◇ 研究报告 ◇

等截面消声管道传递损失计算的简化方法*

杨 亮1 孙红灵1,27 杨 军1,2

(1 中国科学院噪声与振动重点实验室(声学研究所) 北京 100190)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

摘要: 该文提出了等截面消声管道传递损失计算的简化方法,方法利用消声管道截面形式的特点,将三维声学 计算问题简化为二维问题,消声管道的传递损失可以表示为与轴向波数有关的表达式,轴向波数可以通过计 算截面的特征值得到。对于规则截面结构,使用传递矩阵法计算特征值;复杂非规则截面的特征值使用二维有 限元方法得到,进而可以计算消声管道的传递损失。仿真结果与文献中的数值方法及实验值在较宽的频率范 围内吻合较好,说明了方法的正确性,此外,该方法可以考虑均匀流对消声管道声学性能的影响。方法的计算 效率高,对消声管道的前期优化设计具有实际意义。

关键词:消声管道;传递损失;有限元方法;传递矩阵法;均匀流

中图法分类号: TB535 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2020)05-0716-07 DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2020.05.009

Simplified calculation method of transmission loss for silencing ducts with uniform cross-section

YANG Liang¹ SUN Hongling^{1,2} YANG Jun^{1,2}

 $(1 \ \ {\rm Key\ Laboratory\ of\ Noise\ and\ Vibration\ Research,\ Institute\ of\ Acoustics,\ Chinese\ Academy\ of\ Sciences,$

Beijing 100190, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Simplified method is employed in the paper for calculating the transmission loss (TL) of silencing ducts. Three-dimensional acoustic computation is simplified as two-dimensional problem considering the structure characteristics. TL is then expressed as function of axis wavenumber which can be obtained by eigenvalue analysis of the silencing duct cross-section. For duct with regular cross-section, transfer matrix method is used to obtain the eigenvalues, while for complex structures eigenvalue analysis is executed by 2D finite element method. Then the TL may be calculated. The simulation results are compared with simulation and experimental data in the literatures and good agreements are observed. Uniform flow may also be considered in the method. The method is of high computation efficiency and has practical application potential.

Keywords: Silencing duct; Transmission loss; Finite element method; Transfer matrix method; Uniform flow

2019-09-27 收稿; 2019-11-28 定稿

^{*}国家自然科学基金项目 (11474306, 11472289), 中国科学院青年创新促进会资助项目

作者简介:杨亮(1989-),男,辽宁昌图人,博士后,研究方向:管路噪声控制。

[†]通信作者 E-mail: hlsun@mail.ioa.ac.cn

0 引言

管道消声系统在噪声控制工程中广泛使用,其 声学性能的准确快速仿真预测具有重要意义。管道 声学问题的求解主要包括解析方法和数值方法。解 析方法[1] 一般计算速度快日计算精度高,包括以传 递矩阵法为代表的一维解析方法以及以模态匹配 法为代表的三维解析方法,通常情况下,解析方法只 适用于简单规则结构的声学计算,很多情况下并不 满足实际工程的计算需求。三维数值方法(主要包 括有限元方法[2-3]和边界元方法[4])理论上可以计 算任意复杂形式管道的声学性能,但消声管道一般 长度较长、截面尺寸较大,且通常考虑计算的频率 范围较宽,如果进行三维数值仿真将花费较多的计 算时间,并不适用于消声管道的前期设计优化。近 年来,以快速多极边界元^[5]为代表的快速算法得到 了较快的发展并在声学计算领域日趋成熟,一些商 业软件也集成了这一算法,但是目前商业软件中的 快速多极边界元还不能考虑管道中包含吸声材料 的情况,无法应用于消声管道的声学计算。另外,以 有限体积法为代表的时域方法^[6]由于可以考虑复 杂流动对声场的影响而得到了广泛的关注,但是时 域法的计算对计算环境的要求过高,目前还很难应 用于实际管道声学问题的求解。

综上所述,针对消声管道的声学性能计算,现 有的方法存在一些不足,适用于大尺寸消声管道优 化设计的声学计算方法需要进一步研究。消声管道 的声学性能计算虽然本质上是三维声学问题,但是 在很多应用情况下,消声管道沿气流方向的截面是 均匀一致的,此时可以将三维声学计算问题简化为 二维声学问题。这时,消声管道的传递损失可以表 示为与轴向波数有关的表达式,而轴向波数可以通 过计算截面的特征值得到。

