

◇ 研究报告 ◇

北极海域海洋环境噪声建模与特性分析^{*}

谭靖骞^{1,2,3} 曹宇^{1,2} 黄海宁^{1,2†} 郭慧^{1,2,3}

(1 中国科学院声学研究所 北京 100190)

(2 中国科学院先进水下信息技术重点实验室 北京 100190)

(3 中国科学院大学 北京 100049)

摘要: 北极海域海洋环境噪声的特殊性在于具有偶发的尖脉冲声,为分析其特性与规律,首先建模仿真分析不同脉冲噪声下高斯分布与 α 稳定分布的拟合效果,验证后者的鲁棒性。再从实测北极海域噪声中选取3种典型环境噪声为样本,通过对其非高斯性判定及不同分布模型对比,验证 α 稳定分布在北极海域环境噪声统计特性建模中的有效性,同时研究不同深度、不同频段对模型参数的影响,最后通过各月参数的统计结果与海冰密集度分析冰下噪声成因。由于通道数量有限,没有给出所有深度的变化规律。结果表明,北极海域冰下环境噪声具有明显脉冲成分和非高斯性,利用 α 稳定分布能更好地描述其统计特性;100 Hz可作为冰下环境噪声脉冲性干扰源的划分界限;结冰期环境噪声具有强烈的非高斯性,而冰封期则高斯性较强。

关键词: 北极海域;环境噪声;统计特性; α 稳定分布;海冰密集度

中图分类号: O427.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2020)05-0690-08

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2020.05.006

Modeling and characterization of marine ambient noise in the Arctic

TAN Jingqian^{1,2,3} CAO Yu^{1,2} HUANG Haining^{1,2} GUO Hui^{1,2,3}

(1 *Institute of Acoustic, Chinese Academic of Sciences, Beijing 100190, China*)

(2 *Key Laboratory of Science and Technology on Advanced Underwater Acoustic Signal Processing, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(3 *University of Chinese Academic of Sciences, Beijing 100049, China*)

Abstract: The particularity of the marine ambient noise in Arctic Ocean lies in the occasional sharp pulse sound, in order to analyze its characteristics and rules, the fitting effect of Gaussian distribution and alpha-stable distribution under different impulse noises is firstly analyzed by simulation modeling. Then three typical types of noise are chosen as samples from the measured Arctic Ocean noises to verify the effectiveness of alpha-stable distribution in modeling the statistical property of marine ambient noise in the Arctic through non-Gaussian determination and comparison of different distribution models, while the effects of different depths and frequency bands on model parameters are also studied. Finally, the under-ice noise causes are analyzed through the statistical results of monthly parameters and ice concentration. Due to the limited number of channels, the variation rules of all depths are not given. The results show that the under-ice ambient noise in the Arctic is obviously non-Gaussian with impulse components, whose statistical properties can be described by alpha-stable distribution. The frequency of dividing limit of interference source of under-ice ambient noise is about 100 Hz. In freezing period, the ambient noise has an obvious non-gauss character, while in frozen period it's more Gaussian.

Keywords: The Arctic Ocean; Ambient noise; Statistical property; Alpha-stable distribution; Ice concentration

2019-12-19 收稿; 2020-02-24 定稿

*国防基础科研计划重大项目 (JCKY2016206A003)

作者简介: 谭靖骞 (1994-), 男, 四川广安人, 硕士研究生, 研究方向: 水声信号处理。

†通信作者 E-mail: hhn@mail.ioa.ac.cn

0 引言

北极指以北极点为中心、北纬 $66^{\circ}34'$ 以北,包括整个北冰洋及其附属岛屿的大片区域,具有重要的战略意义与经济价值^[1]。而在北极水声学的研究中,噪声占据重要地位,分析北极海域海洋环境噪声的规律和机理,是开展北极特殊噪声背景下环境适配处理研究的前提,同时对开展北极探测、导航及定位等具有重大意义。在北极海域冰下海洋环境噪声特性的研究中,Milne等^[2]和Ganton等^[3]指出与无冰海域的海洋环境噪声相比,冰下海洋环境噪声通常是脉冲噪声,并分析了温度和风速对冰下不同频率噪声的影响。Mellen等^[4]认为风吹过冰面产生的噪声类似冰表面被许多小颗粒撞击,其振幅满足高斯分布。Baggeroer等^[5]在研究北极低频段噪声的统计特性和方向特性中发现,除远处有航船经过时,10~100 Hz频段噪声的峰度与高斯分布大不相同,说明低频段噪声具有明显的非高斯性。Kinda等^[6]通过长期观测,研究了波弗特海海冰变形引起的噪声变化,并分析其机制。由此可见,北极海域海洋环境噪声往往比较复杂,虽然冰层的存在隔绝了大气与海水的交换,减弱了风成、浪成噪声的影响,但同时也引入了冰层裂解、碰撞及风吹过冰间水道等所产生的脉冲噪声,特别是近年来全球气温升高导致冰雪融化,新航道的开辟更增加了其环境噪声的脉冲成分^[7]。因此,北极海域环境噪声可认为是具有随机相位幅度、形状不固定的脉冲叠

