

高斯型超声换能器及其 线性与非线性声场

杜功焕

(南京大学声学研究所)

1987年6月22日收到

本文介绍了一种具有独特性能的高斯型声场。声场的分析包括线性与非线性。同时对产生这种高斯型声场的高斯型超声换能器的当前研究也作了介绍与评述。文章也指出了高斯型换能器在超声检测中的应用前景。

一、引言

众所周知,活塞型超声换能器是长期来在超声检测以及其它超声应用技术中广泛采用的一种换能器类型。然而,这种类型换能器在媒质中产生的辐射声场,有其“先天性”的不足之处。活塞型声源产生的声场存在近场(菲涅耳区)与远场(夫琅和费区)的区分。在近场区声场不能用一解析公式来描述。对于一圆形活塞式声源,理论与实验都已表明,在近场中无论在轴上或者沿径向都呈现极大与极小交替分布的干涉现象,那里是一个声场极不均匀的区域。而在远场区,声场除了一个辐射主瓣外,尚会出现不少辐射旁瓣。因此在不少实际的超声检测应用中,近场的干涉区常需采取一些措施予以回避,如在换能器与待测样品之间插入一液体层,使待测样品过渡为远场区等^[1]。而在远场,由旁瓣辐射而产生的附加回波也常常成为检测技术中的一个不可忽视的干扰。

长期来人们一直在探索并期待着能提供较为理想的声辐射场的新型换能器的问世。一般说,一平面声源与它所产生的空间声场可以看成一对傅里叶变换(对二维柱坐标系则为—对亨格尔变换),而只有高斯函数,其逆变换也是一高斯函数,因此可以设想,如果一圆形换能器表面的振动不是像活塞一样均匀的,而是沿

径向按高斯函数分布,那么其所辐射的声场就有可能由近及远始终维持径向的高斯分布,而不会像活塞辐射那样产生近场的干涉与远场的旁瓣辐射。

因为超声在弹性媒质中的传播其本质是非线性的。而通常的线性声场仅是当声波的强度比较小时的一种近似。对于某些实际应用,如超声显微镜等,超声场的这种非线性特性是不能予以忽视的^[2]。

对于一维平面波,甚至包括计及媒质的弛豫现象,其非线性传播畸变规律已解决得很好^[3]。但是,因为实际的声源总是有一定线度而衍射现象是不能忽略的,所以平面波的非线性规律不能完全用来解释超声传播中所出现的不少实际现象。对于活塞型声源,至今只能用数值的方法来描述其非线性声场^[4],其声场的复杂性是可以想像得到的。然而,对于高斯型超声换能器,“奇迹”会出现吗?声场会显得简单吗?回答是可以肯定的。

二、线性与非线性声场

处理平面源所产生的声场,一般有二种方法。一是利用惠更斯原理把声源表面振动看成无数个点源,然后计算它们在空间产生声场的总贡献。另一是直接求解声波方程,而将声源的振动分布考虑作边界条件。这里拟从求解波

动方程着手来研究高斯换能器的声场。

Aanonsen 等曾在 Kuznetsov 流体的非线性声波方程基础上, 导得一用无量纲坐标表示的, 在抛物线近似下二维非线性波动方程如下^[4],

$$\left(4 \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \sigma} - \nabla_{\perp}^2 - 4\alpha r_0 \frac{\partial^3}{\partial \tau^3}\right) \bar{p} = D_0 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \bar{p}^2 \quad (1)$$

所谓抛物线近似是取了 $ka > 1$ 的条件, 它要求所描述的超声束是比较窄的。这里 k 为声波波数, a 为一特征线度, 对圆形活塞可以是它的半径。显然, 对一般超声频段的应用, 这一条件是不难满足的。方程 (1) 中 $\tau = \omega(t - z/c_0)$ 是一推迟时间,

$$\nabla_{\perp}^2 = \frac{1}{\zeta} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \right)$$

