

圆阵快速数字多波束形成

孙允恭 李云言

(中国科学院声学研究所)

1981年8月10日收到

在时域上实现多波束形成,其运算量与系统时空采样点数的平方成正比。本文提出以“交迭-贮存”的方法计算输入信号与时延横向滤波器脉冲响应的卷积,再根据 Farrier 等人的工作,用 FFT 算法完全实现时域上的圆阵多波束形成。因此在节省运算量的同时,保证了结果的准确。文中给出了计算机模拟计算的结果,同时还提出了一种非整数倍采样周期时延的方法,改善了指向特性。

一、概 述

随着大规模集成电路的迅速发展,数字信号处理的技术得到了广泛的应用。FFT 技术在多波束形成系统中的应用就是一例。一般的波束形成系统采用时域数字波束形成技术。而时域波束形成,对于 N 个阵元, M 点时间采样,需 $(N \cdot M)^2$ 次乘法运算才能得到 N 个波束 M 点输出。所以对于一个宽带高指向性大基阵系统,其要求的运算速度将是相当惊人的。波束形成实际上是一种卷积运算。利用 FFT 算法计算卷积,可大大节省运算量。Williams 提出了用二维 FFT 在频域上实现直线阵快速波束形成^[1]。但是由于 DFT 的周期性,采用这种移相方法形成波束带来固有的误差。为了减小这种误差的影响,必须大大增加信号的截断长度^[2-3]。于是,要求的存贮量也随之加大了。

本文在用 FFT 算法计算输入信号与时延横向滤波器脉冲响应的卷积时,采用“交迭-贮存”的方法^[4]。再根据 Farrier 等人的工作^[5],用 FFT 算法计算空间的循环相关,实现圆阵多波束形成。因此在节省运算量的同时,又保证

了结果的准确性。我们还提出了非整数倍采样周期时延的方法。计算表明,采用这种时延方法,在低采样频率情况下,指向性图仍能达到理想的结果。

二、圆阵快速数字多波束形成

1. 原理

讨论 N 元的均匀圆阵(图1)。第 k 个传感器输出的频谱为 $X_k(\omega)$, 各加权系统的传递函数为 $\{\alpha_0(\omega), \alpha_1(\omega), \dots, \alpha_{N-1}(\omega)\}$

显然,在 $2\pi k/N$ 方向形成的波束输出为

$$Y_k(\omega) = \sum_{j=0}^{N-1} X_j(\omega) \alpha_{j-k}(\omega) \quad (1)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

其中 $\alpha_{-k}(\omega) = \alpha_{N-k}(\omega)$ 。所以上式实际上是

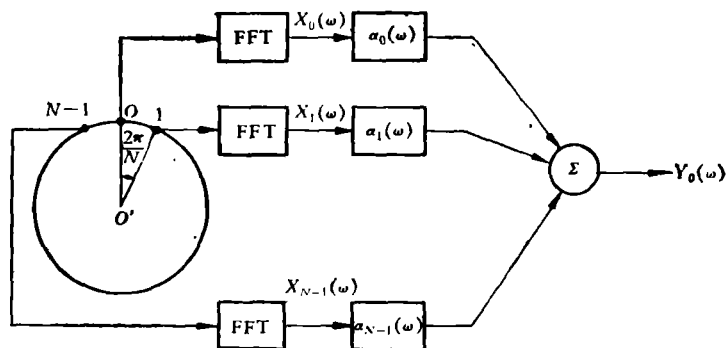


图1 圆阵波束形成示意图

一空间上的循环相关,可以用 FFT 算法快速计算。

定义二对空间 DFT:

$$\begin{cases} \hat{X}_m(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} X_n(\omega) e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} \\ X_n(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \hat{X}_m(\omega) e^{j\frac{2\pi}{N}mn} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \alpha_n(\omega) = \sum_{m=0}^{N-1} b_m(\omega) e^{-j\frac{2\pi}{N}mn} \\ b_m(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n(\omega) e^{j\frac{2\pi}{N}mn} \end{cases} \quad (3)$$

于是(1)式变为

$$Y_k(\omega) = \sum_{m=0}^{N-1} \hat{X}_m(\omega) b_m(\omega) e^{j\frac{2\pi}{N}mk} \quad (4)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