加至高斯噪声而成,在幅度上具有显著的“重尾”特征和非高斯性,通常认为的低纬度海域海洋环境噪声统计模型所满足的高斯分布将不再适用。卫翀华等^[8]利用 α 稳定分布分析了双声道波导中的噪声分布特性,具有一定的借鉴意义,但其只关注于冰下噪声研究,且并未从长时间尺度上分析噪声的变化规律及形成机理。

α 稳定分布最初由Levy于1925年提出,此后在数学界引起了广泛重视,但直到1993年Shao等^[9]的论文发表才使其在信号处理领域中得到进一步发展。由于去除了有限方差的影响, α 稳定分布能更好地模拟环境噪声的产生和传播,更适合描述具有显著脉冲噪声的随机信号。

本文首先介绍了 α 稳定分布相关理论,并通过仿真分析其在脉冲噪声统计特性建模中的鲁棒性。最后利用北极科考噪声实测数据验证了该模型的适用性,并分析了该海域环境噪声的统计特性及其在不同深度、不同时间下的变化规律和成因,对极地声学及北极特殊噪声背景下的环境适配处理研究具有一定的参考价值。

1 噪声模型与数值仿真分析

1.1 α 稳定分布及参数估计

α 稳定分布是一种广义的高斯分布,能够描述许多不满足中心极限定理的数据。通常基于稳定随机变量特征函数来描述其分布特性^[10],如式(1):

$$\varphi(t) = \begin{cases} \exp(j\delta t - |\gamma t|^{\alpha} [1 + j\beta \text{sign}(t) \tan(\pi\alpha/2)]), & \alpha \neq 1, \\ \exp(j\delta t - |\gamma t| [1 - j\beta \text{sign}(t)(2/\pi) \lg|t|]), & \alpha = 1, \end{cases} \quad (1)$$

其中,sign(\cdot)为符号函数; $\alpha \in (0, 2]$ 为特征指数,表征稳定分布冲击性强弱,其值越小,则对应的分布拖尾越厚,呈现出更为显著的冲击性与非高斯脉冲特性; $\beta \in [-1, 1]$ 为偏斜参数,表征稳定分布的非对称程度, $\beta = 0$ 、 $\beta > 0$ 、 $\beta < 0$ 分别对应对称、右偏、左偏分布等情况; $\gamma \in (0, +\infty)$ 为尺度参数,表征分布样本偏离其均值的程度,类似于高斯分布中的方差,实际上,在高斯分布中 γ 是方差的两倍; $\delta \in (-\infty, +\infty)$ 为位置参数,表征稳定分布的均值($\alpha > 1$)或中值($\alpha \leq 1$)。

由此可见, α 稳定分布可由 α 、 β 、 γ 、 δ 等4个参量联合表示其统计特性。因此,在实际应用中为获

取样本的统计特性,对样本数据进行 α 稳定分布参数估计至关重要。常用的 α 稳定分布参数估计方法主要有最大似然法、样本分位数法、特征函数法、分数阶矩法等^[11]。其中基于样本特征函数的参数估计方法很多,但由Koutrouvelis^[12]提出的回归法在一致性、偏差和效率都优于其他方法,本文也主要基于此方法对 α 稳定分布进行参数估计。

首先,对式(1)两次取自然对数并整理可得

$$\lg(-\lg|\varphi(t)|^2) = \lg(2\gamma^{\alpha}) + \alpha \lg|t|. \quad (2)$$

而对于给定的独立同分布随机矢量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$,根据大数定理,其样本特征函数

的一致估计器如下:

$$\hat{\varphi}(t) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \exp(jtx_k). \quad (3)$$

因此,根据式(2)、式(3),令 $y = \lg(-\lg|\varphi(t)|^2)$, 则参数 α 和 γ 可通过如下线性回归估计得到:

$$y_k = m + \alpha w_k + \varepsilon_k, \quad (4)$$

其中, $y_k = \lg(-\lg|\hat{\varphi}(t)|^2)$, $m = \lg(2\gamma^\alpha)$, $w_k = \lg|t_k|$, ε_k 是均值为零的独立同分布误差项, 实数集 $t_k = \pi k/25, k = 1, 2, \dots, K$. 根据 α 和样本容量不同 $K \in [9, 134]$, 由式(4)则可以估计出 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\gamma}$.

