◇ 研究报告 ◇

台阶板中兰姆波 A_0 模式传播特性的光弹研究*

张 旭[1] 张述坤[1] 胡中韬[2] 涂 君[1] 程 江[1] 安志武[2] 宋小春[1†]

(1 湖北工业大学机械工程学院 现代制造质量工程湖北省重点实验室 武汉 430068)

(2 中国科学院声学研究所 北京 100190)

摘要：为了研究变壁厚结构中兰姆波的传播特性，以 K9 玻璃制成的台阶板为波导，运用动态光弹法实现了兰姆波在阶梯板中传播过程的可视化。使用 MATLAB 对兰姆波的理论应力分布进行了仿真，将仿真结果与光弹图像相对比以进行模式识别。此外，根据兰姆波的动态光弹图像计算了特定模式的相速度，并与相速度频散曲线相对比，以支持模式识别的结果。对 4 mm-3 mm 和 4 mm-2 mm 厚度差台阶板进行了对比分析。研究发现在激励目标模式的兰姆波时，可能会出现非目标模式，并且兰姆波的模态转换和频散程度与台阶处的厚度差有关。该文的结果可对具有相同性质类似结构材料的无损检测提供参考。

关键词：兰姆波；相速度；动态光弹法

中图法分类号： TB553 **文献标识码：** A **文章编号：** 1000-310X(2020)05-0769-06

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2020.05.016

Dynamic photoelastic method on the propagation characteristics of asymmetric Lamb mode in thickness variation plate

ZHANG Xu[1] ZHANG Shukun[1] HU Zhongtao[2] TU Jun[1] CHENG Jiang[1] AN Zhiwu[2] SONG Xiaochun[1]

(1 *Hubei Key Laboratory of Modern Manufacturing Quantity Engineering, School of Mechanical Engineering, Hubei University of Technology, Wuhan* 430068, *China*)

(2 *Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100190, *China*)

Abstract: To study the propagation characteristics of the Lamb wave in the variable wall thickness structure, the stepped plate made of K9 glass was used as the waveguide. The dynamic photoelastic method was used to realize the visualization of the Lamb wave propagation process in the thickness variation plate. The stress distribution of the lamb wave mode was simulated by MATLAB, and the simulation results of which were compared with the photoelastic image for pattern recognition. Besides, the phase velocity of the specific mode was calculated according to the dynamic photoelastic image of the Lamb wave, which was compared with the phase velocity dispersion curve to support the result of pattern recognition. The 4 mm-3 mm stepped plate and the 4 mm-2 mm stepped plate were analyzed comparatively. It is found that when the Lamb wave of the target mode is excited, a non-target mode may occur, and the degree of dispersion and mode conversion of the Lamb wave is related to the difference in thickness at the step. The results of this paper can provide a reference for non-destructive testing of similar structural materials with the same properties.

Keywords: Lamb wave; Phase velocity; Dynamic photoelastic method

2019-12-19 收稿; 2020-03-31 定稿

*国家基金青年项目 (51807052, 51707058), 国家基金面上项目 (51575165, 11874386), 湖北省自然科学基金创新群体项目 (2019CFA$_0$21)

作者简介: 张旭 (1987–), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士, 讲师, 研究方向: 声学。

† 通信作者 E-mail: songxc@mail.hbut.edu.cn

0 引言

台阶型厚度变化板被广泛地运用在车辆、航空航天装置、船舱、化工储罐中。由于这些大型工业设备的使用年限时间跨度大且长期在室外工作，因此往往会受交变应力和温度的共同影响，从而出现腐蚀、裂纹等缺陷，最终可能导致事故的发生。为了使这些大型设备能持续正常工作，避免人员伤亡和经济损失，又要考虑到检测成本，因此需要利用非破坏性的检测手段对其进行定期检测 [1−2]。而基于兰姆波的超声无损检测作为一种无损检测方法，凭借其快速、长距离、大范围、相对低成本以及对介质变化异常敏感的优势，近年来愈加频繁的地运用在大型板状材料的无损检测中 [3−6]。