是无量纲的径向拉普拉斯算子, 而 $\zeta = \rho/a$, $\sigma = z_0/r_0$, 这里 $r_0 = \frac{a^2 \omega}{2c_0}$, 其中 z 与 ρ 代表轴向与径向坐标, ω 为声源角频率。 α 与 c_0 是小振幅声波的吸收系数与传播速度。在方程中还有 $\bar{p} = p/\rho_0 c_0 u_0$, $D_0 = \frac{2r_0}{L_D}$, 这里 p 是声压, ρ_0 是媒质的静态密度, u_0 为一特征速度幅值。而 $L_D = c_0/\beta \varepsilon \omega$ 代表平面波时冲击波的形成距离, 其中 β 为媒质的非线性系数, $\varepsilon = u_0/c_0$ 为声马赫数。

让我们采用逐步近似法来求解, 设方程 (1) 的解为

$$\bar{p} = \bar{p}_1 + \bar{p}_2 + \dots \quad (2)$$

这里 \bar{p}_1 与 \bar{p}_2 分别代表方程的第一与第二级近似解等。如果我们暂时限于讨论这第一与第二级近似解, 而将这解的形式代入方程 (1), 便可得到如下二个方程,

$$\left(4 \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \sigma} - \nabla_{\perp}^2 - 4\alpha r_0 \frac{\partial^3}{\partial \tau^3}\right) \bar{p}_1 = 0 \quad (3-1)$$

与

$$\left(4 \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \sigma} - \nabla_{\perp}^2 - 4\alpha r_0 \frac{\partial^3}{\partial \tau^3}\right) \bar{p}_2 = D_0 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \bar{p}_1^2 \quad (3-2)$$

其中 (3-1) 方程是用来求解超声束的基频成

份, 而从 (3-2) 式可以求得其二次谐波成份。

让我们先来研究 (3-1) 式。设声源作简谐振动。经过亨格尔变换等一些数学步骤, 该方程的解可以表示为如下形式^[5]

$$\bar{p}_1(\xi, \sigma, \tau) = \text{Re}[i\bar{q}_1(\xi, \sigma) \exp(-i\tau - \alpha r_0 \sigma)] \quad (4)$$

其中 Re 代表取实部符号, 而

$$\begin{aligned} \bar{q}_1(\xi, \sigma) &= \frac{2}{i\sigma} \int_0^{\infty} \exp\left(i \frac{\xi^2 + \xi'^2}{\sigma}\right) \\ &\times J_0\left(\frac{2\xi\xi'}{\sigma}\right) \bar{q}_1(\xi') \xi' d\xi' \end{aligned} \quad (5)$$

式中 J_0 是零阶贝塞尔函数, $\bar{q}_1(\xi')$ 代表声源振速幅值的分布。设在 $\sigma = 0$ 处声源的振速可用一高斯函数来表示, 即 $\bar{q}_1(\xi') = \exp(-B\xi'^2)$ 这里 B 称为声源的高斯系数。将此边界条件代入, (5) 式便可积出得,

$$\begin{aligned} \bar{q}_1(\xi, \sigma) &= \frac{1}{\sqrt{1+B^2\sigma^2}} \exp(-A\xi^2) \\ &\times \exp(i\gamma) \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $A = \frac{B}{1+B^2\sigma^2}$ 称为声场的高斯系数, 而 $\gamma = \left(\frac{B^2\sigma}{1+B^2\sigma^2}\right) \xi^2 - \tan^{-1}(B\sigma) + \pi/2$ 为一相位因子。于是由高斯型换能器产生的声压幅值按 (4) 式可用下式来表示,

$$p_A(\xi, \sigma) = p_0 \frac{\exp(-\alpha r_0 \sigma)}{\sqrt{1+B^2\sigma^2}} \exp(-A\xi^2) \quad (7)$$

式中 p_0 代表换能器表面中心处的声压幅值。(7) 式似乎是惊人的简单, 而其物理意义也是十分明确的。由高斯声源辐射的声场沿径向始终遵循高斯函数, 而其高斯系数是传播距离的函数, 即其辐射声场自近及远始终呈一单辐射峰, 而该峰随着传播变得愈来愈宽。而同时声压的幅值也随距离而变小。这些规律表明, 由衍射效应而引起的高斯声束也是随距离而逐渐



