

从X射线CT到超声衍射CT

潘士先

(北京航空学院)

1986年8月22日收到

X射线计算机层析造影,即现在为人们所熟知的X-CT(X-ray computered Tomography),曾是生物医学造影技术中的一个重大突破.凭借这种技术,医生们现在能够通过观察人体器官断面结构的图象来作出诊断.X-CT具有高灵敏度和高分辨率的优点,因此获得了广泛的临床应用.然而,在一些应用中,例如为诊断乳腺癌的女性乳房造影时,大剂量X射线的扫描对于人体的危害可能是不可忽视的.因此,近年来人们致力于寻找其他的层析造影方法,核磁共振和超声CT等技术的研究有了不同程度的进展.

这篇短文拟对超声衍射CT作一简略的介绍.超声衍射CT和X-CT有着一种近乎流的关系:在一定意义上,前者是后者的一种推广.因此,下面的叙述将从X-CT的原理开始.

一、X-CT^[1-2]

图1是X-CT的原理图.平行的X射线束以倾角 θ 从物体0的一侧照射并穿越此物体.在穿越物体的过程中,射线所携带的光子部分地被物体所吸收.因此,射线在穿出物体时的强度比进入时为弱.人们知道,X射线在物体内是以直线传播的.考虑一射线细束AB(图中用一箭头示出),它的中心线对于坐标原点的距离为 t .这一细束在穿越物体时遭受的衰减决定于其通过路径上物体对于X射线的吸收.物体对于X射线的吸收通常以所谓线衰减

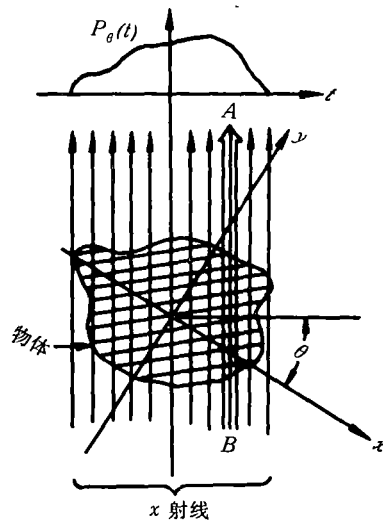


图1 X-CT原理示意图

系数 μ 来表示.一般,物体由于其结构的非均匀性,对于X射线的吸收也呈现出不均匀性.因此,在物体断面内线衰减系数是位置的函数: $\mu(x, y)$.称此函数为物体函数.如果对射线束AB测量一定时间内入射时的光子数目 N_{in} 和穿出时的光子数目 N_d ,则由线衰减系数的定义,可以得到下面的关系:

$$\int_{AB} \mu(x, y) ds = \ln \frac{N_{in}}{N_d} \quad (1)$$

这个式子的左边是线衰减系数 μ 沿直线路径AB的积分,也就是 μ 沿此路径的迭加值;右边是通过测量得到的一个已知数,其值和 θ 以及 t 有关.显然,上式对于所有的平行细束都是适用的.因此我们写

$$\int \mu(x, y) ds = P_0(t) \quad (2)$$

$P_\theta(t)$ 称为投影函数(见图 1)。

投影函数显然携带着物体函数 $\mu(x, y)$ 的信息。但是如何由 $P_\theta(t)$ 抽取这些信息以重建 $\mu(x, y)$ 的图象似乎是一个困难的问题。然而有一个微妙的定理对于解决这个问题起着关键的作用。这就是傅里叶切片定理。

物体函数 $\mu(x, y)$ 是一个二维空间函数, 它具有一个二维傅里叶变换 $F(u, v)$, 这里 (u, v) 是二维频域坐标。如果采用极坐标 $(w, \rho) = (\sqrt{u^2 + v^2}, \tan^{-1}(v/u)), F(u, v)$ 也可表示为 $F(w, P)$ 。傅里叶切片定理说, 投影函数 $P_\theta(t)$ 的傅里叶变换给出 $F(w, \rho)$ 在过原点的直线 $\rho = \theta$ 上之值。这个关系示于图 2。