本文对消声管道的声学性能计算进行简化处 理并使用两种简化方法:(1)对简单规则截面结构 形式使用基于传递矩阵的方法计算特征值。需要 指出的是,传统的传递矩阵法^[7]应用于沿介质气流 方向(轴向)各个子结构的传递矩阵计算,本文在消 声管道截面使用传递矩阵法,在一定的边界条件下 得到特征方程用于计算特征值(也就得到了轴向波 数)。(2)对于复杂形式的截面特征值使用二维有限 元方法进行计算,进而计算消声管道的传递损失。 值得注意的是,二维有限元方法在文献[8-9]中被应 用于消声器的声学性能预测:文献[8]将二维有限元 方法与模态匹配法结合形成数值模态匹配法,结合 管道截面变化处的边界条件形成一系列方程用于 求解模态幅值系数;文献[9]将二维有限元方法与配 点法结合,将管道内的声学量表示为半解析的形式, 在选取的配置点处利用声压和质点振速的连续条 件得到进出口的模态幅值系数。与上述文献不同, 本文直接使用二维有限元法得到截面特征值用于 传递损失的计算,将三维问题简化为二维问题以提 高计算效率。通过与文献中的实验值及数值结果的 比较验证了简化方法的有效性,并对考虑均匀流情 况下的消声管道传递损失进行了预测。简化方法可 以在保证计算精度的同时极大程度地提高计算效 率,简化计算方法可用于管道消声系统的优化设计。

1 理论基础

通常情况下,消声管道在进出口处存在截面变 化,因此三维数值方法常被用于管道内部声场的计 算,虽然三维方法计算精度高,但计算效率较低,给 实际的工程应用带来很大困难。本文在计算中忽略 了进出口截面变化的影响,将三维声传播问题简化 为二维问题,并通过实例说明这种简化假设在实际 应用中是可行的。

对于如图1所示的包覆式消声管道,可以使用 基于传递矩阵的方法计算传递损失;如果结构截面 形式较为复杂,即对于更一般的情况无法直接应用 传递矩阵法时,可以使用二维数值方法(如有限元 方法)进行计算。

1.1 等截面消声管道传递损失计算公式

对于一定长度的等截面消声管道,传递损失可 以根据式(1)计算得到^[10]:

$$TL = 20 \lg \frac{|p(0)|}{|p(z)|} = -20k_{zi}z \lg e, \qquad (1)$$

其中, p(0) 和 p(z) 分别为相对位置为0 和 z 处的声 压值, k_{zi} 为轴向波数的虚部, z 为管道长度, e 为自 然对数的底。可以发现, 在等截面情况下, 管道的传 递损失可以通过计算轴向波数得到, 值得注意的是, 公式 (1) 是在无限长管道假设条件下得到的, 因此 对于长管道有更好的适用性。

1.2 管道消声性能计算的传递矩阵法

传递矩阵描述了管道进出口声压和质点振速 的关系,可以表示为

$$\begin{bmatrix} p_{\rm I} \\ u_{\rm I} \end{bmatrix} = [\boldsymbol{T}] \begin{bmatrix} p_{\rm O} \\ u_{\rm O} \end{bmatrix}, \qquad (2)$$

其中,T为传递矩阵, $p_{\rm I}$ 和 $p_{\rm O}$ 分别为进出口的声压, $u_{\rm I}$ 和 $u_{\rm O}$ 分别为进出口的质点振速。

对于如图1所示的包覆式消声管道,如果忽略 矩形管道截面边角的影响,可以分别考虑*x*和*y*两 个方向的传递矩阵关系,在*y*方向,吸声材料及空气 中的传递矩阵分别表示为

$$[\mathbf{T}_1] = \begin{bmatrix} \cos(\tilde{k}_y t_y) & \frac{\mathrm{i}\tilde{\rho}\omega}{\tilde{k}_y}\sin(\tilde{k}_y t_y) \\ \frac{\mathrm{i}\tilde{k}_y}{\tilde{\rho}\omega}\sin(\tilde{k}_y t_y) & \cos(\tilde{k}_y t_y) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$[\mathbf{T}_2] = \begin{bmatrix} \cos(k_y h) & \frac{\mathrm{i}\rho_0 \omega}{k_y} \sin(k_y h) \\ \frac{\mathrm{i}k_y}{\rho_0 \omega} \sin(k_y h) & \cos(k_y h) \end{bmatrix}, \quad (4)$$
$$[\mathbf{T}_3] = [\mathbf{T}_1], \quad (5)$$