图 1 高斯型声场示意图

发散的。图 1 为高斯型声场的一种示意图。

现在让我们来研究高斯型声束的二次谐波。将 (4) 式代入 (3-2) 式, 便可得

$$\left(4 \frac{\partial^2}{\partial r \partial \sigma} - \nabla_1^2 - 4\alpha r_0 \frac{\partial^3}{\partial r^3}\right) \bar{p}_2 = \bar{g}_2(\xi, \sigma, \tau) \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{g}_2(\xi, \sigma, \tau) &= D_2(\xi, \sigma) \exp(-2i\tau), \\ D_2(\xi, \sigma) &= \frac{-2D_0}{1+B^2\sigma^2} \exp(-2A\xi^2 \\ &\quad - 2\alpha r_0 \sigma) \exp(2i\tau) \end{aligned} \quad (9)$$

利用声源并不产生二次谐波的边界条件并经过亨格尔变换等一些数学处理, 便可最终求得二次谐波解为^[6],

$$\begin{aligned} \bar{p}_2(\xi, \sigma, \tau) &= \frac{D_0 \exp(-4\alpha r_0 \sigma)}{4\sqrt{1+B^2\sigma^2}} \sqrt{H_2^2 + F_2^2} \\ &\quad \times \exp(-2A\xi^2) \\ &\quad \times \exp\left[-2i\tau + i\left(\frac{2B^2\sigma}{1+B^2\sigma^2}\right)\xi^2\right. \\ &\quad \left. - \tan^{-1}(B\sigma) - \tan^{-1}\left(\frac{F_2}{H_2}\right) + \pi/2\right] \end{aligned} \quad (10)$$

其中 H_2 和 F_2 是一些包含轴向传播距离的函数, 这里省略不写了。

公式 (10) 的一个显著特点是, 由于声场非线性畸变引起的超声束二次谐波成份仍然维持径向的高斯分布, 并且其高斯系数是基频成份的二倍。更有意义的是, 如果我们对更高级的近似解作计算, 则可以发现, 所有的高次谐波成份其径向都遵循高斯函数, 并且 n 次谐波的高斯系数正好等于其基频成份的 n 倍^[6]。如果我们用处于高斯曲线半值处的径向距离来作为超声束宽度的度量, 则 n 次谐波的高斯声束宽度将是其基频成份的 $\frac{1}{\sqrt{n}}$ 倍。即谐波的次数愈高, 其声束的宽度愈窄。

三、聚焦声场

在平面换能器前面加装一凹球形声透镜, 这是声聚焦系统中常用的一种技术。由于声的应用声学

衍射效应, 聚焦声场的特性是不能用几何声学的简单处理来描述的。对于活塞型声源至今只能在几何焦平面上 (不是在实际的物理焦平面上) 给出一声场的解析公式^[7]。而对于高斯型换能器, 则情况就大为改观。理论计算已表明^[8], 高斯型换能器的聚焦声场也同非聚焦系统类似, 无论基频或者二次谐波成份以及无论在物理焦平面或者在其它位置, 其声场的径向分布始终遵循高斯函数。

四、高斯型换能器

由以上讨论可见, 应该说由高斯型换能器产生的高斯型声场是迄今为止较为理想的一种声场形式。那么如何来获得这种高斯型换能器呢? 下面就来作简要介绍。

高斯型换能器的研究由来已久, 早在 1959 年 Haselberg 等^[9]已提出用星形花瓣状背电极来实现压电换能器表面的高斯型振动。其设计思想是星形电极在某圆周上所包含的金属镀膜的弧长与其对应的圆周长之比遵循高斯函数, 其后 Filipczynski^[10]等也对它作了研究。但是他们都没有对这种设计提出物理上的理论依据。图 2 是这种星形电极换能器的示意图。

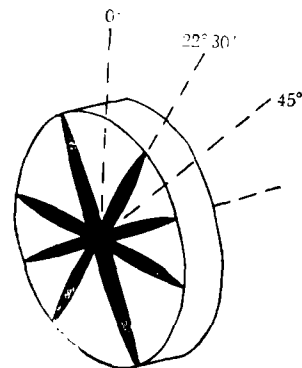


图 2 星形电极高斯型换能器示意图

这种星形电极在换能器表面产生的电场很可能会与其方位角有关, 而使电场乃至表面振动不是轴对称的。Zerwekh 等^[11]提出把换能器背电极割成若干环, 通过分压电路使加在各环上

