际应用中,在观测时间范围内,很难保证目标持续进行匀速直线运动。因此,在目标进行变速直线运动时,结合浅海低频声场的声场特征,如何快速有效地估计目标航向具有重要的研究价值。

近年来,大量国内外学者致力于利用warping变换从简正波互相关项中提取与目标距离相关的信息,再进行目标运动状态参数的估计。根据简正波水平波数差与波导不变量的关系,戚聿波等<sup>[10]</sup>

提出了一种基于频域 $\beta$ -warping变换算子的被动测距方法。在之前的研究中,将当前时刻与初始时刻目标距离的比值定义为距离特征量,针对已有的利用LOFAR谱图估计距离特征量的方法<sup>[11-12]</sup>估计精度不够的问题,提出了利用频域 $\beta$ -warping变换的距离特征量估计方法<sup>[13]</sup>,得到了修正纯方位扩展卡尔曼滤波方法。但频域 $\beta$ -warping变换需要已知波导不变量的值,在实际应用中,很难获取波导不变量的真实值。郭良浩等<sup>[14-15]</sup>选取特定的频域 $\beta$ -warping变换算子的系数,研究表明,当波导不变量的估计值为真实值的 $q$ 倍时,若 $q$ 、信号带宽和频域 $\beta$ -warping变换算子的系数之间满足一定的关系,则简正波互相关项通过频域 $\beta$ -warping后的脉冲时延也为波导不变量取真实值时的 $q$ 倍。

针对已有目标航向估计方法需要目标进行匀速直线运动的问题,本文将通过频域 $\beta$ -warping变换得到的距离特征量信息引入到纯方位目标航向估计方法中,提出了一种利用频域 $\beta$ -warping变换的目标航向估计方法。该方法无需目标保持匀速直线运动,首先利用频域 $\beta$ -warping变换估计距离特征量,而后根据目标方位和距离特征量利用渐近无偏最小二乘方法估计目标航向。考虑到波导不变量的估计误差对频域 $\beta$ -warping的影响,本文选用文献<sup>[14]</sup>提出的频域 $\beta$ -warping算子的系数进行频域 $\beta$ -warping变换。数值仿真结果表明,在浅海Pekeris波导环境下,当目标进行匀速直线运动时,相比于常规纯方位目标航向估计方法,本文方法的收敛时间明显缩短,航向估计精度更高。当目标进行变速直线运动时,该方法依然具有较好的航向估计性能。另外,该方法航向估计性能与观测时间内的平均方位变化率密切相关。最后,利用一次实际海试数据验证了本文方法的有效性。

## 1 利用频域 $\beta$ -warping变换估计距离特征量

在浅海水平不变波导远场条件下,接收信号自相关函数中的简正波互相关的部分可以表示为

$$R(f) = |S(f)|^2 \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N A_n(f) \cdot A_m^*(f) e^{ir\gamma_{nm} f^{-1/\beta}}, \quad (1)$$

其中, $S(f)$ 为声源幅度, $A_n(f)$ 为第 $n$ 阶简正波的幅度, $r$ 为接收点和声源的相对距离, $\gamma_{nm}$ 为仅与

简正波号数有关的常数,  $\beta$  为波导不变量的真实值。假设接收信号的有效频带为  $[f_1, f_2]$ , 频域  $\beta$ -warping 变换算子为  $w(f) = Cf^{-\beta}$ ,  $C$  为常数。当  $\beta \geq 1$  时,  $C$  取  $[f_1^\beta f_2, f_1 f_2^\beta]$  内的任意值均可保证频域  $\beta$ -warping 变换重采样后的频带包含接收信号的有效频带范围<sup>[10]</sup>。假定波导不变量的估计值为  $\hat{\beta}$ , 且  $\hat{\beta} = q\beta$ , 则  $w(f) = Cf^{-\hat{\beta}}$ 。令  $C = Df_0^{\hat{\beta}}$ , 其中  $D = f_1 f_2 / f_0$ ,  $f_0 \in [f_1, f_2]$ 。对式(1)进行频域  $\beta$ -warping 变换可得

$$\begin{aligned} & \text{FW}\{R(f)\} \\ &= \sqrt{\left| \frac{dw(f)}{df} \right|} \left| S(Cf^{-\hat{\beta}}) \right|^2 \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N A_n(Cf^{-\hat{\beta}}) \\ & \quad \cdot A_m^*(Cf^{-\hat{\beta}}) e^{jr\gamma_{nm} D^{-1/\beta} f_0^{-q} f^q}. \end{aligned} \quad (2)$$

若所选参数满足以下条件<sup>[15]</sup>:

$$|q-1| \cdot \max \frac{|f-f_0|}{2f_0} \ll 1, \quad (3)$$

式(2)可近似为

$$\begin{aligned} & \text{FW}\{R(f)\} \\ & \approx \sqrt{\left| \frac{dw(f)}{df} \right|} \left| S(Cf^{-\hat{\beta}}) \right|^2 \sum_{n=1}^N \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^N A_n(Cf^{-\hat{\beta}}) \\ & \quad \cdot A_m^*(Cf^{-\hat{\beta}}) e^{j(1-q)r\gamma_{nm} D^{-1/\beta}} \\ & \quad \cdot e^{jq\gamma_{nm} D^{-1/\beta} f_0^{-1} f}. \end{aligned} \quad (4)$$

根据式(4)可以看出, 第  $n$  阶和第  $m$  阶简正波互相关项通过频域  $\beta$ -warping 变换得到的脉冲时延为

$$t_{nm|\hat{\beta}} = qr\gamma_{nm} D^{-1/\beta} f_0^{-1} / 2\pi. \quad (5)$$

$k$  时刻的距离特征量定义为  $k$  时刻的目标距离与初始时刻的目标距离的比值, 即

$$M_k = r_k / r_0. \quad (6)$$

对初始时刻和  $k$  时刻的接收信号自相关函数分别进行频域  $\beta$ -warping 变换, 可得

$$t_{nm,0|\hat{\beta}} = qr_0\gamma_{nm} D^{-1/\beta} f_0^{-1} / 2\pi, \quad (7)$$

$$t_{nm,k|\hat{\beta}} = qr_k\gamma_{nm} D^{-1/\beta} f_0^{-1} / 2\pi. \quad (8)$$

将式(7)和式(8)代入式(6)可得

$$M_k = \frac{t_{nm,k|\hat{\beta}}}{t_{nm,0|\hat{\beta}}}. \quad (9)$$

在实际应用中, 如果可以获得粗略的水体声速剖面信息, 使得波导不变量的估计值在合理的范围内, 可以保证式(3)的条件成立, 则第  $n$  阶和第  $m$  阶

简正波互相关项通过频域  $\beta$ -warping 后的脉冲时延为波导不变量取真实值时的  $q$  倍<sup>[15]</sup>。由式(9)可以看到,  $k$  时刻的距离特征量可以表示为  $k$  时刻和初始时刻的第  $n$  阶和第  $m$  阶简正波互相关项对应的脉冲时延的比值。因此, 波导不变量的估计误差不会影响距离特征量的估计精度。