当 $\alpha \neq 1$ 时, 特征函数 $\varphi(t)$ 的实部和虚部分别为

$$\begin{cases} \text{Re}\{\varphi(t)\} = \exp(-|\gamma t|^\alpha) \cos\left[\delta t - |\gamma t|^\alpha \beta \text{sign}(t) \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right], \\ \text{Im}\{\varphi(t)\} = \exp(-|\gamma t|^\alpha) \sin\left[\delta t - |\gamma t|^\alpha \beta \text{sign}(t) \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right)\right], \end{cases} \quad \alpha \neq 1. \quad (5)$$

因此,可以得到

$$\arctan \frac{\text{Im}\{\varphi(t)\}}{\text{Re}\{\varphi(t)\}} = \delta t - |\gamma t|^\alpha \beta \text{sign}(t) \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right). \quad (6)$$

则进一步,结合式(4)估计的 α 与 γ , 参数 β 和 δ 可通过如下线性回归估计得到:

$$z_l = \delta u_l - \beta \gamma^\alpha \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right) \cdot \text{sign}(u_l) |u_l|^\alpha + \eta_l, \quad (7)$$

其中, $z_l = \arctan \frac{\text{Im}\{\hat{\varphi}(t)\}}{\text{Re}\{\hat{\varphi}(t)\}}$, η_l 是均值为零的独立同分布误差项, 且实数集 $u_l = \pi l/50, l = 1, 2, \dots, L$. 根据 α 和样本容量不同 $L \in [9, 70]$, 由式(7)则可估计出 $\hat{\beta}$ 和 $\hat{\delta}$.

再以 $\hat{\alpha}$ 、 $\hat{\beta}$ 、 $\hat{\gamma}$ 、 $\hat{\delta}$ 为初始条件, 反复回归统计至满足预先设定的收敛标准, 即可得到最终的参数估计值。

1.2 数值仿真分析

根据北极海域环境噪声的非高斯性, 为验证 α 稳定分布模型的建模效果, 进行理论仿真分析。仿真中向高斯白噪声中加入信噪比为 5 dB、冲击信号占比不同的脉冲干扰, 并以核密度估计 (Kernel density estimation, KDE) 为参照, 利用检验预测模型时常用的 R_square 指标分析高斯分布与 α 稳定分布的拟合程度。图1为噪声时域波形及对应参数估计和分布直方图拟合结果, 图2为不同分布的拟合度对比结果。从图中可以看出, 当环境噪声为高斯白噪声时, 两种模型拟合效果一致; 当存在冲击信号时, 正态分布模型完全失效, 而 α 稳定分布模型则具有较好的拟合效果, 且从拟合度曲线中也能发现, 即使噪声的脉冲特性有所变化, 但该分布仍具有较好的鲁棒性。

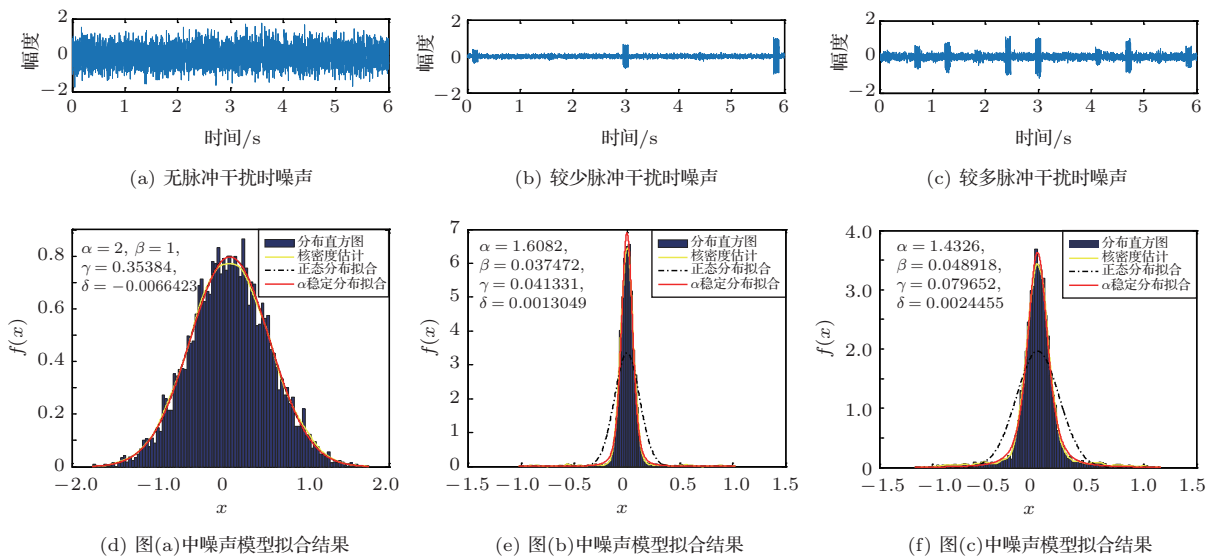


图1 噪声时域波形、参数估计与直方图拟合结果

Fig. 1 The time domain waveform of noises, parameter estimation and histogram fitting results