超声导波在结构中可能有多种传播模态且多数具有频散特性。Mindlin 等 [7] 发现，各向同性板中往往出现的是 S_1(symmetric) 模式的回波，A_1(antisymmetric) 模式的回波则较少。Meitzler[8] 通过研究发现，在 S_1 模式群速度为零处延伸出了群速度为负数的 S_2 模式分支。Bramhavar 等 [9] 通过实验首次证实了沿负向和正向传播的兰姆波之间的模式转换会导致负折射现象。Hu 等 [10] 通过动态光弹法，首次实现了 S_2 模式、A_3 模式兰姆波负向传播过程的可视化，并且由两种模式的归一化衰减数值，推断出在水中时 S_2 模式兰姆波能量的泄漏速度远大于 A_3 模式，解释了 S_2 模式兰姆波不易被观察到的原因，而之后的实验结果也证实了该结论。一般的实验中，超声换能器接收到的是局部的信息。而动态光弹法可以将声波在透明材料的传播过程可视化，以图像的形式直观地显示声场。动态光弹法是以透明固体作为应力场载体，主要研究平面应力条件下的二维应力分布，忽略光传播方向的应力，偏振光主折射率差与主应力差成正比。在小应力的情况下，光强与主应力差成正比例的关系，可以比较简便地通过图片灰度获得应力相对值 [11−15]。A_0 与 S_0 模式在实际检测中的应用最为广泛。由于 S_0 模式的传播速度远高于 A_0 模式，损伤处的回波会先于 A_0 模式到达接收传感器。但是，在较低的频率范围内，A_0 模式的波长远小于 S_0 模式的波长，因此对一些微小的损伤情况更为敏感。本文通过动态光弹实验，对通过阶梯前进的 A_0 模式兰姆波与阶梯处反向传播的兰姆波回波进行了直观显示与分析，且详细阐述了一种根据动态光弹图片计算兰姆波相速度的办法，并对不同厚度差的阶梯板中兰姆波的模态进行了对比。

1 理论分析

为了解释光弹实验结果，通过兰姆波基本理论可以推导出位移与应力的关系，进而得出理论的应力分布结果。设兰姆波沿板传播方向为 x 轴正方向，板厚为 b，且和 z 轴方向相同。反对称模式时，x 轴方向上的位移分量表达式与 z 轴方向上的位移分量表达式分别为

$$A_z = k\left[k_{zl}k_{zs}\sin\left(\frac{k_{zs}b}{2}\right)\cos(k_{zl}z) - \frac{k_{zs}^2-k^2}{2}\sin\left(\frac{k_{zl}b}{2}\right)\cos(k_{zs}z)\right]\exp(\mathrm{i}kx), \quad (1)$$

$$A_x = \mathrm{i}k_{zs}\left[k^2\sin\left(\frac{k_{zs}b}{2}\right)\sin(k_{zl}z) + \frac{k_{zs}^2-k^2}{2}\sin\left(\frac{k_{zl}b}{2}\right)\sin(k_{zs}z)\right]\exp(\mathrm{i}kx). \quad (2)$$

对称模式时，x 轴方向上的位移分量表达式与 z 轴方向上的位移分量表达式分别为

$$U_z = k\left[-k_{zl}k_{zs}\cos\left(\frac{k_{zs}b}{2}\right)\sin(k_{zl}z) + \frac{k_{zs}^2-k^2}{2}\cos\left(\frac{k_{zl}b}{2}\right)\sin(k_{zs}z)\right]\exp(\mathrm{i}kx), \quad (3)$$

$$U_x = \mathrm{i}k_{zs}\left[k^2\cos\left(\frac{k_{zs}b}{2}\right)\cos(k_{zl}z) + \frac{k_{zs}^2-k^2}{2}\cos\left(\frac{k_{zl}b}{2}\right)\cos(k_{zs}z)\right]\exp(\mathrm{i}kx). \quad (4)$$