## 2 目标航向估计方法

### 2.1 渐近无偏最小二乘法

目标与观测平台在  $x$ - $y$  二维平面上的运动态势示意图如图1所示。假定观测平台静止且位于坐标原点, 目标做直航运动, 目标航向为  $\phi$ ,  $k$  时刻的目标方位和距离特征量分别为  $\theta_k$  和  $M_k$ 。根据距离特征量的定义和正弦定理可得

$$M_k = \frac{\sin \psi}{\sin \varphi_k}. \quad (10)$$

根据几何关系可以得到

$$\psi = \pi - (\phi - \theta_0), \quad (11)$$

$$\varphi_k = \phi - \theta_k. \quad (12)$$

将式(11)和式(12)代入式(10)得

$$M_k = \sin(\phi - \theta_0) / \sin(\phi - \theta_k). \quad (13)$$

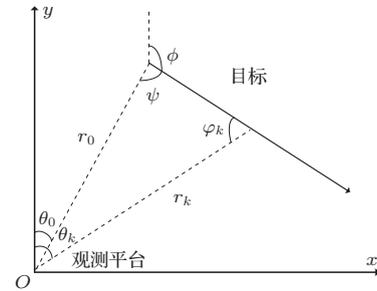


图1 目标与观测平台运动态势示意图

Fig. 1 The motion state of target and observer platform

假定  $k$  时刻的目标方位的真实值和估计值分别为  $\bar{\theta}_k$  和  $\hat{\theta}_k$ , 距离特征量的真实值和估计值分别为  $\bar{M}_k$  和  $\hat{M}_k$ , 将目标方位和距离特征量的真实值代入式(13), 进一步整理得

$$(\bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k - \cos \bar{\theta}_0) X - (\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k - \sin \bar{\theta}_0) = 0, \quad (14)$$

其中,  $X = \tan \phi$ 。定义增广状态向量  $\gamma = [X, 1]^T$ , 将目标方位和距离特征量的估计值代入式(14)可得

$$\begin{aligned} e_{X,k} &= (\hat{M}_k \cos \hat{\theta}_k - \cos \hat{\theta}_0) X \\ & \quad - (\hat{M}_k \sin \hat{\theta}_k - \sin \hat{\theta}_0) = \mathbf{g}_k^T \gamma, \end{aligned} \quad (15)$$

其中  $\mathbf{g}_k = [\hat{M}_k \cos \hat{\theta}_k - \cos \hat{\theta}_0, -(\hat{M}_k \sin \hat{\theta}_k - \sin \hat{\theta}_0)]^T$ 。假定  $k$  时刻目标方位和距离特征量的估计误差分别为  $\varepsilon_{\theta,k}$  和  $\varepsilon_{m,k}$ , 均满足零均值的高斯分布且相互独立,  $\varepsilon_{\theta,k} \sim N(0, \sigma_\theta^2)$ ,  $\varepsilon_{m,k} \sim N(0, \sigma_m^2)$ 。将  $\varepsilon_{\theta,k}$  和  $\varepsilon_{m,k}$  代入式 (15) 可得

$$\begin{aligned} e_{X,k} &= [(\bar{M}_k + \varepsilon_{m,k}) \cos(\bar{\theta}_k + \varepsilon_{\theta,k}) - \cos(\bar{\theta}_0 + \varepsilon_{\theta,0})] X \\ &\quad - [(\bar{M}_k + \varepsilon_{m,k}) \sin(\bar{\theta}_k + \varepsilon_{\theta,k}) - \sin(\bar{\theta}_0 + \varepsilon_{\theta,0})] \\ &= [(\bar{M}_k + \varepsilon_{m,k}) (\cos \bar{\theta}_k \cos \varepsilon_{\theta,k} - \sin \bar{\theta}_k \sin \varepsilon_{\theta,k}) \\ &\quad - (\cos \bar{\theta}_0 \cos \varepsilon_{\theta,0} - \sin \bar{\theta}_0 \sin \varepsilon_{\theta,0})] X \\ &\quad - [(\bar{M}_k + \varepsilon_{m,k}) (\sin \bar{\theta}_k \cos \varepsilon_{\theta,k} + \cos \bar{\theta}_k \sin \varepsilon_{\theta,k}) \\ &\quad - (\sin \bar{\theta}_0 \cos \varepsilon_{\theta,0} + \cos \bar{\theta}_0 \sin \varepsilon_{\theta,0})]. \end{aligned} \quad (16)$$

因为  $\varepsilon_{\theta,k}$  足够小, 所以  $\cos \varepsilon_{\theta,k} \approx 1$ ,  $\sin \varepsilon_{\theta,k} \approx \varepsilon_{\theta,k}$ , 则式 (16) 化简为

$$\begin{aligned} e_{X,k} &\approx [(\bar{M}_k + \varepsilon_{m,k}) (\cos \bar{\theta}_k - \varepsilon_{\theta,k} \sin \bar{\theta}_k) \\ &\quad - (\cos \bar{\theta}_0 - \varepsilon_{\theta,0} \sin \bar{\theta}_0)] X \\ &\quad - [(\bar{M}_k + \varepsilon_{m,k}) (\sin \bar{\theta}_k + \varepsilon_{\theta,k} \cos \bar{\theta}_k) \\ &\quad - (\sin \bar{\theta}_0 + \varepsilon_{\theta,0} \cos \bar{\theta}_0)] \\ &= [(\bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k - \cos \bar{\theta}_0) X \\ &\quad - (\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k - \sin \bar{\theta}_0)] \\ &\quad - (\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k X + \bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k) \varepsilon_{\theta,k} \\ &\quad + (\sin \bar{\theta}_0 X + \cos \bar{\theta}_0) \varepsilon_{\theta,0} \\ &\quad + (\cos \bar{\theta}_k X - \sin \bar{\theta}_k) \varepsilon_{m,k} \\ &\quad - (\sin \bar{\theta}_k X + \cos \bar{\theta}_k) \varepsilon_{m,k} \varepsilon_{\theta,k}. \end{aligned} \quad (17)$$

根据式 (17) 可以得到, 均方误差为

$$\begin{aligned} E[e_{X,k}^2] &= [(\bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k - \cos \bar{\theta}_0) X \\ &\quad - (\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k - \sin \bar{\theta}_0)]^2 \\ &\quad + (\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k X + \bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k)^2 \sigma_\theta^2 \\ &\quad + (\sin \bar{\theta}_0 X + \cos \bar{\theta}_0)^2 \sigma_\theta^2 \\ &\quad + (\cos \bar{\theta}_k X - \sin \bar{\theta}_k)^2 \sigma_m^2. \end{aligned} \quad (18)$$