其中, k_y 和 \tilde{k}_y 分别为空气和吸声材料中y方向的波数, ρ_0 和 $\tilde{\rho}$ 分别为空气和吸声材料的密度, t_y 为吸声材料y方向厚度,h为空气域厚度,i为虚数单位, ω 为圆频率。穿孔板内外两侧的传递矩阵可以表示为

$$[\mathbf{T}_t] = \begin{bmatrix} 1 \ \tilde{\zeta}_p \\ 0 \ 1 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

其中, $\tilde{\zeta}_p$ 为穿孔阻抗。最后,位置1到位置4的整体 传递矩阵可以通过式(7)求得:

$$\boldsymbol{T}] = [\boldsymbol{T}_1] [\boldsymbol{T}_t] [\boldsymbol{T}_2] [\boldsymbol{T}_t] [\boldsymbol{T}_3], \qquad (7)$$

即为





$$\begin{bmatrix} p_1 \\ u_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_4 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_4 \\ u_4 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

根据位置1和位置4处的刚性壁边界条件,得到 $t_{21} = 0$,即为y方向的特征方程。

同理,使用同样的方法可以得到*x*方向的特征 方程。求解由两个特征方程构成的方程组即可求得 两个方向的波数*k_x*和*k_y*,轴向波数可以通过式(9) 计算得到:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. (9)$$

将轴向波数代入式(1)即可得到传递损失。

对于圆形截面包覆管道,如图2所示,r_i和r_o分 别为穿孔管内侧空气域半径以及管道半径,空气中 的声压和质点振速可以分别表示为

$$p = A \mathcal{J}_0(k_r r), \tag{10}$$

$$u = \frac{\mathrm{i}}{\rho_0 \omega} A k_r \left[-\mathrm{J}_1(k_r r) \right], \qquad (11)$$

其中, A为模态系数, ρ_0 为空气密度, k_r 为横向波数, J_0 和 J_1 分别为0阶和1阶第一类贝塞尔函数, $0 \leq r < r_i$ 。吸声材料中的声压和质点振速可以分别表示为

$$p^{*} = BJ_{0}(\tilde{k}_{r}r) + CY_{0}(\tilde{k}_{r}r), \qquad (12)$$

$$u^{*} = \frac{i}{\tilde{\rho}\omega}\frac{dp^{*}}{dr}$$

$$= \frac{iB\tilde{k}_{r}}{\tilde{\rho}\omega} \left[-J_{1}(\tilde{k}_{r}r)\right] + \frac{iC\tilde{k}_{r}}{\tilde{\rho}\omega} \left[-Y_{1}(\tilde{k}_{r}r)\right], \quad (13)$$

其中, B 和 C为模态系数, $\tilde{\rho}$ 为吸声材料的密度, \tilde{k}_r 为吸声材料中的横向波数, Y_1 为第二类1阶贝塞尔函数, $r_i \leq r < r_o$ 。



图2 圆形包覆式消声管道

Fig. 2 Round silencing duct with packed housing

穿孔管处以及管道外壁的边界可以分别 表示为 其中, $\tilde{\zeta}_p$ 为穿孔阻抗,数字下标2和3分别代表如 图2所示位置2和位置3处的变量值。

将声压以及质点振速表达式代入边界条件得 到如式(15)的方程组,求解方程组并利用波数关系 式(16)得到轴向波数进而计算传递损失。

$$\begin{bmatrix} J_0(k_r r_i) + \frac{i\tilde{\zeta}_p k_r}{\rho_0 \omega} J_1(k_r r_i) & -J_0(\tilde{k}_r r_i) & -Y_0(\tilde{k}_r r_i) \\ - \frac{\tilde{\rho} k_r}{\rho_0 \tilde{k}_r} J_1(k_r r_i) & J_1(\tilde{k}_r r_i) & Y_1(\tilde{k}_r r_i) \\ 0 & J_1(\tilde{k}_r r_o) & Y_1(\tilde{k}_r r_o) \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{cases} A \\ B \\ C \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases},$$
(15)