其中，k 为传播方向的波数；ω 为角频率；c_l 为纵波波速；c_s 为横波波速；$k_{zs}^2 + k^2 = (\omega/c_s)^2$；$k_{zl}^2 + k^2 = (\omega/c_l)^2$；$k_{zs}$、$k_{zl}$ 分别为横波、纵波在 z 方向上的波数。反对称模式的主应力差、剪切应力与位移分量的有如下的关系：

$$\sigma_{xx} - \sigma_{zz} = 2\mu\left(\frac{\partial A_x}{\partial x} - \frac{\partial A_z}{\partial z}\right), \quad (5)$$

$$\sigma_{zx} = \mu\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial x}\right), \quad (6)$$

其中，λ 和 μ 为 Lamé 常数；应力分量的下标第一个

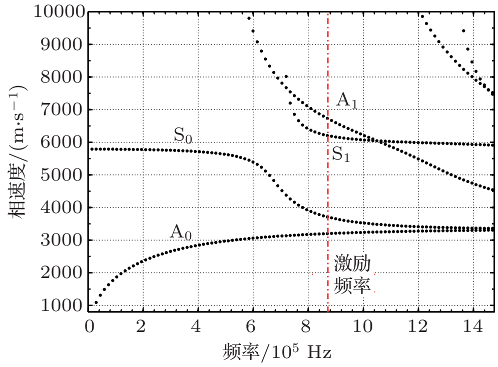


图 1　兰姆波的相速度频散曲线

Fig. 1　Lamb wave phase velocity dispersion curve

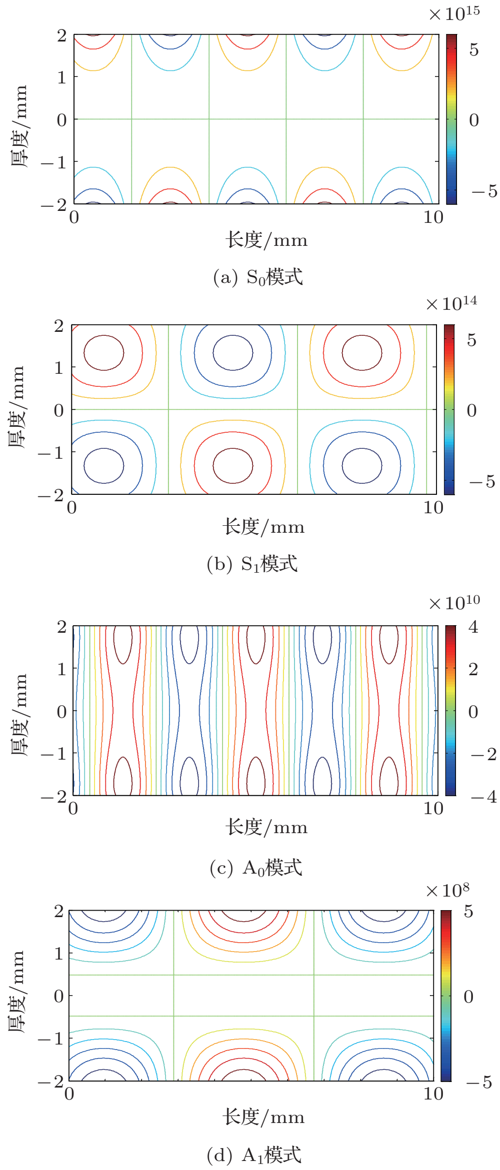


图 2　4 mm 厚度板中理论兰姆波模式中切应力分布图

Fig. 2　Theoretical Lamb mode for the shear stress components of 4 mm thickness plate

字母表示应力作用面的法线方向，第二个字母表示应力的作用方向。将 A_x、A_z 替换为 U_x、U_z，公式 (5)、公式 (6) 同样适用于对称模式的主应力差与剪切应力的计算。

因为位移在 x 轴方向上以正弦形式变化，所以可以计算出 x-z 平面上任意一点 (x, z) 主应力差和剪切应力。本实验分别使用厚度为 4 mm、2 mm (厚度差为 2 mm) 与厚度为 4 mm、3 mm (厚度差为 1 mm) 的 K9 光学玻璃阶梯板。由于在 0° 方向偏振光照明时，板中有残余应力的存在，对光弹应力图像的辨识造成了一定影响。因此，本文主要是分析 45° 偏振光照明时的兰姆波剪切应力图像，规避残余应力所带来的影响。