假设观测总时长为  $K+1$ , 则总的均方误差为

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^K E[e_{X,k}^2] &= J_0 + \sigma_\theta^2 (J_{1,\theta} + J_{2,\theta}) + \sigma_m^2 J_m \\ &= \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{G}_K^T \mathbf{G}_K \boldsymbol{\gamma}, \end{aligned} \quad (19)$$

其中,

$$\mathbf{G}_K = [\mathbf{g}_0, \dots, \mathbf{g}_K]^T,$$

$$\begin{aligned} J_0 &= \sum_{k=0}^K [(\bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k - \cos \bar{\theta}_0) X \\ &\quad - (\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k - \sin \bar{\theta}_0)]^2, \\ J_{1,\theta} &= \sum_{k=0}^K (\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k X + \bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k)^2, \\ J_{2,\theta} &= \sum_{k=0}^K (\sin \bar{\theta}_0 X + \cos \bar{\theta}_0)^2, \\ J_m &= \sum_{k=0}^K (\cos \bar{\theta}_k X - \sin \bar{\theta}_k)^2. \end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{1,\theta,k} &= [\bar{M}_k \sin \bar{\theta}_k, \bar{M}_k \cos \bar{\theta}_k]^T, \\ \mathbf{w}_{2,\theta,k} &= [\sin \bar{\theta}_0, \cos \bar{\theta}_0]^T, \\ \mathbf{w}_{m,k} &= [\cos \bar{\theta}_k, -\sin \bar{\theta}_k]^T, \end{aligned}$$

可得

$$\sigma_\theta^2 (J_{1,\theta} + J_{2,\theta}) + \sigma_m^2 J_m = \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\gamma}, \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \sum_{k=0}^K [(\mathbf{w}_{1,\theta,k} \mathbf{w}_{1,\theta,k}^T + \mathbf{w}_{2,\theta,k} \mathbf{w}_{2,\theta,k}^T) \sigma_\theta^2 \\ &\quad + \mathbf{w}_{m,k} \mathbf{w}_{m,k}^T \sigma_m^2]. \end{aligned}$$

为了得到  $\boldsymbol{\gamma}$  的无偏估计, 将  $\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\gamma}$  限定为一个常数同时使  $\boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{G}_K^T \mathbf{G}_K \boldsymbol{\gamma}$  达到最小<sup>[16-17]</sup>。上述问题可以转化为如下条件极值问题:

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}} \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{G}_K^T \mathbf{G}_K \boldsymbol{\gamma}, \quad \text{s.t. } \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\gamma} = 1. \quad (21)$$

针对此条件极值问题, 可通过拉格朗日乘法求解, 可得<sup>[17]</sup>

$$\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{G}_K^T \mathbf{G}_K \boldsymbol{\gamma} + \lambda (1 - \boldsymbol{\gamma}^T \mathbf{W} \boldsymbol{\gamma}). \quad (22)$$

对  $\boldsymbol{\gamma}$  求偏导, 并令偏导值为 0, 得到

$$\mathbf{G}_K^T \mathbf{G}_K \boldsymbol{\gamma} = \lambda \mathbf{W} \boldsymbol{\gamma}. \quad (23)$$

根据式 (23) 可以看到, 此问题为广义特征值问题,  $\lambda$  为  $\mathbf{G}_K^T \mathbf{G}_K$  相对于  $\mathbf{W}$  的特征值,  $\boldsymbol{\gamma}$  为属于  $\lambda$  的特征向量, 最小特征值所对应的特征向量即为该条件极值的解, 进而得到目标航向正切值的估计值为

$$\hat{X} = \frac{\gamma(1)}{\gamma(2)}. \quad (24)$$

## 2.2 航向判别方法

目标航向范围为  $[0, 2\pi]$ , 但反正切函数在  $[0, 2\pi]$  内具有多值性, 所以获得目标航向正切值的估计值后, 需要进行航向判别。图 2 为目标航向判别示意图, 下面以目标初始时刻位于第一象限为例, 进行航向判别。

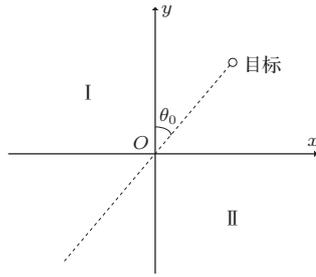


图2 目标航向判别示意图

Fig. 2 Target course discrimination

当目标沿图2中的虚线运动时,即目标方位不随时间变化,此时可通过判断目标与观测平台的相对距离的变化来估计目标航向。当目标径向远离观测平台时,  $\hat{\phi} = \theta_0$ ; 当目标径向接近观测平台时,  $\hat{\phi} = \theta_0 + \pi$ 。

除目标沿图2中的虚线运动的情形外,其余情形可通过目标方位随时间的变化判断目标航向的范围。根据初始时刻的目标方位,将目标航向范围划分为两部分。当目标由初始位置向第I部分运动时,目标方位范围为  $[0, \theta_0) \cup (\theta_0 + \pi, 2\pi]$ , 在  $[0, \theta_0)$  和  $(\theta_0 + \pi, 2\pi]$  范围内,目标方位逐渐减小,航向范围为  $[0, \theta_0) \cup (\theta_0 + \pi, 2\pi]$ 。当目标由初始位置向第II部分运动时,目标方位范围为  $(\theta_0, \theta_0 + \pi)$ , 目标方位逐渐增大,航向范围为  $(\theta_0, \theta_0 + \pi)$ 。

根据以上的航向判别的划分方法,若目标初始时刻位于第二象限,当目标方位逐渐减小时,航向范围为  $[0, \theta_0) \cup (\theta_0 + \pi, 2\pi]$ ; 当目标方位逐渐增大时,航向范围为  $(\theta_0, \theta_0 + \pi)$ 。若目标初始时刻位于第三或第四象限,当目标方位逐渐减小时,航向范围为  $(\theta_0 - \pi, \theta_0)$ ; 当目标方位逐渐增大时,航向范围为  $[0, \theta_0 - \pi) \cup (\theta_0, 2\pi]$ 。

### 2.3 性能评价指标

#### (1) 收敛时间

假定  $\bar{\phi}$  为目标航向的真值,  $\hat{\phi}_k$  为  $k$  时刻目标航向的估计值,则航向估计误差的绝对值为  $\varepsilon_{\phi,k} = |\bar{\phi} - \hat{\phi}_k|$ 。若  $\varepsilon_{\phi,k}$  满足以下条件:

$$|\varepsilon_{\phi,k} - \varepsilon_{\phi,k-1}| \leq 0.05^\circ, \quad \forall k \geq K_c, \quad (25)$$

则  $K_c$  为航向估计的收敛时间,是用来衡量航向估计方法的解算时间。

#### (2) 均方根误差

本文利用均方根误差(Root mean square error, RMSE)来衡量目标航向的估计精度,  $k$  时刻的航向估计的均方根误差定义为

$$\text{RMSE}(k) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\bar{\phi} - \hat{\phi}_{k,l})^2}, \quad (26)$$