的电压呈一间断的高斯分布。图3是这种换能器结构的示意图。看来是其结构上的复杂性限制了其实用性。

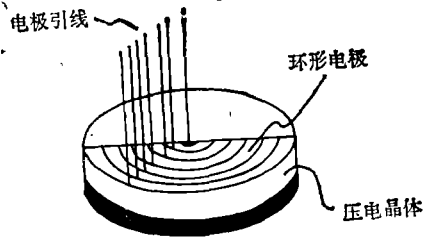


图3 环形电极高斯型换能器示意图

Breazeale 等^[12]曾用局部背电极来实现近似的高斯型振动,这一模型是简单而易实现的,但他们的理论计算仅限于一维模型,因而他们也仅实现了一维的高斯型换能器。作者曾与 Breazeale 合作,将这一维模型推广到二维情形^[5]。其原理简介于下。

设有一圆形平板状压电片,在面向辐射媒质的一面整个镀上金属膜并接地。而在其背面仅有半径为 a 的局部电极,如图4所示。如在这局部电极上加以电荷 $Q(t)$,则可以算得在接地一面上受到的垂直电场强度为下式所示,

$$E_z = \frac{2Q(t)}{\pi a^2} \left(\int_0^\pi \{b[(b^2 + \xi^2) - \xi \cos \phi] d\phi\} / \{[(b^2 + \xi^2) - \xi^2 \cos^2 \phi][1 - 2\xi \cos \phi + (b^2 + \xi^2)]^{1/2}\} - \pi \right) \quad (11)$$

式中 $b = T/a$, $\xi = \rho'/a$, 而 T 是压电片的厚度, ρ' 代表换能器表面的径向坐标。由于压电效应,这一垂直电场导致换能器相应的纵向振

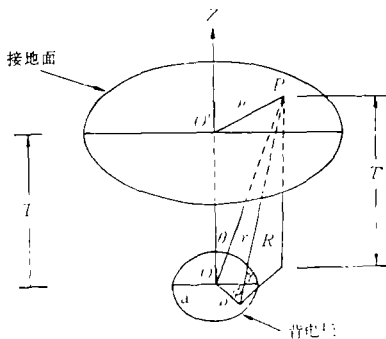


图4 局部电极高斯型换能器电场计算图

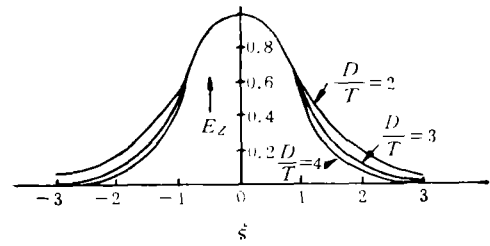


图5 不同 D/T 比值时垂直电场分布

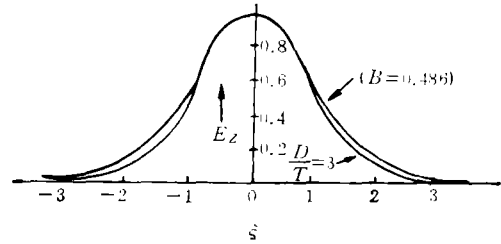


图6 $D/T = 3$ 时垂直电场与高斯曲线的比较

动。图5是表面垂直电场的径向分布图。从图看出,当背电极直径 $D = 2a$ 与压电片厚度 T 的比介于2与4时,分布曲线近似呈高斯型。图6是 $D/T = 3$ 时垂直电场分布曲线与高斯系数 $B = 0.486$ 时的高斯曲线比较图。二者十分相近。

作者等曾在一直径为 2.5 cm 的石英晶片的一面装上局部电极以获得高斯型换能器。换能器的工作频率为 2MHz。按 $D/T = 3$ 考虑,背电极的直径为 0.426 cm。测量用一般的脉冲技术室温下在水槽中进行。换能器表面中心处的声压幅值达到 2×10^4 Pa。声场是用 1 mm 的探针换能器来拾取的。