求解行列式等于0的特征方程可以得到 k_r ,轴向波数 k_z 可以通过下式得到

$$k_z = \sqrt{k^2 - k_r^2}.\tag{16}$$

需要指出的是,传递矩阵法中只考虑了管道中 平面波传播的情况,没有考虑高阶模态的影响。

1.3 管道消声性能计算的二维有限元方法

传递矩阵法的计算效率较高,但是对于更一般 的情况,如果截面形式较为复杂,无法使用传递矩阵 法,这时可以考虑使用二维数值方法计算轴向波数, 本文使用的是二维有限元方法。

空气域和吸声材料域如图3所示,两个区域通 过穿孔边界连接,在空气域考虑存在均匀流,空气和 吸声材料中的二维声波控制方程为

$$\nabla_{xy}^2 p_{xy1} + k_{xy1}^2 p_{xy1} = 0, \qquad (17)$$

$$\nabla_{xy}^2 p_{xy2} + k_{xy2}^2 p_{xy2} = 0. \tag{18}$$

空气和吸声材料中等效的横向波数 k_{xy1}和 k_{xy2}分别满足以下方程:

$$k_{xy1}^2 + k_z^2 = \left(k_0 - Mk_z\right)^2,\tag{19}$$

$$k_{xy2}^2 + k_z^2 = \tilde{k}^2, \tag{20}$$

其中, M为马赫数。



图3 非规则消声管道截面示意图



消声管道的边界条件为刚性壁面边界条件和 穿孔阻抗边界条件,应用伽辽金加权余量法以及格 林公式可以得到横截面*C*₁和*C*₂上的横向本征方程 为^[11]

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}_{1} - \left[(k_{0} - Mk_{z})^{2} - k_{z}^{2} \right] \boldsymbol{M}_{1} \\ + \frac{jk_{0}}{\tilde{\zeta}_{p}} \left(1 - M\frac{k_{z}}{k_{0}} \right) \boldsymbol{Z}_{11} \\ \boldsymbol{p}_{1} \\ - \frac{jk_{0}}{\tilde{\zeta}_{p}} \left(1 - M\frac{k_{z}}{k_{0}} \right) \boldsymbol{Z}_{12} \boldsymbol{p}_{2} = \boldsymbol{0}, \qquad (21) \\ \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{2} - \left(\tilde{k}^{2} - k_{z}^{2} \right) \boldsymbol{M}_{2} + j\frac{k_{0}}{\tilde{\zeta}_{p}} \frac{\tilde{\rho}}{\rho_{0}} \boldsymbol{Z}_{22} \end{bmatrix} \boldsymbol{p}_{2} \\ - j\frac{k_{0}}{\tilde{\zeta}_{p}} \frac{\tilde{\rho}}{\rho_{0}} \boldsymbol{Z}_{21} \boldsymbol{p}_{1} = \boldsymbol{0}, \qquad (22) \end{cases}$$

其中,

$$\begin{split} \boldsymbol{K} &= \sum_{e} \int_{S_{e}} \left(\nabla \boldsymbol{N} \right)_{e} \left(\nabla \boldsymbol{N} \right)_{e}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}S_{e}, \\ \boldsymbol{M} &= \sum_{e} \int_{S_{e}} \left(\boldsymbol{N} \right)_{e} \left(\boldsymbol{N} \right)_{e}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}S_{e}, \\ \boldsymbol{Z} &= \sum_{e} \int_{L_{Pe}} \left(\boldsymbol{N} \right)_{e} \left(\boldsymbol{N} \right)_{e}^{\mathrm{T}} \mathrm{d}L_{e} \end{split}$$

分别为横截面上的广义刚度矩阵、质量矩阵和穿孔 阻抗矩阵。N 为形函数的列向量, p_1 和 p_2 分别为横 截面 C_1 和 C_2 上节点声压组成的列向量,角标"e" 代表单元, S_e 为空气域或吸声材料域面单元, L_e 为 穿孔边界线单元。

联立方程(21)和(22)可以得到考虑均匀流影 响的消声管道的横向本征方程为

$$\left(\boldsymbol{\alpha} + k_z^2 \boldsymbol{\beta} + k_z \boldsymbol{\chi}\right) \boldsymbol{P} = 0, \qquad (23)$$