一般频域波束形成方法中,以移相代替延时,也即取

$$\alpha_n(\omega) = e^{-j\omega\tau_n} \quad (5)$$

其中 τ_n 为信号到达阵元的相对时差。而信号则经过分批 FFT 后变为 $X_k(\omega)$ 。在截断与离散处理下,移相实际上就代表了一个周期延拓后的信号的延时。这样在波束形成求和中就带来了所谓循环折迭的误差。为了减小这种误差的影响,要求信号截断长度比最大延迟时间大两个量级^[3]。这就必然使系统存储量增大。

(1) 式求和中每项乘积反映了时域上输入信号与时延滤波器脉冲响应的卷积。采用 DFT 计算一般卷积时必须采用“交迭-贮存”方法,才能避免循环卷积带来的问题。所以我们对于输入信号进行 50% 重迭采样,每次 2M 点。

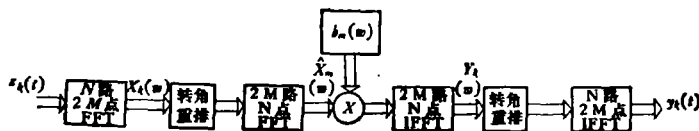


图 2 信号流程图

时延滤波器脉冲响应实际长 M 点,再补 M 个零点。二者通过 FFT 变换到频域上,得到(1)式中的 $X_n(\omega)$ 与 $\alpha_n(\omega)$ 。然而这样得到的 $Y_k(\omega)$ 并不是真正的输出频谱。它经过逆 FFT 后得到的时间波形序列,只有后 M 点是需要。这种方法能得到与时域波束形成完全相同的结果,但计算量却明显减少了。其信号流程图为图 2 所示。

2. 计算结果与比较

这种算法所需复乘次数如下:(1)输入、输出的正、逆 FFT 为 $2NM \log_2 2M$, (2)空间循环相关计算的正、逆 FFT 为 $2MN \log_2 N$, (3)与权系数相乘为 $2MN$, 总共为 $2MN(2 + \log_2 M + \log_2 N)$ 。以实乘次数计,比时域算法节省倍数 $r = MN/[8(1 + \log_2 M + \log_2 N)]$ 。在 $M = N = 16$ 时, $r = 3.6$; $M = N = 128$ 时, $r = 136.5$ 。显然, M 、 N 越大,节省的倍数也越大。