图7是基频及二次谐波成分的声压对轴向距离的关系曲线。图8是在离声源一定的距离上基频及二次谐波成份声压径向分布的规一化

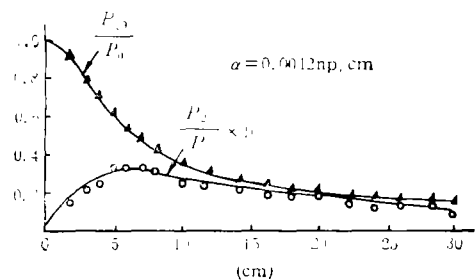


图7 高斯型超声束的基频与二次谐波成份声压的轴向分布

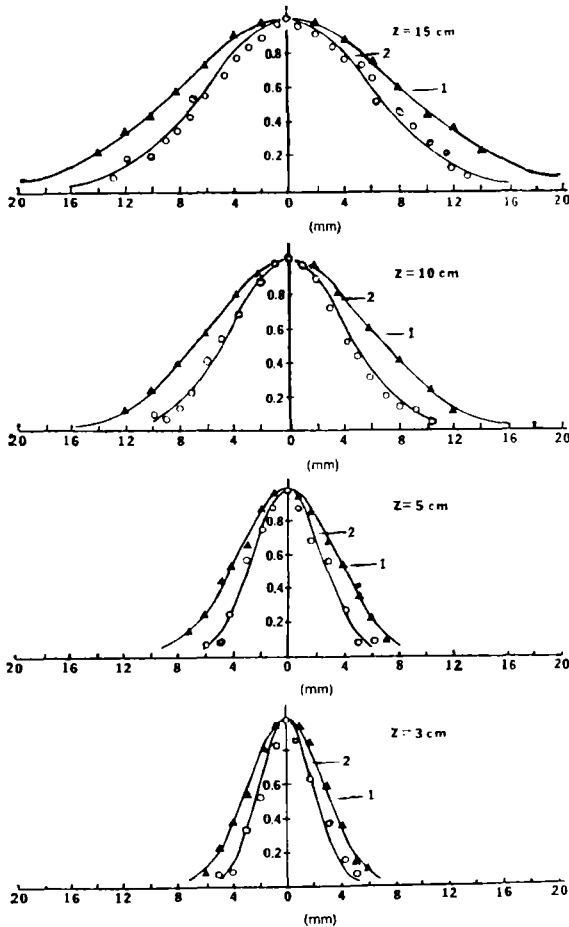


图8 高斯型超声束的基频与二次谐波成份的归一化径向分布

曲线。图中实线代表理论值，而实验值用点表示。实验与理论的良好吻合表明：1. 高斯型声场是能够获得的；2. 简单的局部电极高斯型换能器的设计是成功的，而因此其应用前景是可以期待的。

然而，应该指出，这种简单设计的换能器还不是很完美的。因为受到 D/T 比值的制约，就限制了其工作频率以及声束的宽度。这种高斯型换能器的工作频率一般限于低兆赫频段。

高斯型超声换能器及其声场的研究正方兴未艾。更新型的高斯型换能器期待着人们去进一步探索，这种探索正在南京大学声学研究所顺利进行。

应崇福教授热忱鼓励作者撰写此文，在此深表谢意。

参 考 文 献

- [1] McMaster R. C., *Nondestructive Testing Handbook Vol. 2*, New York, The Ronald Press Company, 1959.
- [2] Rugar D., *J. Appl. Phys.*, **56** (1984), 1338—1346.
- [3] Gonghuan Du, *J. Acoust. Soc. Am.*, **77** (1985), 924—927.
- [4] Aanonsen S. I., Barkve T., Tjøtta J. naze and Tjøtta S. I., *J. Acoust. Soc. Am.*, **75**(1984),747—768.
- [5] Gonghuan Du and Breazeale M. A., *J. Acoust. Soc. Am.*, **78** (1985), 2083—2086.
- [6] Gonghuan Du and Breazeale M. A., *J. Acoust. Soc. Am.*, **80**-1(1986), 212—216.
- [7] Lucas B. G., and Muir T. G., *J. Acoust. Soc. Am.*, **72**-4 (1982), 1289—1296.
- [8] Gonghuan Du and Breazeale M. A., *J. Acoust. Soc. Am.*, **81**-1 (1987), 51—57.
- [9] Haselberg K. V., and Krautkrämer, *Acustica*, **9** (1959), 359—365.
- [10] Filipczynski L and Etienec J., *Acustica*, **28** (1973), 121—128.
- [11] Zerwekh P. S and Claus R. D., *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, 1981, 974—976.
- [12] Breazeale M. A., Martin F. D and Blackburn B., *J. Acoust. Soc. Am.*, **70** (1981), 1791—1793.