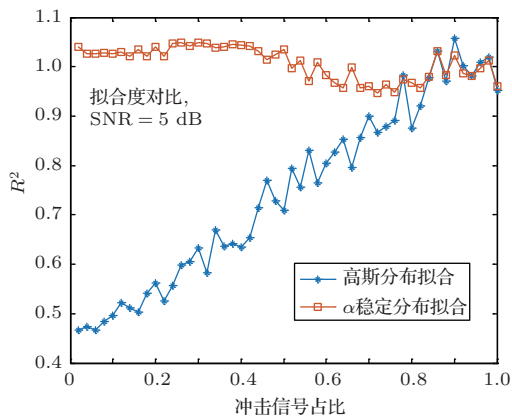


图2 不同模型拟合度对比结果

Fig. 2 Comparison results of fitting degree of different models

2 试验数据获取及处理结果分析

海洋环境噪声数据获取依赖于双通道噪声测量潜标系统(上下通道间隔约300 m,本文中记为上层深度与下层深度),在北极某海域(74.72°N, 161.7°W)开展了为期近6个月的海洋环境噪声测量,每间隔3 h采集接近3 min的噪声信号,处理时从数据段的相同位置截取160 s噪声进行分析。通过对数据的处理分析,可以验证 α 稳定分布在北极海域噪声统计特性中的适用性,同时分析不同深度、不同时间各频段噪声统计特性的差异。最后,结合该海域海冰密集度信息分析形成该现象的形成机理。

由于北极海域环境噪声的脉冲特性主要体现在低频段,因此本文主要着重于低频段的噪声分析。在以往的文献中,通常认为北极地区的半声道有利于低频(< 30 Hz)声传播,并且Dyer^[13]的研究表明100 Hz以内,风和压力所引起的冰裂与冰脊形成对环境噪声有显著影响,而100 Hz以上环境噪声则受风及近场冲击影响较大。基于此,本文将实测噪声数据分解为0~30 Hz、30~100 Hz、100~500 Hz三个不同频段,并进行相应的分析。为验证 α 稳定分布模型在北极海域环境噪声统计特性中的适用性,选取3种典型海洋环境噪声进行分析。

2.1 非高斯性判定

统计理论中的偏度、峰度以及方差是描述噪声分布的统计量,可用于初步判定噪声数据的非高斯性。峰度大于3,说明噪声的分布与高斯噪声相比具有更尖的峰顶,反之则具有平峰值;偏度是统计数据分布非对称程度的数字特征,与 α 稳定分布中参数 β 存在一定对应关系,其值为0时表征分布具有对称性;方差是衡量数据离散程度的重要参数,可以根据实测数据中样本方差的收敛性来判定该数据样本是否具有高斯性。在 α 稳定分布中,当 $\alpha = 2$ 时分布为高斯分布,此时数据的方差随着样本的增加逐渐收敛,而当 $\alpha < 2$ 时样本方差收敛性变差。

图3(a)分别为上层深度安静、较少脉冲干扰、较多脉冲干扰环境下噪声信号时域波形;图3(b)为同点位、同时刻采集的下层深度噪声信号;图3(c)为对应情形下0~30 Hz频段上层深度噪声信号分布统计结果,分别为均值、偏度、方差及峰度(黄色线为峰度均值,红色线为峰度最小值)。由于篇幅问题,其余结果不做展示。

从噪声数据的统计分布结果可以初步得到,在安静环境下不同深度处噪声数据方差逐渐收敛且峰度接近3,具有高斯性;而当环境中存在冲击噪声源时,噪声数据方差不收敛,且峰度的波动范围很大,计算得到后两种环境下不同深度处160 s噪声样本数据的峰度值分别为(6.2748, 6.0769)和(3.4027, 2.7937),可见脉冲干扰的存在使噪声呈现不同程度的非高斯性。

2.2 α 稳定分布模型验证

针对上述北极海域3种类型的海洋环境噪声数据,分别利用正态分布和 α 稳定分布模型进行建模分析。通过参数估计得到两种模型的参数,建立对应模型并通过对比两种模型拟合度判定两种模型的优劣,图4为0~30 Hz噪声数据在两种模型中的拟合结果,表1为不同深度对应各频段两种模型的 R_square 拟合度对比结果(每格数据分别代表高斯分布拟合度/ α 稳定分布拟合度)。

表1 不同模型拟合度对比结果

Table 1 The comparison results of fitting degrees of different models

	类型1(上层)	类型1(下层)	类型2(上层)	类型2(下层)	类型3(上层)	类型3(下层)
0~30 Hz	0.9884/1.0009	0.9418/1.0012	0.9236/1.0006	0.9667/0.9990	0.6215/1.0163	0.9696/0.9979
30~100 Hz	0.9910/1.0010	0.9488/1.0011	0.9234/1.0005	0.9660/0.9988	0.6193/1.0161	0.9647/0.9976
100~500 Hz	0.9958/1.0012	0.9852/1.0011	0.9296/1.0000	0.9057/0.9784	0.5994/1.0132	0.8852/0.9827