本实验中激励频率为 876 kHz，根据频散曲线图 1 可知，在 4 mm 厚板处可能激发出的模式分别是 A_0、S_0、S_1、A_1 模式，如图 2 所示。

兰姆波在 3 mm 厚度板中，可能存在的兰姆波模式为 S_0 模式、A_0 模式、A_1 模式。图 3 是理论计算各模式切应力分布图。

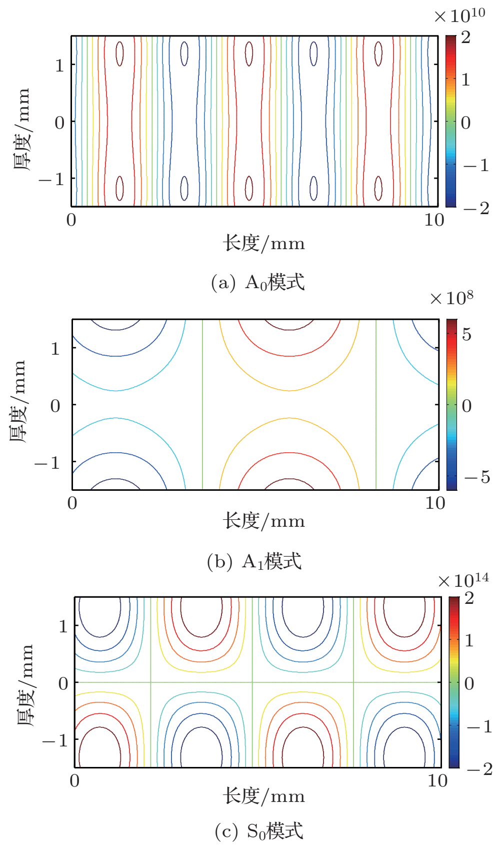
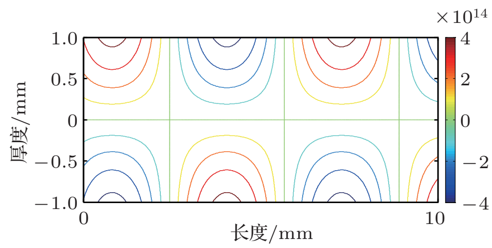


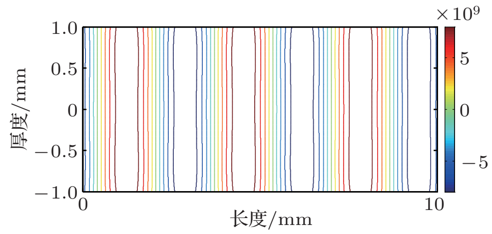
图 3　3 mm 厚度板中理论兰姆波模式中切应力分布图

Fig. 3　Theoretical Lamb mode for the shear stress components of 3 mm thickness plate

兰姆波在 2 mm 厚度板中，可能存在的兰姆波模式为 S_0 模式、A_0 模式。图 4 是理论计算各模式切应力分布图。



(a) S_0模式



(b) A_0模式

图 4　2 mm 厚度板中理论兰姆波模式中切应力分布图

Fig. 4 Theoretical Lamb mode for the shear stress components of 2 mm thickness plate

2　动态光弹实验

为了研究兰姆波在变壁厚结构中的传播方式，本实验使用 K9 光学玻璃阶梯板模拟变壁厚结构。玻璃的暂时双折射性质是实验方法所需的一个重要条件。为了对比分析兰姆波在不同厚度波导中传播时的模态，以及模态转换和频散的程度是如何随阶梯厚度差变化，分别使用了一块厚度为 4 mm-2 mm 的两层台阶板 (厚度差为 2 mm) 与一块厚度为 4 mm-3 mm 的台阶板 (厚度差为 1 mm) 进行实验。动态光弹实验系统构成如图 5 所示，换能器所在位置为 4 mm 厚度处上方，为了激励出 A_0 模式的兰姆波，所采用的换能器激励频率为 876 kHz，楔块角度为 47.1°。此频率下 A_0 模式频散较小。通过多通道延时可以控制超声激励和频闪光源之间的延迟时间，从而到观察不同时刻、不同位置的兰姆波传播情况。