其中,  $\hat{\phi}_{k,l}$  为  $k$  时刻第  $l$  次蒙特卡洛仿真的航向估计值,  $L$  为蒙特卡洛仿真的样本总数。

### 3 仿真研究

采用 Pekeris 波导模型,海水深度为 45 m,海水声速为 1505 m/s,海水密度为  $1.0 \text{ g/cm}^3$ ;海底声速为 1596 m/s,海底密度为  $1.6 \text{ g/cm}^3$ ,海底衰减系数为  $0.12 \text{ dB}/\lambda$ 。观测平台为位于水下 20 m 的 64 元水平均匀直线阵,阵元间距为 0.5 m。水面目标为单位强度的点源,深度为 3 m。信号频率为  $100 \sim 500 \text{ Hz}$ ,采样频率为 4000 Hz,单阵元接收信号的工作带宽内信噪比为  $-15 \text{ dB}$ 。观测平台静止于坐标原点,目标做匀速直线运动,速度为 5 m/s,航向为  $180^\circ$ ,初始距离为 10 km,初始方位为  $60^\circ$ 。目标进行匀速直线运动时的目标与观测平台的运动态势如图3所示。观测时间为 20 min,以 1.024 s 作为一帧进行数据处理。

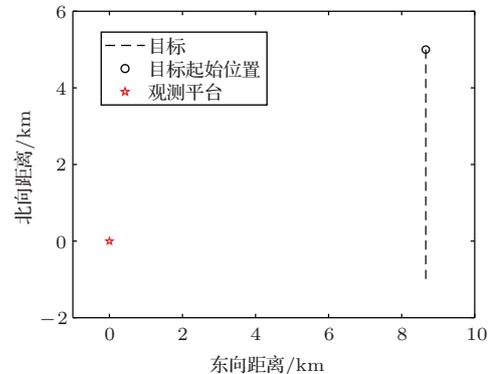


图3 目标进行匀速直线运动时的目标与观测平台的运动态势

Fig. 3 The motion state of target and observer platform for the target with uniform linear motion

图4(a)为最小方差无失真响应波束形成方法得到的目标方位历程。图4(b)为频域  $\beta$ -warping 变换后的时域序列,波导不变量取为 1,处理频段为  $200 \sim 400 \text{ Hz}$ 。通过提取的不同时刻的脉冲序列时延,估计距离特征量,结果如图4(c)所示。本文利用文献[13]提出的距离特征量平均估计误差来衡量距离特征量的估计精度。距离特征量的平均估计误差定义为

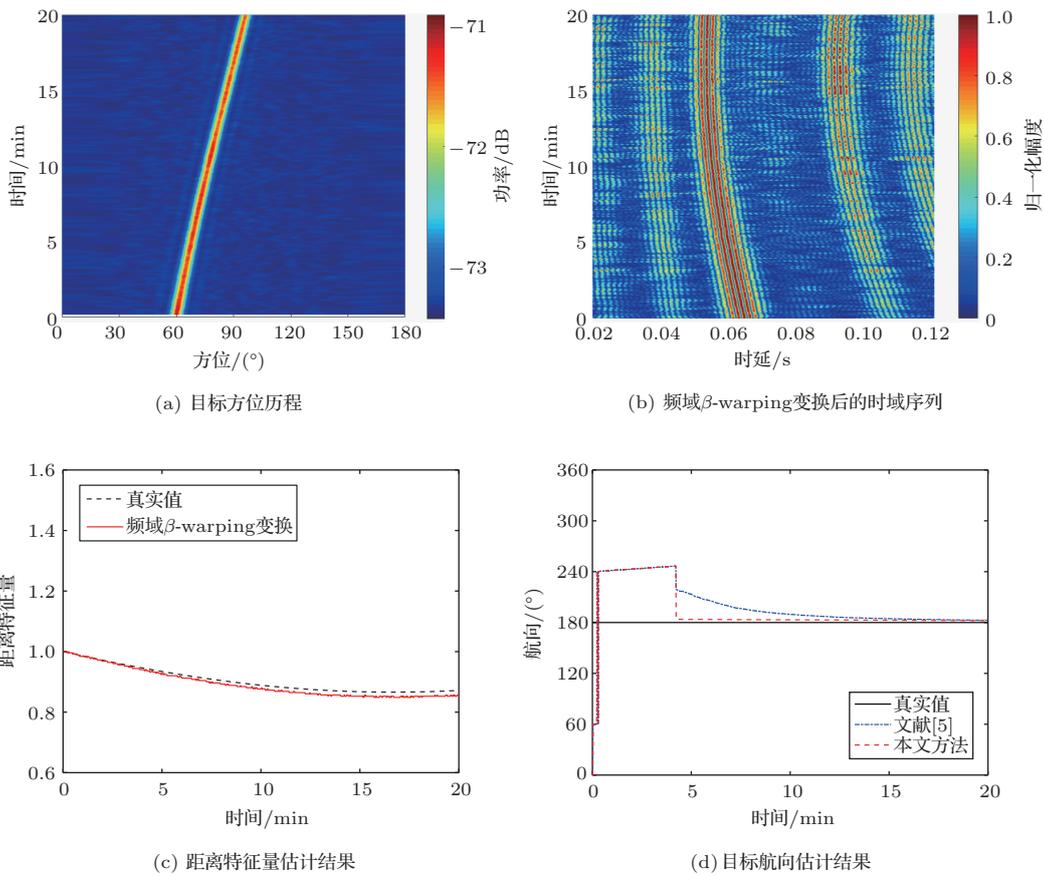


图4 目标进行匀速直线运动时的目标航向估计结果

Fig. 4 Course estimation results for the target with uniform linear motion

$$E_m = \frac{1}{K+1} \sum_{k=0}^K \frac{|\hat{M}_k - \bar{M}_k|}{\bar{M}_k}. \quad (27)$$

频域  $\beta$ -warping 变换方法得到的距离特征量平均估计误差为1.21%。本文将文献[5]中提出的纯方位最小二乘目标航向估计方法作为对比,分析本文提出的利用目标方位和距离特征量的渐进无偏最小二乘目标航向估计方法的性能。根据以上估计的目标方位和距离特征量,分别利用文献[5]和本文方法对目标航向进行估计,结果如图4(d)所示。文献[5]和本文方法的收敛时间分别为13.1 min和4.2 min,第20 min,文献[5]和本文方法的航向估计误差分别为2.57°和2.30°。

以上仿真为目标进行匀速直线运动的情形,下面分析本文方法在目标进行变速直线运动的条件下的性能。目标初始速度为5 m/s,初始距离为10 km,初始方位为60°,航向为180°。目标先进行匀速直线运动,持续时间为5 min,然后进行匀加速直线运动,加速度为0.01 m/s<sup>2</sup>,持续时间为10 min,