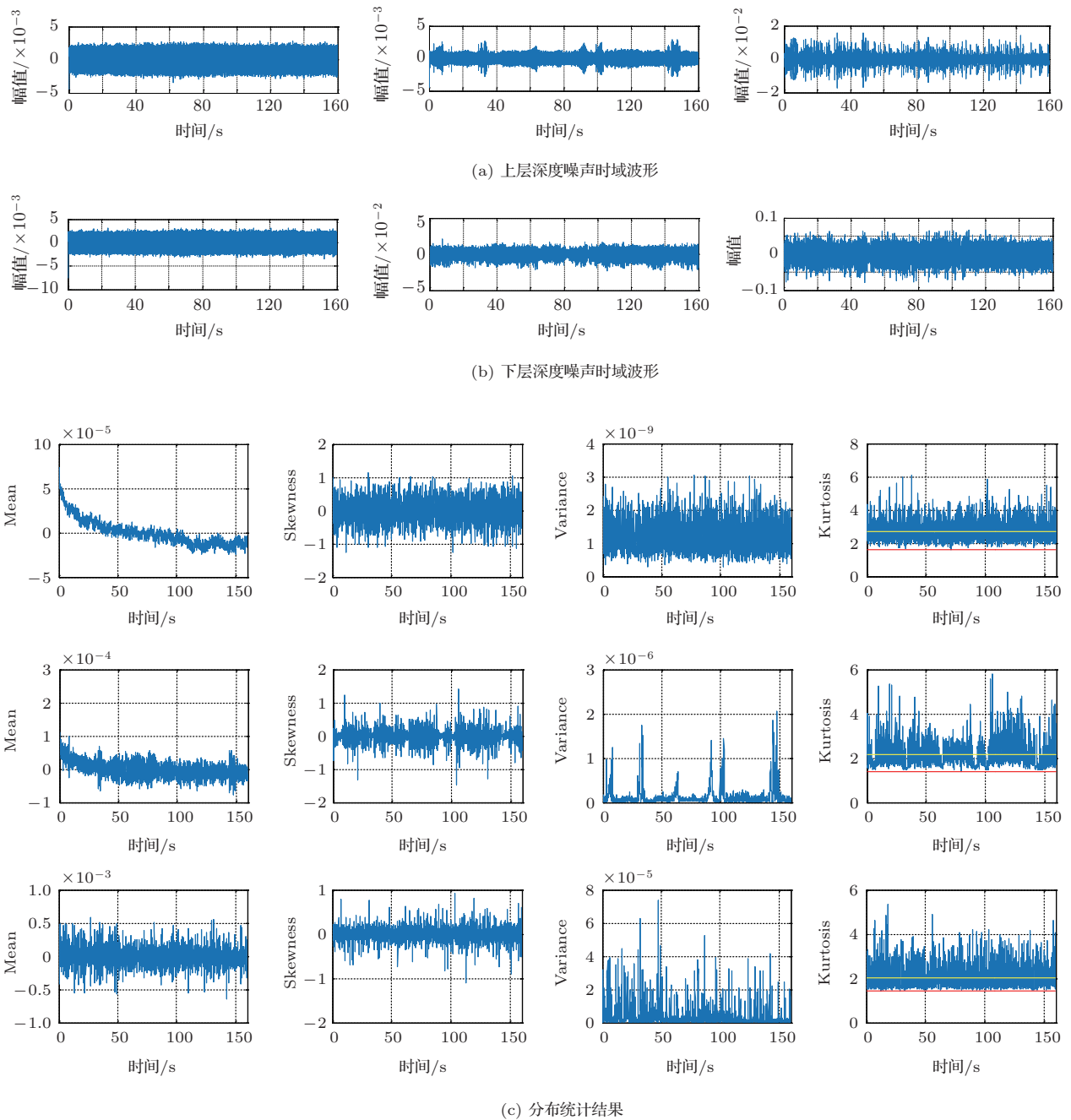


图3 不同深度下噪声时域波形与分布统计结果

Fig. 3 Time-domain waveforms and distribution statistics results of ambient noises at different depths

通过上述分析得到, 类型1安静环境下不同深度处的噪声在各频段均表现出高斯性, 模型验证结果表明, 两种模型具有相近的拟合效果; 类型2和类型3环境下, 由于冲击噪声的干扰使得噪声呈现不同程度的非高斯性。上层深度随着脉冲干扰增强, 噪声偏离高斯分布越明显, 正态分布模型完全失效, 而 α 稳定分布则能更好地描述其统计特性。而下层

深度噪声则具有更好的高斯性, 其可能原因是该海域存在双声道效应^[14], 上层深度环境噪声有冰脊形成、浮冰碰撞产生噪声和风成噪声的贡献, 表现为明显的非高斯性, 经过双声道波导的“滤波”作用, 使得下层深度环境噪声的高斯性相对于上层深度有所增强。