对于起偏器和检偏器的使用可以实现特定方向线偏振光的入射，从而显现某一方向的应力。本实验由于在 0° 方向偏振光照明时，板中有残余应力的存在，对光弹应力图像的辨识造成了一定影响。因此，如图 6(a) 所示，方框中在 2 mm 处有明显的应力残留。而当兰姆波传播到此处时，残留的应力图像与兰姆波的主应力差图像相互影响，产生了一种不规则的应力图像，正如图 6(b) 方框中所示，由于失去了规则分布特征的兰姆波光弹图像难以分析，因此，本文主要是分析 45° 偏振光照明时的兰姆波剪切应力图像。使用兰姆波的剪切应力分布来进行模式识别，可规避残余应力所带来的影响。

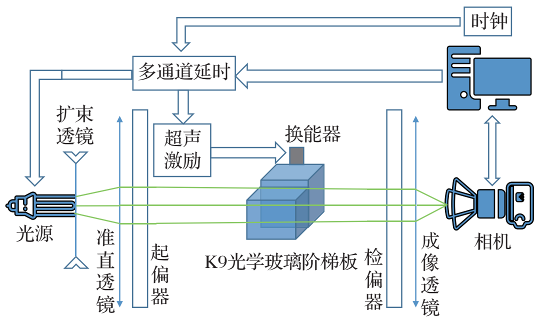
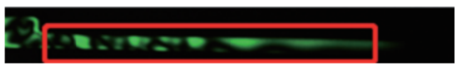


图 5　动态光弹实验系统

Fig. 5 Dynamic photoelastic experiment system

(a) 残余应力图像



(b) 受残余应力影响的不规则兰姆波图像

图 6　0° 方向的偏振光照下阶梯板中的应力残留干扰的光弹图像

Fig. 6 Photoelastic image of residual stress interference in stepped plate under polarized light at 0 °

3　实验结果分析

图 7 是兰姆波在 26.50 ～ 29.00 μs 时间段内传播的一组光弹应力图像，通过对图像的裁剪拼接处理，使得上下相邻的光弹应力图像间隔时间为 0.5 μs。与图 2 理论分析对比可以看出，激励频率为 876 kHz，换能器激励出了 A_0 模态兰姆波，不过伴随有少量 S_0 模式兰姆波产生。由于此模式下频散较小，可以通过图像分析计算其相速度。通过 LabVIEW Vision Assistant 软件辅助像素点选取与像素坐标计算。从相邻两张图片中获取兰姆波光弹图像中某一质点在间隔时间内走过的像素个数，通过换算关系得到该质点走过实际路程，从而得到相速度。通过计算得到 A_0 模式的实际相速度约为

3273 m/s，与理论计算值 3194 m/s 相比，相对误差为 2.47%，进一步证明所激励模式为 A_0 模式。

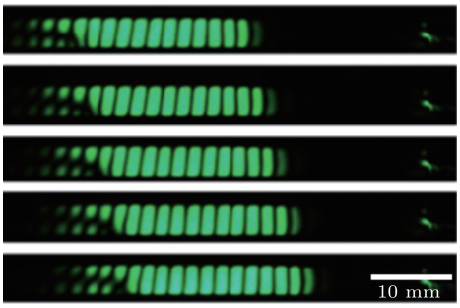


图 7　26.50 ~ 29.00 μs 时间段内的光弹应力图像

Fig. 7 Photoelastic stress image from 26.50 μs to 29.00 μs

当入射兰姆波由 4 mm 厚度处传播至台阶厚度变化处时，通过图 7 中的入射模式与图 8 中红框中反射模式的对比，可以观察到明显模态转换现象；通过对图 8 与图 9 的对比，可发现厚度差较大的二阶阶梯板 (厚度差为 2 mm)，模式转换现象更加明显。