之后继续进行匀速直线运动。其余仿真条件与目标进行匀速直线运动时的仿真条件一致。目标进行变速直线运动时的目标与观测平台的运动态势如图5所示。图6为观测时间范围内的目标速度。

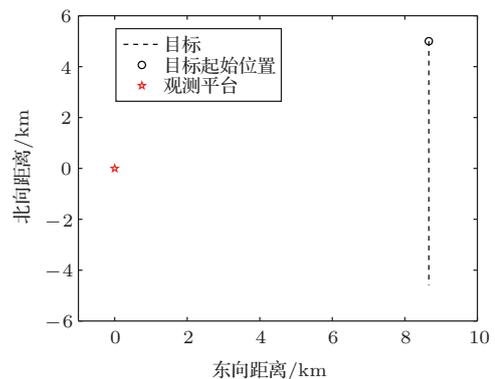


图5 目标进行变速直线运动时的目标与观测平台的运动态势

Fig. 5 The motion state of target and observer platform for the target with variable velocity linear motion

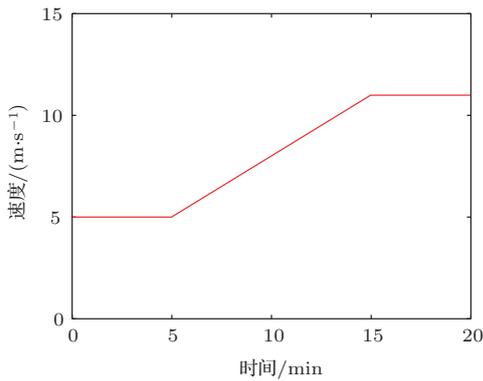


图6 目标速度

Fig. 6 Target velocity

图7(a)和图7(b)分别为目标方位历程图和频域  $\beta$ -warping 变换后的时域序列, 图7(c)为目标距离特征量的估计结果, 距离特征量的平均估计误差为1.11%。目标航向估计结果如图7(d)所示, 本文方法的收敛时间为4.2 min, 第20 min, 本文方法的航向估计误差为1.30°。由于文献[5]的方法要求目标进行匀速直线运动, 所以针对目标进行变速直线运动的情形, 文献[5]的方法无法正确估计目标航

向。而本文方法由于引入了距离特征量信息, 无需目标保持匀速直线运动, 在目标进行变速直线运动时, 依然具有较好的航向估计性能。

下面分析两种方法在不同观测误差条件下的估计性能。目标与观测平台的运动态势与目标进行匀速直线运动时的仿真条件相同, 目标方位和距离特征量的观测误差均服从零均值的高斯分布, 蒙特卡洛仿真的次数为100次。在不同观测误差条件下, 两种方法的性能如表1所示。根据表1可以看出, 当距离特征量估计误差一定时, 随着方位估计误差的增大, 两种方法的收敛时间逐渐增大, 航向估计精度逐渐降低, 但相比于文献[5]的方法, 本文方法的收敛时间更短, 估计精度更高。当方位估计误差一定时, 随着距离特征量估计误差的增大, 本文方法的收敛时间逐渐增大, 航向估计精度逐渐降低。本文方法由于引入了距离特征量信息, 获得了更好的航向估计性能, 但当距离特征量误差较大时, 本文方法的性能下降, 收敛时间大于文献[5]的方法, 且估计精度更低。

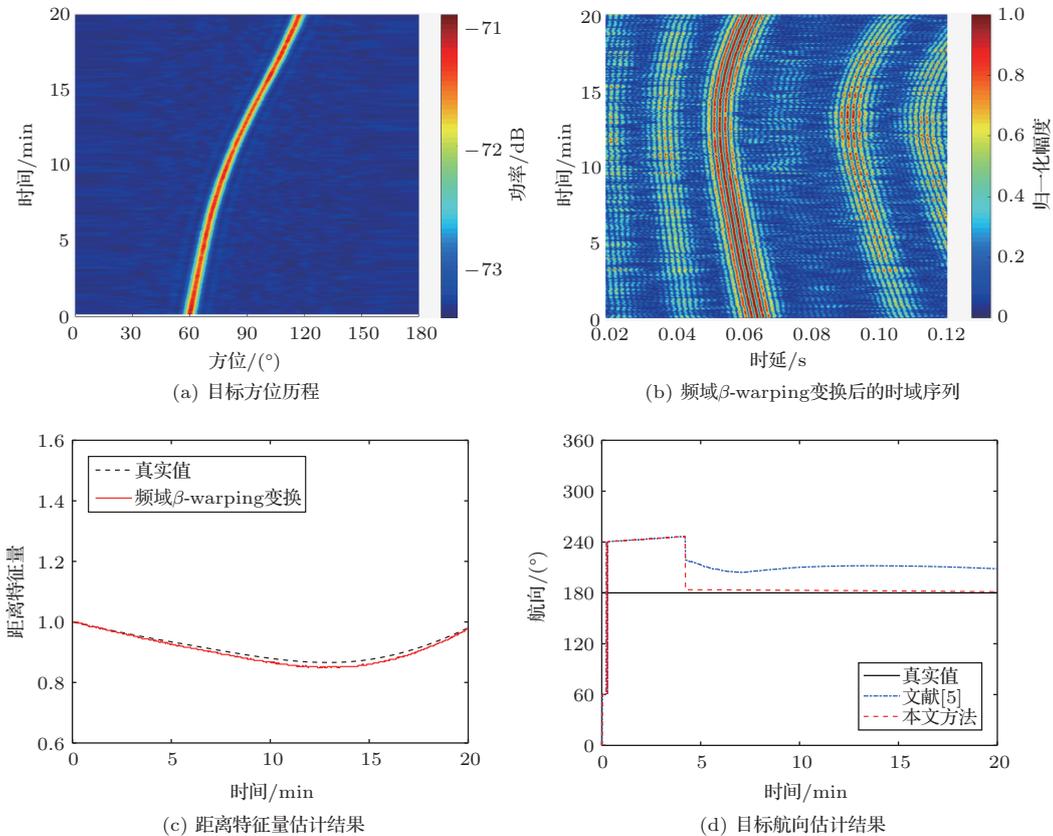


图7 目标进行变速直线运动时的目标航向估计结果

Fig. 7 Course estimation results for the target with variable velocity linear motion

表1 在不同观测误差条件下的两种方法性能  
Table 1 The estimation performance of the method with different observation error

方位估计 误差标准 差/(°)	距离特征 量估计误 差标准差	收敛时间/min		估计精度/(°)	
		文献 [5]	本文方法	文献 [5]	本文方法
0.1	0.05	5.8	4.5	1.05	0.31
0.5	0.05	10.2	5.2	4.56	0.68
1.0	0.05	13.6	6.1	8.88	1.23
2.0	0.05	14.9	6.5	17.09	2.63
0.3	0.01	7.8	4.6	2.43	0.39
0.3	0.05	7.8	4.8	2.43	0.43
0.3	0.20	7.8	9.3	2.43	1.04
0.3	0.50	7.8	16.0	2.43	2.62