其中,

$$oldsymbol{P} = \left\{egin{array}{c} oldsymbol{P}_1 \ oldsymbol{P}_2 \end{array}
ight\},$$

$$\begin{split} \boldsymbol{\alpha} &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{1} - k_{0}^{2} \boldsymbol{M}_{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{2} - \tilde{k}^{2} \boldsymbol{M}_{2} \end{bmatrix} \\ &+ \frac{\mathrm{j}k_{0}}{\tilde{\zeta}_{p}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{11} & -\boldsymbol{Z}_{12} \\ -\frac{\tilde{\rho}}{\rho_{0}} \boldsymbol{Z}_{21} & \frac{\tilde{\rho}}{\rho_{0}} \boldsymbol{Z}_{22} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\beta} &= \begin{bmatrix} (1 - M^{2}) \boldsymbol{M}_{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{M}_{2} \end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{\chi} &= \begin{bmatrix} 2Mk_{0} \boldsymbol{M}_{1} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} - \frac{\mathrm{j}M}{\tilde{\zeta}_{p}} \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{11} - \boldsymbol{Z}_{12} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

求解方程(23)即可以得到轴向波数,进而计算传递 损失。

2 算例验证

本节将通过若干算例验证基于传递矩阵法和 二维有限元法的两种简化方法的合理性,说明简化 计算方法在实际工程问题中的应用价值。

2.1 无流情况包覆式消声管道

首先对一个如图1所示的方形包覆式消声管道 进行消声量的计算,管道外尺寸为0.6 m×0.6 m,吸 声材料厚度0.1 m,管道长度2 m,吸声材料为岩棉, 其流阻率为31500 Rayl/m,穿孔板厚度为0.7 mm, 穿孔直径为3 mm,穿孔板穿孔率为33%,穿孔阻抗 公式来源于文献[9]。基于传递矩阵的简化方法与文 献[11]中有限元方法的比较如图4所示,二者趋势 吻合较好,说明对于包覆式方形管道,边角对其声 学性能的影响较小,本文1.2节中的简化处理较为 合理。传递矩阵法的计算效率高,具有一定的应用 价值。



图4 方形包覆消声管道消声量



2.2 无流情况 Bar 消声器

考虑一个方形 Bar 消声器 (此处命名为消声器a),结构截面如图5所示,消声器外壳尺寸为0.6 m×0.6 m,Bar 尺寸0.4 m×0.4 m,管道长度2 m,吸声材料参数及穿孔率与上例包覆消声管道算例相同。使用二维有限元简化方法计算传递损失,仿真结果与实验结果^[12]比较如图6所示,二者在宽频范围内吻合较好,说明了基于二维有限元的简化方法的正确性。





Fig. 5 Cross-section of the square Bar silencer





考虑文献[11]中的另一个Bar 消声器(此处命 名为消声器b),与消声器a不同的是外壳尺寸为 0.6 m×0.8 m,Bar 的尺寸以及其它参数与消声器a 相同。使用二维有限元方法计算传递损失的仿真结 果与实验值^[11]对比如图7所示,仿真结果同样较好 地预测了消声管道的声学性能。

第三个算例为如图8所示的圆形Bar消声器, 包覆吸声材料的圆形管道内部包含一个圆形的 Bar,尺寸为r = 0.1 m,R = 0.291 m,t = 0.147 m, 管道长度L = 0.9 m,穿孔板穿孔率为27%,穿孔孔 径3 mm,穿孔板厚度1.6 mm,穿孔阻抗公式及吸 声材料特征参数与文献[9]中相同。特征值使用有 限元方法计算得到,管道传递损失计算结果如图9 所示,除了极高频附近频段,仿真预测结果与实验 值^[9]在宽频范围内吻合较好。



图7 Bar 消声器 b 传递损失对比





图8 圆形Bar 消声管道截面

Fig. 8 Cross-section of round Bar silencing duct







2.3 均匀流情况消声管道的声学性能

消声管道作为介质传输的路径,介质存在流动 速度,流速对管道的声学性能具有一定的影响,本节 考虑两个均匀流情况下的消声管道传递损失计算, 说明方法在这种情况下的适用性。 第一个算例为一个片式消声器,结构截面如 图10所示,结构尺寸为a = 0.1 m,b = 0.1 m,管道 长度为1.8 m,穿孔率27%,穿孔孔径3 mm,吸声材 料流阻率为1881 Rayl/m,穿孔阻抗以及吸声材料 特征参数公式与文献[9]一致。管道内流速马赫数 为0.022。仿真结果与实验值^[13]对比如图11所示, 在极高频处预测结果存在一些偏差,但总体来说二 者的趋势整体吻合较好,说明了本文仿真方法的正 确性。