图 8　1 mm 的厚度差下的光弹图像

Fig. 8 Photoelastic image with a difference of 1 mm thickness

图 9　2 mm 的厚度差下的光弹图像

Fig. 9 Photoelastic image with a difference of 2 mm thickness

厚度差为 1 mm 时兰姆波因反射而产生的回波现象正如图 10 所示，该图展示了 30.50 ~ 32.50 μs 时间段内兰姆波的传播过程。图 10 中可见在靠近台阶处反射 Lamb 波模式接近 S_1 模式，且随着时间的推移向板的负向传播，但是频散较大很快无法观测。而通过台阶在 3 mm 厚度处传播的兰姆波则保持了原来的模态，但发生了一定程度的频散现象。

将 A_0 模式、S_1 模式、S_0 模式的理论切应力分布图 3 与图 10 中透射兰姆波光弹图像比较可知，A_0 模式的兰姆波在通过台阶处后仍然为 A_0 模式。根据光弹图片计算出相速度结果为 3055 m/s，与该频率下 A_0 模式的相速度 3090 m/s 相比较为接近，二者的相对误差为 1.1%。因此可以得到结论：在 4 mm 厚度处传播的 A_0 模式兰姆波在经过台阶处后，进入 3 mm 厚度处继续传播时，主要透射模式仍为 A_0 模式。

厚度差为 2 mm 时兰姆波因反射而产生的回波现象如图 11(a) 所示，透射兰姆波如图 11(b) 所示。通过与理论分析图 4 对比，其反射光斑图的形状与分布特点与 S_1 模式较为接近，因此可推断其为 S_1 模式。其透射光斑图形状与分布特点与 A_0 模式较为接近，因此可推断其为 A_0 模式。

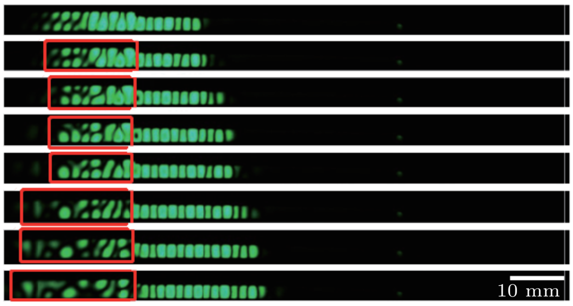
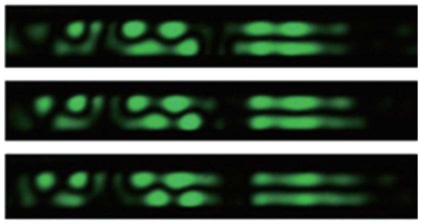
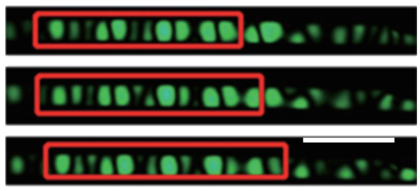


图 10　4 mm-3 mm 台阶板中 30.50 ~ 32.50 μs 时间段内的光弹应力图像

Fig. 10 Photoelastic stress image from 30.50 μs to 32.50 μs



(a) 55.00～56.50 μs时间段



(b) 52.00～53.00 μs时间段

图 11　不同观测时段下台阶板 2 mm 厚度处兰姆波光弹图

Fig. 11 Photoelastic stress image at 2 mm thickness of the plate in different observation periods

通过理论分析与光弹实验图片的对比发现，虽然目标激励模式为 A_0 模式，但是实际可以观测到换能器在 4 mm 厚度处难以避免地激励出少量 S_0 模式。在两种厚度差台阶板中入射兰姆波在台阶处均

发生了反射，并沿 x 轴负方向传播，反射波主要为 S_1 模式，透射模式主要为 A_0 模式。其中 4 mm-2 mm 的反射回波 S_1 模式更明显；而在 4 mm-3 mm 台阶板中，透射波 A_0 模式更明显。