我们在 DJS-6 机上对 32 元均匀圆阵的波

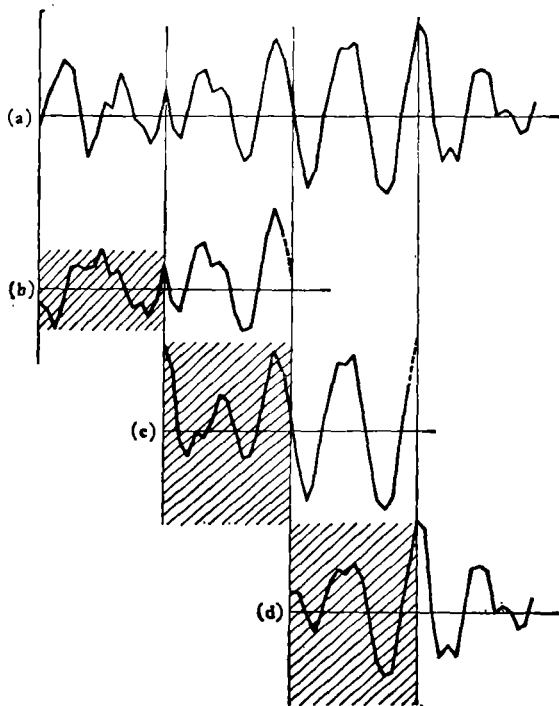


图 3 波束输出波形

(a)——时域计算的波形, (b)、(c)、(d)
——本算法计算的分段波形

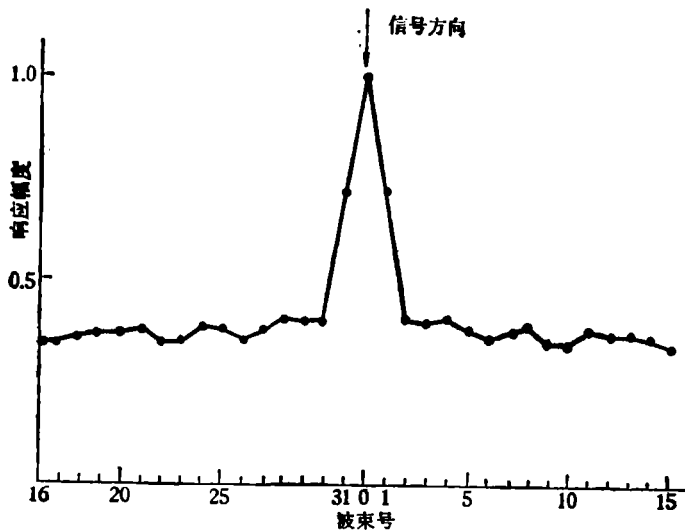


图4 多波束响应图

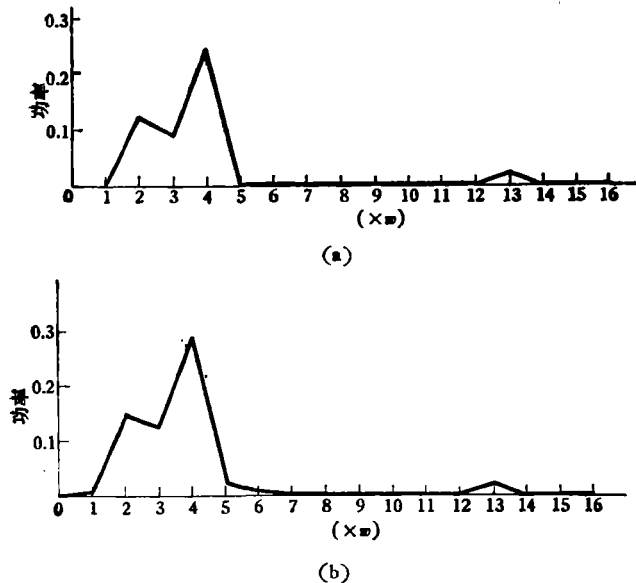


图5 波束输出功率谱

(a) 由 $|\overline{Y_k(\omega)}|^2$ 算得的功率谱 (b) 真实的功率谱
输入信号为: $0.5 \sin(1.95\omega t) + \sin(3.6\omega t) + 0.2\sin(12.9\omega t)$

束形成作了模拟计算。输入信号时间采样每次 32 点。用这个算法得到的波束输出波形 $y(t)$ ，每一段舍去前半，将各后半段连结起来，就与时域运算的结果完全一致(图 3)。计算得到的多波束响应图如图 4 所示。由图 5 还可看到，虽然算得的 $\overline{Y_k(\omega)}$ 不代表真实的频谱，但 $|\overline{Y_k(\omega)}|^2$ 有可能反映出真实功率谱的情况。该图给出三个不同频率的正弦波输入时波束输

出的功率谱。图 5(a)是由 $|\overline{Y_k(\omega)}|^2$ 算得的平均功率谱。而图 5(b)则是直接由输入信号的 DFT 算得的平均功率谱。

三、延时滤波器

一般波束形成系统中对于非整数倍采样周期延时，采取四舍五入的办法以整数倍采样周期延时来近似。这往往造成指向特性变坏，旁瓣级失控^[6]。提高采样频率可以减小这种误差，但存储量和运算量相应地增大。转换到频域上，用相移代替延时来形成波束，固然其相移精度可达很高，但存在循环折迭误差。我们结合本文的波束形成方法，用 M (假定为偶数) 个抽头的横向滤波器来实现非整数倍采样周期延时。如果所需的延时量为 τ ，则理想的滤波器传递函数应为

$$H(\omega) = e^{-j\omega\tau} \quad (5)$$

在频域上对其采样，采样间隔为 $\frac{1}{M\Delta}$ ， Δ 为横向滤波器抽头间隔。这样得到传递函数的离散序列

$$H(n) = \begin{cases} e^{-j\frac{2\pi n\tau}{M\Delta}} & n = 0, 1, \dots, \frac{M}{2} - 1 \\ 0 & n = \frac{M}{2} \\ e^{j\frac{2\pi(M-n)\tau}{M\Delta}} & n = \frac{M}{2} + 1, \dots, M-1 \end{cases} \quad (6)$$

为使滤波器的脉冲响应为实数，这里我们以 $n = M/2$ 为对称点，让 $H(n)$ 满足共轭对称条件。对(6)式作逆 DFT，得到离散的脉冲响应函数为

$$h(k) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} H(n) e^{j\frac{2\pi}{M}nk} \\ = \frac{1}{M} \left\{ \sin\left(\frac{M-1}{2}\varphi\right) / \right.$$