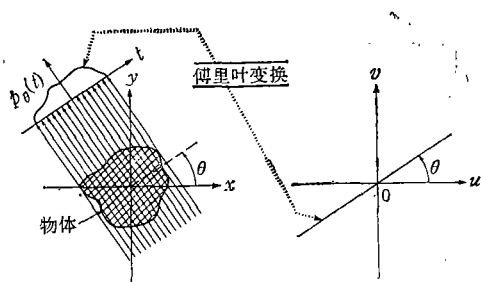


图 2 傅里叶切片定理

如果我们在 $0-180^\circ$ 的范围内依等间隔采集函数 $P_\theta(t)$ 对于 t 的等间隔样本值, 那么, 根据傅里叶切片定理, 这些样本值的傅里叶变换将给出 $F(u, v)$ 在一个以频域原点为中心的辐射状网格上的样本值, 如图 3 所示。由申农采样定理, 只要这些样本点的密度足够大, 它们

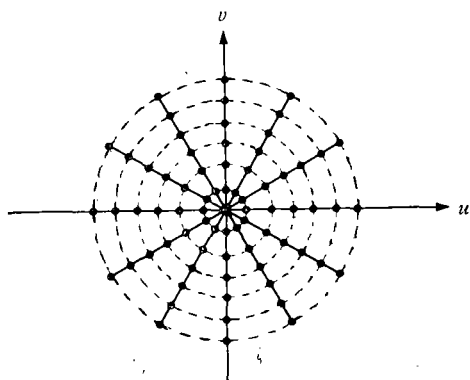


图 3 X-CT 在频域内的采样网格

便能充分地代表函数 $F(u, v)$ 。换言之, 由这些样本点可以重建函数 $\mu(x, y)$ 。

上面的分析说明, 为了从投影数据重建物体函数, 需用 X 射线在 $0-180^\circ$ 的范围内从若干个(例如 64 个)不同的角度照射物体并搜集投影数据。这可以通过物体的旋转来实现。这个搜集投影数据的过程就是所谓“扫描”。注意, 我们只需在 $0^\circ-180^\circ$ 的范围内进行扫描, 因为在 $180^\circ-360^\circ$ 的范围内再行扫描只能取得重复的投影数据, 不能提供新的信息: 这是 X 射线直线传播的结果。

物体函数 $\mu(x, y)$ 的图象重建基本上是一个傅里叶反变换的过程。然而重建并非是很简单的而且事实上化费了人们许多的研究。由于从投影数据直接得到的是 $F(u, v)$ 分布在图 3 所示辐射状网格上的样本点, 而通常的数字信号处理方法差不多无例外地是为矩形网格采样模式设计的, 重建不能简单地通过傅里叶反变换完成。一个简单的方法是将图 3 辐射状网格上的样本点内插到一个矩形网格上, 然后利用 FFT (快速傅里叶变换) 算法进行二维傅里叶反变换, 就可得到 $\mu(x, y)$ 在一个相应矩形阵列上的重建(即得到 $\mu(x, y)$ 在此阵列上的样本点)。这种方法称为直接傅里叶重建。其优点是计算效率高, 但由于内插误差, 效果较差。现在普遍使用的一种重建方法叫做滤波反投影算法。事实上, 只要把用极坐标表示的频率域和用笛卡尔坐标表示的图象域联系起来, 就可以导出一个由图 3 所示网格上 $F(u, v)$ 的样本点计算矩形网格上 $\mu(x, y)$ 样本点的公式。这就构成了滤波反投影算法。这个算法也通过 FFT 实现, 由于避免了内插, 重建质量很好。

上面关于 X-CT 的叙述似乎离题过远。但是这些叙述对于理解超声 CT 是有用的。下面就会看到这一点。

二、渡越时间超声 CT^[1-2]

早期的超声 CT 原理上几乎完全是模仿

X-CT 的。设想在图 1 中 X 射线被代之以超声波，同时假定超声波也和 X 射线一样是以直线传播的。那么通过测量超声射束穿越物体的渡越时间或者衰减，可以获得物体断面上声速（折射指数）或声吸收分布的图象。下面限于讨论以折射指数图象重建为目的的超声 CT。