4 结论

在相同激励频率下，反对称模式的兰姆波因为波长相比于对称模式波长更小，因而对微小缺陷更加灵敏。由于残余应力的影响，通过常规的动态光弹观测兰姆波主应力图像无法获得模式信息。本文通过 45° 偏振光照明的动态光弹法可以清晰地观测到 A_0 模式兰姆波在 K9 玻璃中的传播，通过解析法推导与之对应的切应力表达式计算的理论光弹模式结果和实际的观测一致。此外根据照片间隔时间以及图像分析，可以获得频散较小模式的实际相速度，且和理论频散曲线中对应数值接近。通过光弹实验结果的分析可知，当使用兰姆波对具有变壁厚结构的阶梯板进行检测时，若从厚度较大的一端入射，A_0 模式的兰姆波能够大部分通过阶梯处；随着厚度差增大，回波能量增强，透射波能量减小，兰姆波的模态转换现象更加明显。动态光弹法的研究结果可以为实际检测提供参考。

参 考 文 献

[1] 高广健, 邓明晰. 用于储罐底板缺陷检测的超声兰姆波模式研究 [J]. 应用声学, 2012, 31(1): 42–48.
Gao Guangjian, Deng Mingxi. Examination of ultrasonic Lamb waves for detection of flaws in the bottom plate of oil tank[J]. Applied Acoustics, 2012, 31(1): 42–48.

[2] 何存富, 怀保玲, 杜婷, 等. 基于兰姆波的大型罐体液位定点检测方法 [J]. 机械工程学报, 2007, 43(6): 99–104.
He Cunfu, Huai Baoling, Du Ting, et al. Method monitoring fixed liquid level of large tanks using Lamb waves[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2007, 43(6): 99–104.

[3] Memmolo V, Monaco E, Boffa N D, et al. Guided wave propagation and scattering for structural health monitoring of stiffened composites[J]. Composite Structures, 2018, 184: 568–580.

[4] Gao H, Rose J L. Goodness dispersion curves for ultrasonic guided wave based SHM: a sample problem in corrosion monitoring[J]. Aeronautical Journal, 2010, 114(1151): 49–56.

[5] Muñoz C Q G, Marquez F P G, Lev B, et al. New pipe notch detection and location method for short distances employing ultrasonic guided waves[J]. Acta Acustica United with Acustica, 2017, 103(5): 772–781.

[6] Su Z, Ye L, Lu Y. Guided Lamb waves for identification of damage in composite structures: a review[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 295(3–5): 753–780.

[7] Mindlin R D, Yang J. An introduction to the mathematical theory of vibrations of elastic plates[M]. Singapore: World Scientific Publishing, 1955.

[8] Meitzler A H. Backward-wave transmission of stress pulses in elastic cylinders and plates[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1965, 38(5): 835–842.

[9] Bramhavar S, Prada C, Maznev A A, et al. Negative refraction and focusing of elastic Lamb waves at an interface[J]. Physical Review B, 2011, 83(1): 014106.

[10] Hu Z T, An Z W, Lian G X, et al. Propagation properties of backward Lamb waves in plate investigated by dynamic photoelastic technique[J]. Chinese Physics Letters, 2017, 34(11): 114–301.

[11] Germano M, Alippi A, Bettucci A, et al. Anomalous and negative reflection of Lamb waves in mode conversion[J]. Physical Review B, 2012, 85(1): 012102.

[12] Shuvalov A L, Poncelet O. On the backward Lamb waves near thickness resonances in anisotropic plates[J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(11–12): 3430–3448.

[13] Prada C, Clorennec D, Royer D. Local vibration of an elastic plate and zero-group velocity Lamb modes[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2008, 124(1): 203–212.

[14] Hu Z, Cui H, An Z, et al. Measurements of backward wave propagation using the dynamic photoelastic technique[C]. 2016 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS). IEEE, 2016: 1–4.

[15] Li H U, Negishi K. Visualization of Lamb mode patterns in a glass plate[J]. Ultrasonics, 1994, 32(4): 243–248.