下面分别研究两种方法在不同目标航向、不同初始距离和不同目标速度条件下的方法性能,其余仿真条件与目标进行匀速直线运动时的仿真条件相同。目标方位和距离特征量的观测误差均服从零均值的高斯分布,方位估计误差标准差 $\sigma_\theta = 0.5^\circ$ ,距离特征量估计误差标准差 $\sigma_m = 0.05$ ,蒙特卡洛仿真的次数为100次。定义 $\theta_r$ 为观测时间范围内的平均方位变化率,即

$$\theta_r = \frac{1}{(K+1)T} \sum_{k=0}^K |\bar{\theta}_{k+1} - \bar{\theta}_k|, \quad (28)$$

其中, $T$ 为采样时间间隔。在不同目标航向条件下,两种方法的航向估计均方根误差如图8所示,可以看到,本文方法相比于文献[5]方法的收敛时间更短,航向估计均方根误差更小。在不同目标航向条件下,观测时间内的平均方位变化率如图9所示,可以看到,除目标航向为 $60^\circ$ 和 $240^\circ$ 两种情形外,当目标航向接近 $60^\circ$ 或 $240^\circ$ 时,平均方位变化率较小,对应的航向均方根误差较大。当目标平均方位变化率较大时,对应的航向均方根误差较小。当目标航向为 $60^\circ$ 或 $240^\circ$ 时,即目标沿图2中的虚线进行运动,则观测时间内的目标方位不随时间变化,目标平均方位变化率为0,此时根据航向判别方法即可确定目标航向,无需利用目标方位和距离特征量进行估计,因此,在平均方位变化率为0时,依然具有较好的航向估计性能。通过以上分析可以看到,两种方法的航向估计性能与观测时间内的平均方位变化率密切相关。不同初始距离条件下,两种方法的航向估计均方根误差如图10所示,观测时间内的平

均方位变化率如图11所示。平均方位变化率是随着初始距离的增大而逐渐减小,两种方法的航向估计均方根误差随着初始距离的增大而逐渐增大。不同目标速度条件下,两种方法的航向估计均方根误差如图12所示,观测时间内的平均方位变化率如图13所示。平均方位变化率是随着目标速度的增大而逐

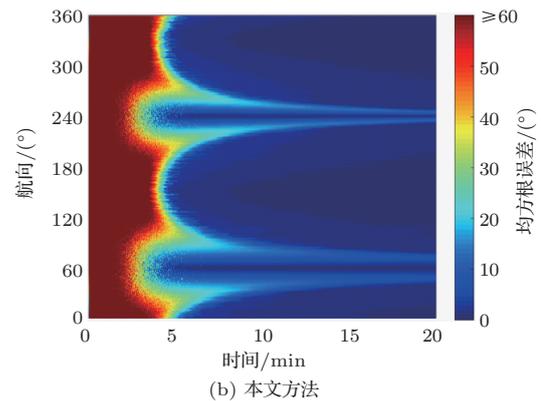
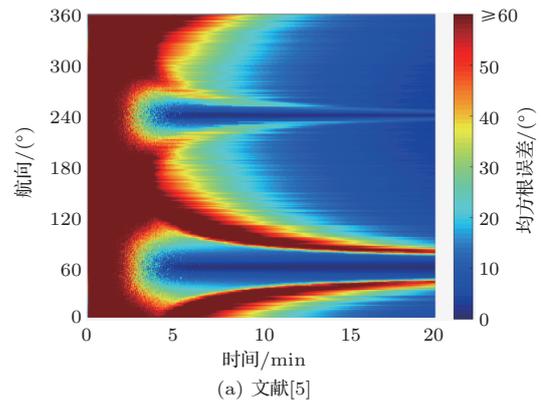


图8 不同目标航向条件下的航向估计均方根误差  
Fig. 8 The RMSE of course estimation with different target course

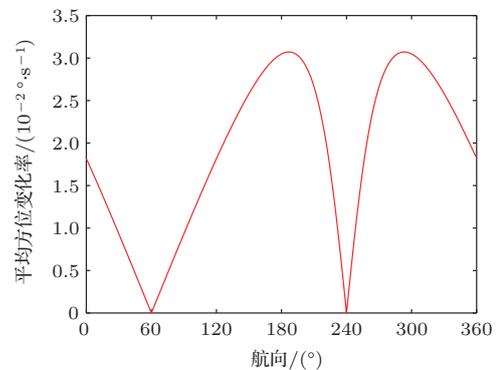


图9 不同目标航向条件下的平均方位变化率  
Fig. 9 The average bearing rate with different target course

渐增大,两种方法的航向估计均方根误差随着目标速度的增大而减小。因此,根据不同初始距离条件和不同目标速度条件下的航向估计均方根误差与平均方位变化率的结果,同样可以得到,两种方法的航向估计性能与观测时间内的平均方位变化率密切相关,当平均方位变化率较大时,可以获得较好的航向估计性能。

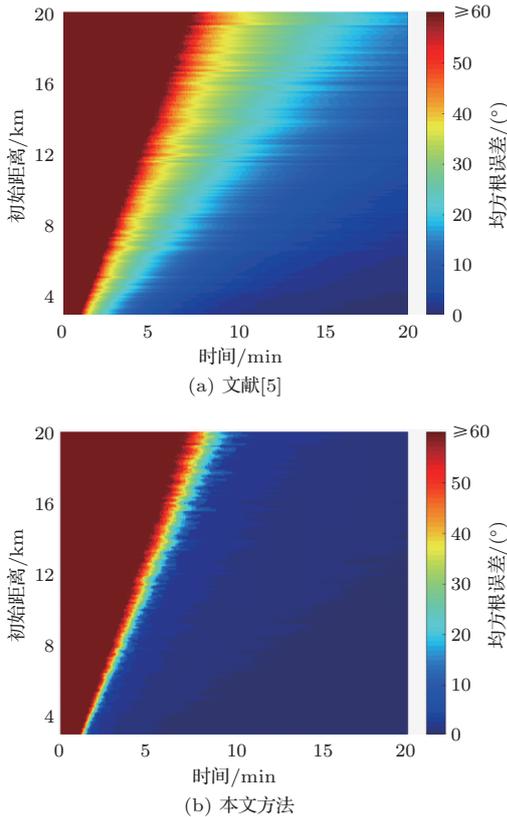


图 10 不同初始距离条件下的航向估计均方根误差  
Fig. 10 The RMSE of course estimation with different initial target range

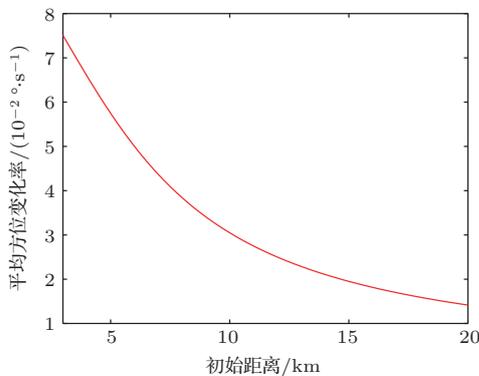


图 11 不同初始距离条件下的平均方位变化率  
Fig. 11 The average bearing rate with different initial target range