图 4 是通过测量渡越时间以获得物体断面上折射指数分布图象的示意图。这里，物体浸

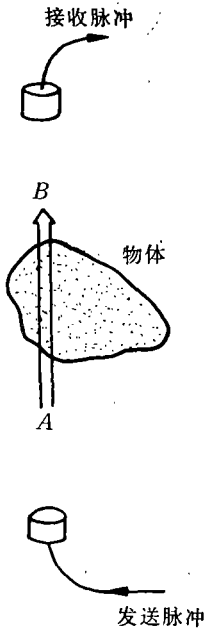


图 4 渡越时间超声 CT 的示意图

没在水中；在物体一侧的超声发生器发出一个脉冲，设置在另一侧的接收器在一个时延后收到这一脉冲。这一时延就是物体存在时的渡越时间。如将物体移去（代之以水），同样可以测得一渡越时间。令 v_w 为水中的声速， $v(x, y)$ 为物体断面上的声速分布，则物体断面上折射指数为

$$n(x, y) = v_w / v(x, y).$$

这样，可以导出下面的关系：

$$\int_{AB} [1 - n(x, y)] ds = -v_w T_d$$

式中 T_d 是物体存在时的渡越时间和物体被代之以水时的渡越时间之差。令 $f(x, y) = 1 - n(x, y)$ ，上式可以写成

$$\int_{AB} f(x, y) ds = -v_w T_d \quad (3)$$

尽管此式和 (2) 的物理解释不同，它和 (2) 一样是一个投射积分。只要通过测量获得 T_d 数据，就可以和 X-CT 一样进行物体函数 $f(x, y)$ 的重建。

上述这一类超声 CT 大约是在七十年代后半期发展起来的。这类超声 CT 原理上是很简单的。其所以能如此简单，是由于采用了一个基本假设，即超声波和 X 射线一样在穿越物体时是以直线传播的。可惜，这一假设在一般条件下并不符合实际。众所周知，超声波在非均匀媒质内传播时产生衍射，考虑到衍射，投射积分 (3) 就不成立了。它充其量只在十分有限的条件下才近似成立。因此，在一般条件下基于式 (3) 获得的层析图象，其可信性就成了问题。就生物医学图象来说，一般认为只有当造影对象为纯软组织时，结果才是基本可信的。当造影对象内有较强的散射体，例如骨骼-组织界面时，这种层析结果就不可信了。由于这个缘故，从七十年代末以来，人们致力于研究更精确的超声 CT 系统。

从原理上改善超声 CT 的途径是放弃粗糙的声射线直线传播的假设，而采用声波在非均匀媒质内传播的衍射模型。这就产生出超声衍射 CT。

三、超声衍射 CT^[3-5]

图 5 是超声衍射 CT 的一个示意图。造影

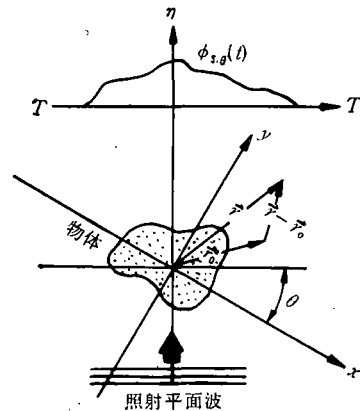


图 5 衍射超声 CT 的示意图

对象——物体 O ——浸在水中，它受由 θ 方向传播来的超声波的照射。在最简单的情况下，照射波是单色平面波（例如，典型的频率为 5MHz，水中波长约为 3 mm）。这时，物体 O 是作为一个散射体存在的：它激发起散射场。对于层析造影，我们假定沿物体截面声参数的分布为 $f(x, y)$ ，且此分布在垂直于 x - y 平面的方向上没有变化，即物体是二维的。因此，由照射波通过散射体 O 激发的场是二维的。

人们知道，波在非均匀媒质内传播时，它的场分布服从非齐次的赫尔姆霍茨方程。对于图 4 所示的情况，如果对于一个给定的 $f(x, y)$ ， x - y 平面上任一点处的声场 $\phi(x, y)$ 可以通过解一个相应的非齐次赫尔姆霍茨方程得到，那么 $f(x, y)$ 可以通过这个解的某种反演而得到，就是说，可由适当采集的散射场数据计算出 $f(x, y)$ 。这就是关于衍射 CT 的基本想法。