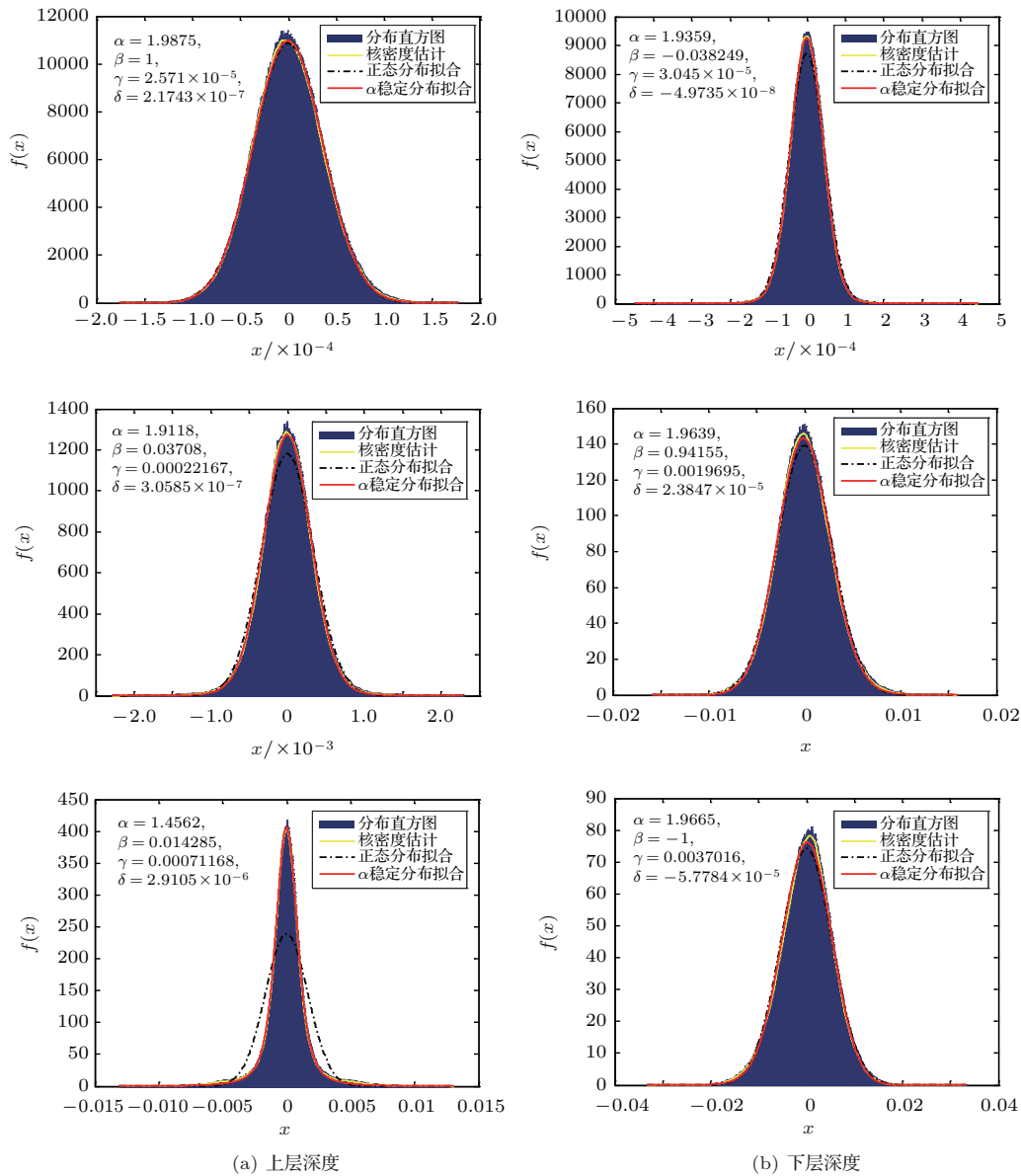


图4 不同深度下各类型环境噪声模型拟合结果

Fig. 4 Model fitting results of ambient noise in different environments and depths

2.3 α 估计值统计分析

对环境噪声而言，其幅度的统计特性主要依赖于拖尾性质、离散程度、对称位置及偏斜程度。一般而言，在大样本统计平均下，海洋环境噪声的幅度分布为无偏的^[15]，均值和方差能刻画数据的离散程度和对称位置，因此主要分析数据的拖尾特性，即α值的大小。对2017年10月至2018年2月中所采集的上层深度噪声数据进行分析，表2是所有噪声数据各自满足的α稳定分布中参数α估计值在不同范围内的数量统计结果(·/·/·代表0~30 Hz/30~100 Hz/100~500 Hz不同频段，且各频段每月样本

总数=每月天数×8)，图5为UTC时间12:20下不同频段噪声数据α值随样本的变化情况。

表2 α 值统计结果

Table 2 Statistical result of the value of alpha

月份	$\alpha < 1.6$	$1.6 \leq \alpha < 1.8$	$1.8 \leq \alpha < 1.99$	$\alpha \geq 1.99$
2017年10月	13/13/9	16/15/15	126/125/80	93/95/144
2017年11月	9/8/3	18/13/7	180/182/64	33/37/166
2017年12月	15/15/16	16/15/14	152/140/89	65/78/129
2018年1月	0/0/1	2/2/0	155/137/92	91/109/155
2018年2月	4/4/3	7/6/11	111/98/78	102/116/132