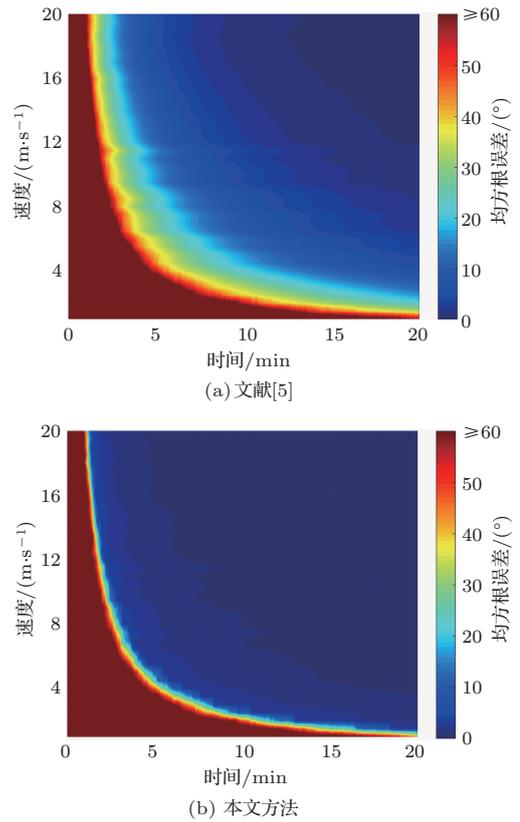


图 12 不同目标速度条件下的航向估计均方根误差  
Fig. 12 The RMSE of course estimation with different target velocity

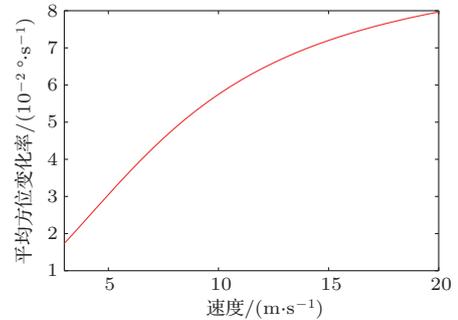


图 13 不同目标速度条件下的平均方位变化率  
Fig. 13 The average bearing rate with different target velocity

### 4 实验研究

下面利用一次实际海试数据对本文方法进行验证分析。2005年6月,中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室在黄海海域进行了一次海底水平阵的声学实验,合作目标为一艘小型渔船。水平阵的有效阵元数为43个,阵元间距约为1.5 m。实验海区声速剖面如图14所示,海水深度为27 m。采样频率为4000 Hz,观测时间为10 min。实验过程

中,目标近似做匀速直线运动,目标运动航向约为 $142^\circ$ ,运动态势如图15所示。

目标方位历程和频域 $\beta$ -warping变换后的时域序列分别如图16(a)和图16(b)所示,距离特征量的估计结果如图16(c)所示,距离特征量的平均估计误差为4.37%。目标航向估计结果如图16(d)所示,

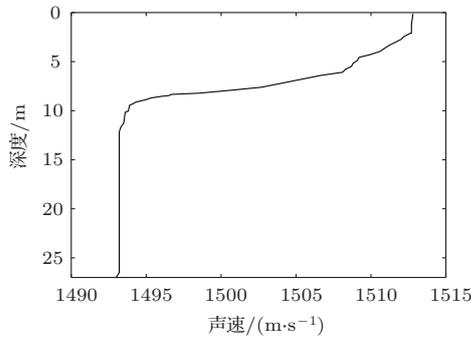
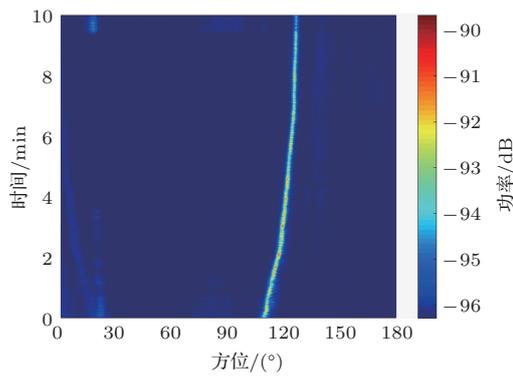
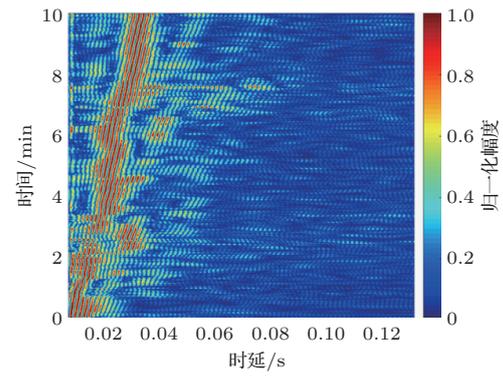


图14 实验海区声速剖面

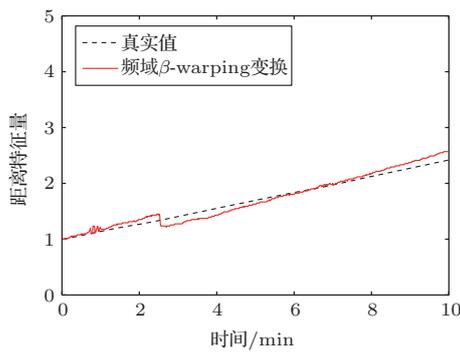
Fig. 14 The sound speed profile of the experiment



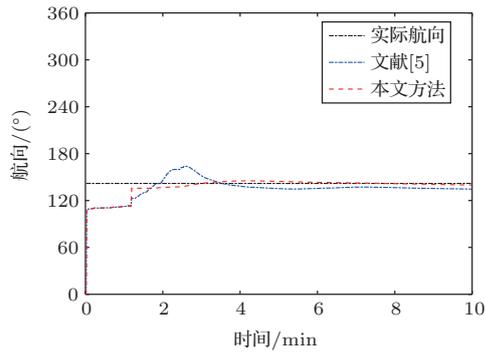
(a) 目标方位历程



(b) 频域 $\beta$ -warping变换后的时域序列



(c) 距离特征量估计结果



(d) 目标航向估计结果

图16 实验数据处理的目标航向估计结果

Fig. 16 The course estimation results for the experiment

## 5 结论

针对单一静止观测平台的目标航向估计问题,常规纯方位目标航向估计方法不仅需要目标保持

通过实验数据处理结果可以看到,本文方法有效地缩短了航向估计的收敛时间,与仿真研究得到的结论一致。文献[5]和本文方法的收敛时间分别为6.5 min和3.5 min。