根据赫尔姆霍茨方程，我们可以把 x - y 平面上任一点处的场 $\phi(x, y)$ 看成是由照射波产生的场 $\phi_i(x, y)$ 和由物体产生的散射场 $\phi_s(x, y)$ 迭加而成的，即

$$\phi(x, y) = \phi_i(x, y) + \phi_s(x, y).$$

入射场 ϕ_i 就是照射波在水中传播的结果，因而是已知的；散射场 ϕ_s 是由总场 ϕ 在每一个不均匀点（即其声参数之值有异于水的点）上激发起来的波传播的结果。物体截面内的每一个点 (x_0, y_0) 都可视为散射场的一个点源（其实是线源上的一个点，因为我们考虑的是二维场），其强度等于各该点处的总场强 $\phi(x_0, y_0)$ 乘以物体函数在各该点处之值 $f(x_0, y_0)$ 。在忽略物体的声吸收时，

$$f(x_0, y_0) = k^2 [n^2(x_0, y_0) - 1]$$

式中 n 是前面定义的折射指数； k 为水中的波数。如果照射波在水中的波长为 λ ，则 $k = 2\pi/\lambda$ 。

一个线源产生一个柱面波。如果位于 $(x = 0, y = 0)$ 处的一个单位强度的线源在 $(x, y) = \mathbf{r}$ （见图 5）处产生的场用函数 $H(\mathbf{r})$ 来描述，那么由物体断面内 $(x_0, y_0) = \mathbf{r}_0$ 处的不均匀点产生的散射场为

$$f(\mathbf{r}_0)\phi(\mathbf{r}_0)H(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0).$$

由物体产生的散射场是所有这些线源产生的散射场的迭加，即

$$\phi_s(\mathbf{r}_0) = \int_s f(\mathbf{r}_0)\phi(\mathbf{r}_0)H(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)d\mathbf{r}_0 \quad (4)$$

式中 s 是物体的截面。

上面的方程式并未给出物体函数 $f(x, y)$ 和散射场 ϕ_s 的一个显式关系，因为积分号内的函数 ϕ 本身是 ϕ_s 的函数。它只给出 ϕ_s 所应当满足的一个方程式：一个积分方程。对于任意的 $f(x, y)$ ，要求出这个积分方程的解是十分困难的。因此也就谈不到利用散射场数据通过反演进行 $f(x, y)$ 的重建了。

但是，如果 $f(x, y)$ 很小，那么可以期望散射场比起入射场来很小： $\phi_s \ll \phi_i$ 。这就是所谓弱散射情况。在这种情况下，一个自然的近似就是在 (4) 的积分中用 ϕ_i 去代替 ϕ ，于是得

$$\phi_s(\mathbf{r}) = \int_s f(\mathbf{r}_0)\phi_i(\mathbf{r}_0)H(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)d\mathbf{r}_0 \quad (5)$$

上面的近似就是所谓 Born 近似。在弱散射条件下应用 Born 近似使积分方程 (4) 退化为 (5) 的积分；就是说，散射场由物体函数和入射场通过 (5) 中的积分表出。这使散射场和物体函数的关系大为简化。特别，如果仿照 X-CT 那样，当单色平面波以 θ 角照射物体时在物体另一侧垂直于入射方向的直线上测量散射场，那么由式 (4) 可以导出一个有趣的结果。设在此直线上的散射场为 $\phi_{s,\theta}(z)$ ，则其傅里叶变换等于物体函数 $f(x, y)$ 的二维傅里叶变换 $F(u, v)$ 在一条过频域中心的半圆弧上之值，这个半圆的圆心位置如图 6 所示，其半径正好等于波数 k 。我们不妨把这个结果看作为傅里叶切片定理的一种推广，并称之为傅里叶衍射投射定理。

由傅里叶衍射投射定理，容易看出，如果通过在 0° — 360° 的范围内改变照射波的方向或旋转物体以测得所有的散射场 $\phi_{s,\theta}(z)$ ，我们将获得物体函数的傅里叶变换 $F(u, v)$ 在频域中央一个半径为 $\sqrt{2}k$ 的圆盘域上之值。如果我们认为在这个圆盘域之外 $F(u, v) = 0$ ，那么