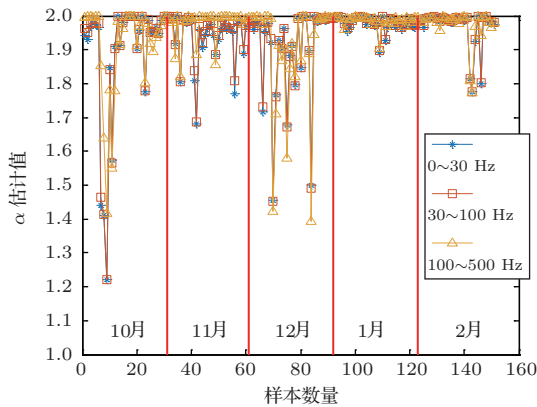


图5 不同频段下 α 值随样本变化情况

Fig. 5 Variation of alpha values with sample at different frequency bands

可以发现,不同频段的噪声统计特性不同。其中,0~30 Hz与30~100 Hz频段的 α 值接近,说明其噪声具有近似的分布特性,且与100~500 Hz对比存在较大差异。由此可见,海洋环境噪声的脉冲干扰可以100 Hz进行划分,其结果与Dyer的结果相符。

针对 α 值统计分析中其较小值在前3个月出现频率较高,并且100 Hz的脉冲干扰界限也主要出

现在该时段,结合该海域海冰密集度信息分析其成因。其中,海冰密集度数据采用的Nisbus-7/SMR, DMSP/SSM/I海冰密集度数据,由NISDC提供,数据分辨率为25 km。以噪声数据获取位置为中心,经纬度 $10^\circ \times 10^\circ$ 范围为研究海域,得到海冰密集度如图6所示,白色为选取研究区域;表3为研究区域各月平均海冰密集度结果。

可以发现,2017年10月该海域开始进入结冰期,海洋环境噪声有风成、浪成噪声、浮冰碰撞、冰脊形成及生物发声所产生的噪声叠加而成,因此具有较多的脉冲干扰。而2018年1月该海域进入冰封期,浮冰碰撞减少,脉冲干扰主要来自于冰脊形成所带来的噪声,因此环境噪声高斯性增强。这很好地解释了参数 α 较小值在前期出现频率较高、后期出现频率较低的原因,同时也说明100 Hz以上的脉冲干扰主要来自于风成、浪成噪声。

表3 各月平均海冰密集度

Table 3 Mean ice concentration per month

2017年10月	2017年11月	2017年12月	2018年1月	2018年2月
0.0587	0.2592	0.7718	0.9577	0.9513

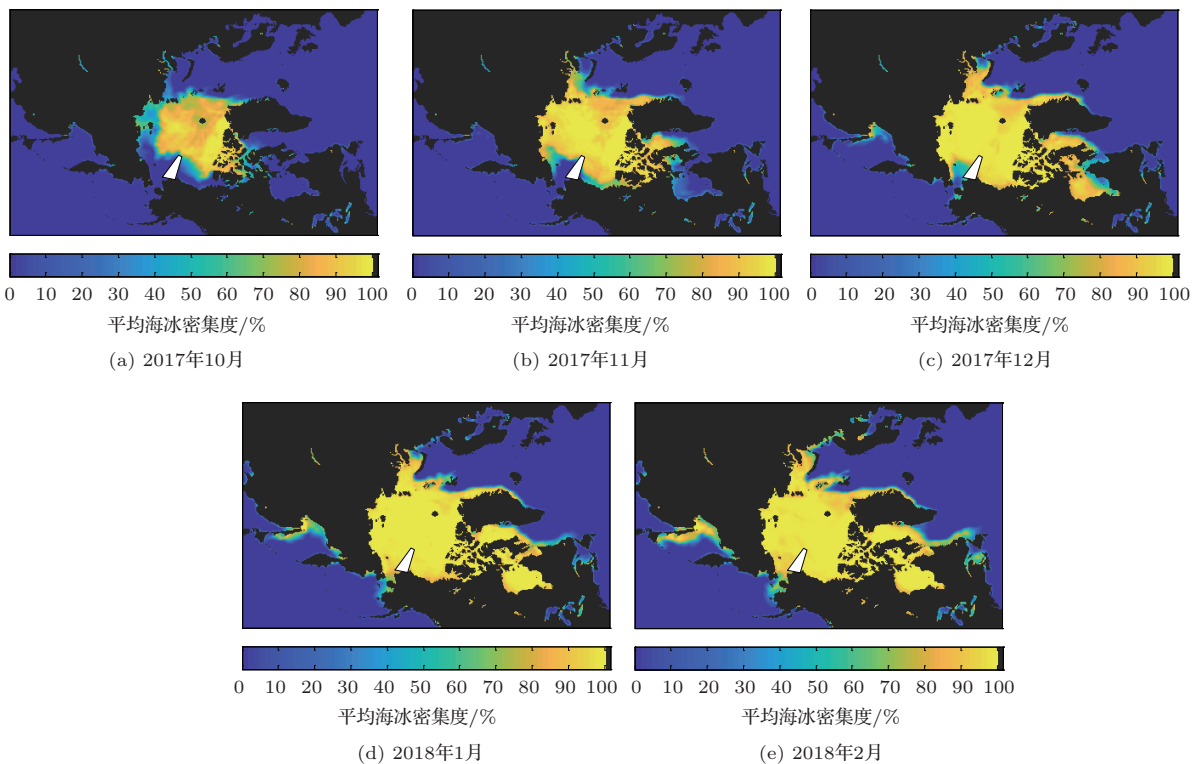


图6 各月平均海冰密集度

Fig. 6 Mean ice concentration per month

3 结论

本文利用 α 稳定分布对北极海域冰下海洋环境噪声进行建模研究,并依据潜标测量的该海域噪声数据进行处理与分析,得到如下主要结论:

(1) 北极海域环境噪声具有非高斯性与非平稳性,其统计特性用 α 稳定分布描述更为贴切,具有更好的鲁棒性,尤其是当脉冲干扰强烈时,该模型能与实际冰下噪声获得较好的拟合效果。

(2) 冰下不同深度的噪声统计特性有所差异。环境安静时,不同深度噪声均满足高斯分布;而结冰期存在较多脉冲干扰时,上层深度噪声呈现出明显的非高斯性,而下层深度噪声则接近高斯分布;同一深度不同频段的噪声统计特性也有所差异,100 Hz以下各频段噪声分布接近,且与100~500 Hz频段存在较大差异,因此可将100 Hz作为冰下环境噪声干扰源的界限。

(3) 该北极海域2017年10月-12月结冰期海洋环境噪声受脉冲干扰较多,冰下噪声具有明显非高斯性;而2018年1月-2月冰封期则由于冰层几乎完全覆盖,冰下环境噪声非高斯性减弱。

致谢 感谢中国第九次北极科学考察队为试验数据的获取所做出的贡献,是他们的辛勤工作保证了试验的顺利进行和珍贵试验数据的获取。

参 考 文 献

- [1] 李启虎,王宁,赵进平,等. 北极水声学: 一门引人关注的新型学科[J]. 应用声学, 2014, 33(6): 471-483.
Li Qihu, Wang Ning, Zhao Jinping, et al. Arctic underwater acoustics: an attractive new topic in ocean acoustics[J]. Journal of Applied Acoustics, 2014, 33(6): 471-483.
- [2] Milne A R, Ganton J H. Ambient noise under Arctic-Sea ice[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1964, 36(5): 855-863.
- [3] Ganton J H, Milne A R. Temperature and wind dependent ambient noise under midwinter pack ice[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1964, 36(10): 406-411.
- [4] Mellen R H, Marsh H W. Underwater sound reverberation in the Arctic ocean[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1963, 35(10): 1645-1648.
- [5] Baggeroer A B, Scheer E K, Colosi J A, et al. Statistics and vertical directionality of low-frequency ambient noise at the North Pacific Acoustics Laboratory site[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2005, 117(3 Pt 2): 1643-1665.
- [6] Kinda G B, Simard Y, Gervaise C, et al. Arctic underwater noise transients from sea ice deformation: characteristics, annual time series, and forcing in Beaufort Sea[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2015, 138(4): 2034-2045.
- [7] 李启虎,黄海宁,尹力,等. 北极水声学研究的新进展和新方向[J]. 声学学报, 2018, 43(4): 420-431.
Li Qihu, Huang Haining, Yin Li, et al. New advances and directions in the study of arctic underwater acoustics[J]. Acta Acustica, 2018, 43(4): 420-431.
- [8] 卫翀华,黄海宁,尹力,等. 双声道波导中低频环境噪声分布特性[J]. 声学学报, 2019, 44(4): 417-428.
Wei Chonghua, Huang Haining, Yin Li, et al. Distribution characteristics of low frequency ambient noise in two-channel waveguides[J]. Acta Acustica, 2019, 44(4): 417-428.
- [9] Shao M, Nikias C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications[J]. Proceedings of the IEEE, 1993, 81(7): 986-1010.
- [10] 沈峰,姜利,单志明. 非高斯噪声环境下的信号检测与自适应滤波方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014.
- [11] Kuruoglu E E. Density parameter estimation of skewed α -stable distributions[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(10): 2192-2201.
- [12] Koutrouvelis I A. Regression-type estimation of the parameters of stable laws[J]. Journal of the American Statistical Association, 1980, 75(372): 918-928.
- [13] Dyer I. ACOUSTICS 1987: Arctic ambient noise: ice source mechanics[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1988, 84(5): 1941-1942.
- [14] 刘崇磊,李涛,尹力,等. 北极冰下双轴声道传播特性研究[J]. 应用声学, 2016, 35(4): 309-315.
Liu Chonglei, Li Tao, Yin Li, et al. Study on the propagation characteristics of biaxial sound channel under the Arctic ice[J]. Journal of Applied Acoustics, 2016, 35(4): 309-315.
- [15] 宋国丽,郭新毅,马力. 海洋环境噪声中的 α 稳定分布模型[J]. 声学学报, 2019, 44(2): 177-188.
Song Guoli, Guo Xinyi, Ma Li. The model of alpha-stable distribution of marine ambient noise[J]. Acta Acustica, 2019, 44(2): 177-188.