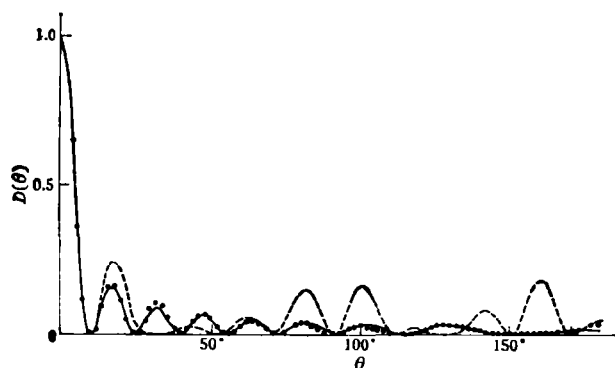


图6 32元圆阵指向性图

半径2 m, 信号频率1500Hz, 采样频率3570Hz

——理论曲线 ----四舍五入延时补偿精确延时补偿

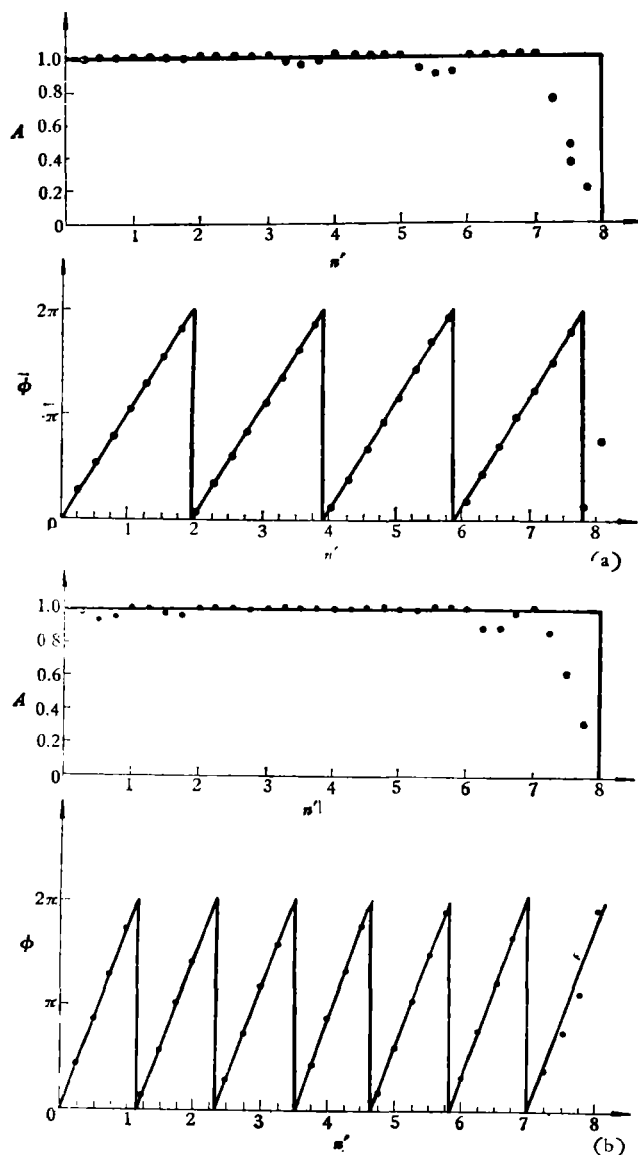


图7 (a) 延时滤波器的幅度与相位频响曲线, $k' = 8.25$

(b) 延时滤波器的幅度与相位频响曲线, $k' = 13.75$

$$\sin\left(\frac{1}{2}\varphi\right)\} \quad (7)$$

$$k = 0, 1, \dots, N-1$$

其中:

$$\varphi = \frac{2\pi}{M}\left(\frac{\tau}{\Delta} - k\right)$$

我们以 $h(k)$ 作为横向滤波器 M 个抽头的权系数,再补上 M 零,变换到频域上,就可得到前面(1)式中的 $\alpha(\omega)$ 。

图6给出了四舍五入延时补偿与本文提出的精确延时补偿情况下得到的圆阵指向性图。为了比较,图中还给出了理论的指向性图。可以看出,在低采样频率下,由于延时舍入误差造成旁瓣增大,而精确延时补偿大大改善了指向特性,并十分接近理论的指向性图。