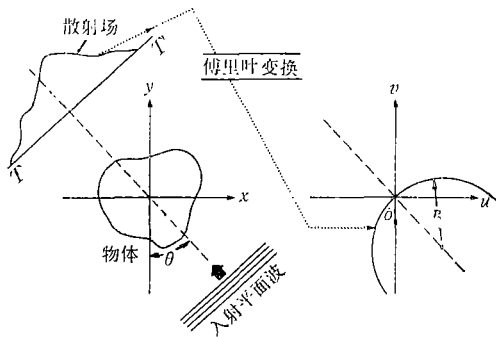


图6 傅里叶衍射投影定理

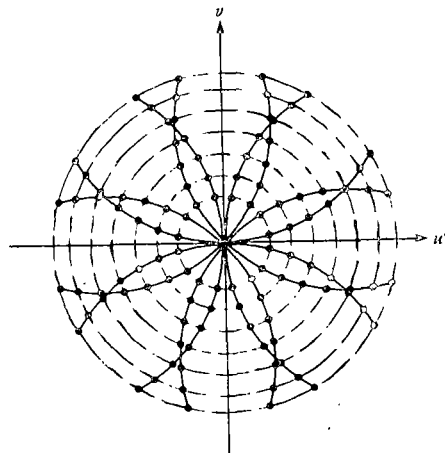


图7 超声衍射 CT 在频域内的采样网格

通过对函数

$$\bar{F}(u, v) = \begin{cases} F(u, v), & \sqrt{u^2 + v^2} \leq \sqrt{2k} \\ 0, & \sqrt{u^2 + v^2} > \sqrt{2k} \end{cases}$$

进行傅里叶反变换,可以获得 $f(x, y)$ 的一个低通重建. 在一般情况下,物体函数 $f(x, y)$ 的信息集中于低频区域,即函数 $F(u, v)$ 在以原点为中心的一个区域内之值对于决定 $f(x, y)$ 具有最重要的意义. 因此,只要 k 足够大,上述低通重建仍能充分精确地反映 $f(x, y)$. 注意,这里有一点和 X-CT 不同,即为了获得 $F(u, v)$ 在一个完整的半径为 $\sqrt{2k}$ 的圆盘域上之值,必须在 360° 的范围内改变照射方向或旋转物体,而对于 X-CT,只需在 180° 的范围内进行扫描.

实际上,在实现上述层析造影时,我们只能采集到散射场 $\phi_{s,\theta}(t)$ 对于 θ 和 t 的一个有限样本点集. 对于通常的均匀采样,这意味着我们可以获得函数 $F(u, v)$ 在图7所示那样一个网格上的样本点. 这个网格的形状比起图3来更为复杂. 这就产生了一个如何由这个样本点集重建物体函数 $f(x, y)$ 的问题.

尽管图7的采样网格看起来很复杂,层析图象的重建基本上仍然是一个傅里叶变换问题. 正如在频域内采用极坐标可以将物体函数 $f(x, y)$ 和其在辐射线上的傅里叶变换联系起来,从而导出滤波反投影算法一样,在频域内采用适当的坐标系统,可以将 $f(x, y)$ 和其在图6所示的圆弧上的傅里叶变换直接联系起来,从而可以导出一个由图7的样本点集重建 $f(x,$

$y)$ 的算法. 这个算法叫做滤波反传播算法. 但是这个算法比较复杂,其实现也比较费时. 一个比较简单快速的方法是通过内插进行直接傅里叶重建. 在选择适当的内插方法时,这种重建也能给出较好的结果.

以上大体上说明了弱散射条件下超声衍射 CT 的原理. 归纳起来,正如 X-CT 和渡越时间超声 CT 一样,超声衍射 CT 也是由一个正向过程即数据采集和反向过程即图象重建构成的. 我们看到,无论是其正向过程或反向过程都是以傅里叶变换理论为基础的. 因此,上述超声 CT 的原理可以称为衍射 CT 的傅里叶理论.