图 10 片式消声管道截面形式



图 11 有流情况下方形片式消声管道传递损失与实验值对比

Fig. 11 TL comparison of square splitter silencer with uniform flow

第二个算例为一个Bar 消声器,Bar 尺寸为 0.4 m×0.4 m,外壳尺寸为0.6 m×0.6 m,气流 速度40 m/s,管道长度为2 m,吸声材料流阻率为 31500 Rayl/m,穿孔率33%,穿孔孔径5 mm。仿真 结果与文献[11]中实验值对比如图12所示,仿真结 果较好地描述了消声管道的声学性能,进一步说明 了计算方法的正确性。由于简化方法将三维数值 计算转化为二维数值计算,将极大程度地提高计算 效率。



图 12 均匀流 (40 m/s) 情况下方形 Bar 消声器传 递损失

Fig. 12 TL comparison of Bar silencer with uniform flow 40 m/s $\,$

3 结论

声学性能的快速准确计算对于消声管道的设 计具有重要意义。传统三维数值方法计算量较大, 计算效率低。由于消声管道一般具有沿轴向(气流) 方向截面均匀一致的特点,此时管道的声学性能可 以通过轴向波数进行简化计算,轴向波数可以通过 对管道截面进行特征值分析获得。针对不同的消声 管道结构形式,本文使用两种简化方法:基于传递矩 阵的简化方法和基于二维有限元的简化方法,通过 与文献中的数值结果和实验结果的比较说明了简 化方法可以在较宽的频率范围较好地描述管道的 消声性能,说明了简化方法的有效性。另外,简化方 法也可以考虑管道内介质存在均匀流速的情况。简 化方法将三维声学计算问题转化为二维声学问题, 极大程度地提高了计算效率,可用于消声管道的快 速优化设计。



- Selamet A, Xu M B, Lee I J, et al. Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2004, 115(5): 2091–2099.
- [2] Antebas A G, Denia F D, Pedrosa A M, et al. A finite element approach for the acoustic modeling of perforated

dissipative mufflers with non-homogeneous properties[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2013, 57(7/8): 1970–1978.

- [3] 徐贝贝,季振林.穿孔管阻性消声器声学特性的有限元分析[J]. 振动与冲击, 2010, 29(4):58-62, 76.
 Xu Beibei, Ji Zhenlin. Finite element analysis of acoustic attenuation performance of perforated tube dissipative silencers [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(4):58-62, 76.
- [4] Yang L, Wang P, Wu T W. Boundary element analysis of bar silencers using the scattering matrix with twodimensional finite element modes[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2017, 74: 100–106.
- [5] Sakuma T, Yasuda Y. Fast multipole boundary element method for large-scale steady-state sound field analysis. Part I: setup and validation[J]. Acta Acustica united with Acustica, 2002, 88(4): 513–525.
- [6] Ji Z L, Xu H S, Kang Z X. Influence of mean flow on acoustic attenuation performance of straight-through perforated tube reactive silencers and resonators[J]. Noise Control Engineering Journal, 2010, 58(1): 12–17.
- [7] Vijayasree N K, Munjal M L. On an integrated transfer matrix method for multiply connected mufflers[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(8): 1926–1938.
- [8] 方智,季振林. 直通穿孔管消声器声学特性预测的数值模态匹配法 [J]. 声学学报, 2013, 38(5): 607–614.
 Fang Zhi, Ji Zhenlin. Numerical mode-matching approach for acoustic attenuation prediction of straight-through perforated tube silencer[J]. Acta Acustica, 2013, 38(5): 607–614.
- [9] Kirby R, Williams P T, Hill J. A three dimensional investigation into the acoustic performance of dissipative splitter silencers[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2014, 135(5): 2727–2737.
- [10] Li J, Wang P, Wu T, Herrin D. Analytical and boundary element solutions of bulk-reacting lined ducts and parallelbaffle silencers[C]. Inter-Noise and Noise-Con Congress and Conference Proceedings, 2016, 252(2): 720–727.
- [11] Cummings A, Astley R J. Finite element computation of attenuation in bar-silencers and comparison with measured data[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 196(3): 351–369.
- [12] Fang Z, Ji Z L. Numerical mode matching approach for acoustic attenuation predictions of double-chamber perforated tube dissipative silencers with mean flow[J]. Journal of Computational Acoustics, 2014, 22(2): 1450004.
- [13] Kirby R, Amott K, Williams P T, et al. On the acoustic performance of rectangular splitter silencers in the presence of mean flow[J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(24): 6295–6311.