理想的横向滤波器必须是线性相位响应的。这要求 $h(k)$ 是偶对称的。显然(7)式并不满足偶对称条件。但是可以估计,只要(7)式的主瓣不太靠近边缘,即 τ/Δ 不太靠近0与 $M-1$,其带来的误差不会很大。我们可以由(7)式得到该横向滤波器的传递函数

$$H(n') = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} \frac{\sin\left(\frac{M-1}{M}\pi(k'-k)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{M}(k'-k)\right)} \times e^{-j\frac{2\pi}{M}n'k} \quad (8)$$

$$\text{其中: } n' = \frac{\omega M \Delta}{2\pi}, \quad k' = \frac{\tau}{\Delta}$$

由此可以计算得到其幅度频响与相位频响曲线,示于图7。图中实线对应理想的带通时延滤波器。可以看到实际滤波器在 $n' < 7$ 时很接近理想的。由(6)式,显然 n' 为整数时实际的响应应与理想的重合。一般 k' 不太靠近边缘时相位误差较小。当 k' 接近边缘时,误差显然增大。表1给出了具体数据。

总之,按上述方法得到的非整数倍采样周期延时滤波器,其幅度频响与相位频

表1 通带内最大相位误差(度)

k'	通带宽度		
	$n' \leq 6$	$n' \leq 7$	$n' \leq 7.5$
8.1	3.6	3.6	3.6
8.25	2.9	2.9	10.5
8.5	0.7	0.7	0.7
8.75	4.1	6.4	18.9
9.75	1.8	5.9	19.5
10.75	1.4	4.5	19.2
11.75	0.9	4.1	19.0
12.75	1.8	5.8	20.1
13.75	7.0	9.6	26.1
14.75	16.7	18.0	51.6

响在稍窄一点的通带内,与理想的延时滤波器很接近。因此在应用时只需稍为提高一些采样

频率就不会有什么问题。当然为防止 k' 接近边缘,横向滤波器可稍加长一点。

感谢侯自强同志在我们工作中提出一些很有意义的意见。

参 考 文 献

- [1] J. R. Williams, "Fast Beamforming Algorithm", *J. A. S. A.*, 44(1968), 1454.
- [2] P. Rudnick, "Digital Beamforming in the Frequency Domain", *J. A. S. A.*, 46(1969), 1089.
- [3] D. T. Deihl, "Digital Bandpass Beamforming with the Discrete Fourier Transform", AD-737191 (1972).
- [4] H. D. Helms, "Fast Fourier Transform Method of Computing Difference Equations and Simulating Filters", *IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics*, AU-15(1967), 85-90.
- [5] D. R. Farrer et al., "Fast Beamforming Techniques for Circular Arrays", *J. A. S. A.*, 58(1975), 920.
- [6] G. L. DeMuth, "Frequency Domain Beamforming Techniques", *ICASSP* (1977), 713.

首届全国嗓音言语医学学习班在大连举办

北京嗓音研究协会等主办的首届全国嗓音言语医学学习班1981年7月12日至7月31日在大连举行。来自全国25省市自治区的耳鼻喉科医生、教师和文艺团体的喉科医生共110名,大家本着双百方针的精神,各抒己见、畅所欲言进行热烈讨论和交流。

著名喉科老专家王鹏万教授、北京嗓音研究协会主任杨和钧付教授等参加了讲课。学习内容包括:发声器官的解剖、生理、发声机理、临床应用声学、声部问题、嗓音疾病的诊断、治疗和预防。

嗓音言语医学是研究防治发音障碍的一门边缘学科,也是一门涉及学科广泛的边缘性综合学科。嗓音从广义上讲也是声音的一种,它的声源振动体就是声

带。随着近代自然科学的发展,从声学角度去认识、分析嗓音和嗓音疾病已成为重要的必不可少的有效方法和手段。过去喉科医生单凭看和听来诊治嗓音病,现代已将发声障碍患者的声音进行声学分析,以便从客观指标中找出规律性东西。事实证明,在已开始与声学工作者密切合作中,得到了不少有意义的东西,使嗓音言语医学的研究由主观转到既有主观认识又有客观评价这样一个较为完善的地步。嗓音言语医学的研究,由于有了声学分析的客观指标,使我们对它的认识将会更为深刻、更为完善。

(刘永祥)