从理论上说,衍射 CT 的傅里叶理论由于应用了较为逼真的波的衍射模型而优于简单的渡越时间 CT. 但是,由于这一理论基于弱散射的假设,在实际应用条件下,例如应用于生物医学造影时,其效果究竟如何将有赖于造影对象的性质. 一个合理的估计也许是,它不大可能达到 X-CT 那样的水平,但应比渡越时间 CT 要好些. 关于这类衍射 CT 的现有研究结果已经为实验提供了基本完备的基础. 下一步的工作应当是通过实验来作出验证,修正和改进. 初步的实验似乎尚未给出预期的结果. 因此,精心设计和实现的实验对于发展衍射 CT 可能具有关键的意义.

X-CT 可以有某些变形；例如图 1 中的平行射线可以代之以扇形射线。超声衍射 CT 也可以有多种形式。就照射波的形式来说，平面波虽然在原理上最为简单，但只能在发生器的远区得到，因而比较难于实现。其他一些形式的照射波例如柱面波可能更加易于实现。就扫描方式来说，可以类似于综合孔径雷达那样，构造出某些综合孔径超声衍射 CT 系统。这类系统具有不同的特点因而适合于不同的应用。一般说来，不同的扫描方式对应于不同的频域覆盖(即用不同的扫描方式可以获得函数 $F(u, v)$ 在频域内不同区域上的值)，从而可以获得物体函数在不同分辨率上的重建。此外，衍射 CT 还可以推广到衍射三维成像。

除了生物医学造影以外，衍射 CT 有着广

泛应用的可能性。例如，一种已经在研究中的应用是地层结构的层析造影。广泛应用的潜在可能性增加了发展衍射 CT 理论和技术的价值。最后，在结束本文时应当指出，弱散射条件下衍射 CT 的傅里叶理论对于微波也是适用的。

参 考 文 献

- [1] A. Rosenfeld and A. C. Kak, "Digital Picture Processing," Vol. 1, Academic Press, 1982, Chapter 8.
- [2] A. C. Kak, *Proc. IEEE*, **67**(1979), 1245—1272.
- [3] A. J. Devaney, *Ultrasonic Imaging*, **4**(1982), 336—350.
- [4] S. X. Pan and A. C. Kak, *IEEE Trans., ASSP-31* (1983), 1262—1275.
- [5] D. Nahamoo, S. X. Pan, and A. C. Kak, *IEEE Trans., SU-31*(1984), 218—229.

共振型吸声砌块

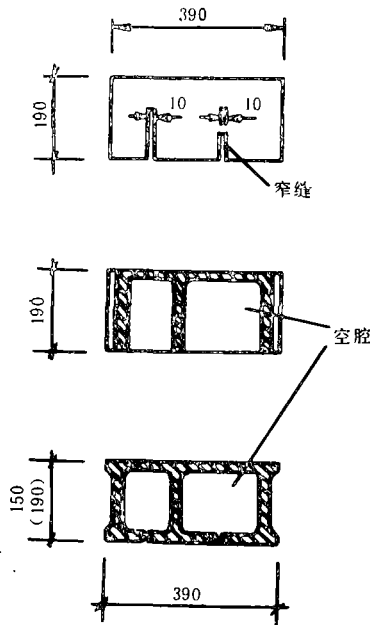


图 1 吸声砌块形状

日本 N 公司最近开发了一种利用共振来吸声的砌块。它是用硅酸盐水泥和细骨料为原料制成的。该吸声砌块的外形和制作方法均和普通混凝土砌块相同，其形状如图，其内部有两个空腔，正面(即声源面)开有窄缝(细长孔)。从而使每一块吸声砌块组成二个不同共振频率的空腔共振吸声结构。大空腔开有小窄缝，小空腔开有大窄缝，根据该吸声砌块厚度(即空腔的深度)的不同，可有不同的二个共振频率。能有效地吸收低频声。

同时因吸声砌块的里层(非窄缝侧)具有较好的隔声性能，以及 500 Hz 以上高频段的吸声可由吸声砌块表面的多孔质来完成，从而使该共振型吸声砌块具有很理想的吸声性能。

同时，该吸声砌块仅在原有砌块基础上开二条窄缝。工艺简单，制作方便，不增加原有砌块的成本，具有高强度和耐水性，可广泛应用于露天及环境条件恶劣的场所。

(吴佩江 摘译自《骚音制御》1986年 1 期)