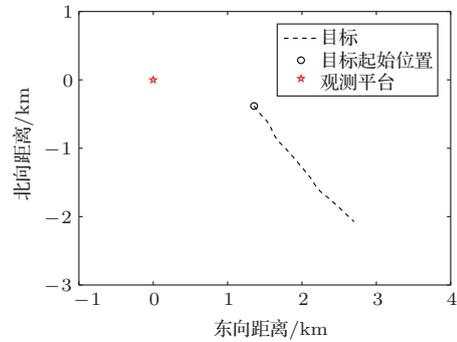


图15 实验过程中的目标与观测平台的运动态势

Fig. 15 The motion state of target and observer platform for the experiment

匀速直线运动,而且航向估计的收敛时间较长,估计精度较低。针对此问题,本文提出了一种利用频域 $\beta$ -warping变换的浅海目标航向估计方法。该方法首先通过频域 $\beta$ -warping变换估计距离特征量,根据几何关系,利用目标方位和距离特征量确定目标

航向,再利用渐近无偏最小二乘方法对目标航向进行估计。数值仿真和实验数据处理结果表明,在浅海水平不变波导远场条件下,对于单一静止的观测平台,该方法无需目标保持匀速直线运动,对直航运动的目标均可以进行可靠地航向估计。同时,该方法航向估计性能与观测时间内的平均方位变化率密切相关。复杂浅海环境下的方法的适用性是下一步研究的重点。

**致谢** 感谢参加实验的全体人员,他们的辛勤工作为本文的科学研究提供了宝贵的实验数据。

### 参 考 文 献

- [1] Nguyen N H, Dogancay K. Improved pseudolinear Kalman filter algorithms for bearings-only target tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(23): 6119–6134.
- [2] Alexandri T, Diamant R. A reverse bearings only target motion analysis for autonomous underwater vehicle navigation[J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2019, 18(3): 494–506.
- [3] Taek L S. Observability of target tracking with bearings-only measurements[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(4): 1468–1472.
- [4] 张晓勇, 罗来源. 单静止站纯方位目标航向估计[J]. *声学技术*, 2012, 31(6): 566–569.  
Zhang Xiaoyong, Luo Laiyuan. Target course estimation for single stationary bearing-only observation system[J]. *Technical Acoustics*, 2012, 31(6): 566–569.
- [5] 孙少杰, 杨晓东, 郑磊. 静止单站纯方位目标航向估计及仿真研究[J]. *导航与控制*, 2015, 14(6): 106–109, 105.  
Sun Shaojie, Yang Xiaodong, Zheng Lei. Target course estimation algorithm and simulation for stationary single bearing-only observer[J]. *Navigation and Control*, 2015, 14(6): 106–109, 105.
- [6] 陈喆, 戴卫国, 王易川. 固定单基地被动声纳目标航向估计方法研究[J]. *仪器仪表学报*, 2017, 38(2): 320–327.  
Chen Zhe, Dai Weiguo, Wang Yichuan. Target course estimation for fixed monostatic passive sonar system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(2): 320–327.
- [7] 余贇, 惠俊英, 殷敬伟, 等. 基于波导不变量的目标运动参数估计及被动测距[J]. *声学学报*, 2011, 36(3): 258–264.  
Yu Yun, Hui Junying, Yin Jingwei, et al. Moving target parameter estimation and passive ranging based on waveguide invariant theory[J]. *Acta Acustica*, 2011, 36(3): 258–264.
- [8] 王炳辉, 余贇. 波导不变量和航向角联合估计方法研究[J]. *声学技术*, 2012, 31(6): 559–565.  
Wang Binghui, Yu Yun. Research on joint estimation of waveguide invariant and heading angle[J]. *Technical Acoustics*, 2012, 31(6): 559–565.
- [9] 余贇, 袁延艺, 刘雄厚. 利用波导不变量进行运动单线阵的无源测距测速[J]. *声学学报*, 2017, 42(6): 661–668.  
Yu Yun, Yuan Yanyi, Liu Xionghou. Passive ranging and velocity estimation using a moving hydrophone array based on the waveguide invariant[J]. *Acta Acustica*, 2017, 42(6): 661–668.
- [10] 戚聿波, 周士弘, 张仁和, 等. 一种基于 $\beta$ -warping变换算子的被动声源距离估计方法[J]. *物理学报*, 2015, 64(7): 074301.  
Qi Yubo, Zhou Shihong, Zhang Renhe, et al. A passive source ranging method using the waveguide-invariant-warping operator[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(7): 074301.
- [11] 何青海, 笪良龙, 徐国军. 动态加权的多频段距离特征量数据融合方法[J]. *应用声学*, 2012, 31(5): 372–378.  
He Qinghai, Da Lianglong, Xu Guojun. A fusion algorithm of distance characteristic feature based on dynamically allocating weights[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2012, 31(5): 372–378.
- [12] 笪良龙, 何青海, 杨建设. 基于图像扩散去噪的距离特征量提取研究[J]. *应用声学*, 2013, 32(2): 100–108.  
Da Lianglong, He Qinghai, Yang Jianshe. Research on extraction of distance characteristic feature based on image diffusion denoising method[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2013, 32(2): 100–108.
- [13] 董阁, 曹政, 郭良浩, 等. 利用频域 $\beta$ -warping变换的浅海修正纯方位目标运动分析方法[J]. *声学学报*, 2019, 44(4): 513–522.  
Dong Ge, Cao Zheng, Guo Lianghao, et al. A modified bearings-only target motion analysis method based on frequency  $\beta$ -warping transform in shallow water[J]. *Acta Acustica*, 2019, 44(4): 513–522.
- [14] 郭良浩, 王冬, 刘建军. 波导不变量误差对频域 $\beta$ -warping变换及浅海被动测距的影响[J]. *应用声学*, 2018, 37(5): 597–606.  
Guo Lianghao, Wang Dong, Liu Jianjun. Influence of waveguide invariant error on  $\beta$ -warping transform and range estimation results in shallow water[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2018, 37(5): 597–606.
- [15] 王冬, 郭良浩, 刘建军. 浅海负跃层条件下的warping变换宽带无源测距方法[J]. *声学学报*, 2019, 44(2): 145–154.  
Wang Dong, Guo Lianghao, Liu Jianjun. Passive source range estimation based on warping transform in shallow water with a thermocline[J]. *Acta Acustica*, 2019, 44(2): 145–154.
- [16] 徐鹏, 郭良浩, 闫超, 等. 观测站非机动情况下的渐进无偏目标跟踪算法[J]. *应用声学*, 2017, 36(4): 289–297.  
Xu Peng, Guo Lianghao, Yan Chao, et al. The asymptotically unbiased target tracking algorithm with non-maneuverable observer[J]. *Journal of Applied Acoustics*, 2017, 36(4): 289–297.
- [17] Ho K C, Chan Y T. An asymptotically unbiased estimator for bearings-only and Doppler-bearing target motion analysis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(3): 809–822.