

一化计算,因而其本身数值并不高,但不同强度源之间的数值差别很大. 应用中,在模型可靠的情况下,依次将每个源作为最后一个输入求得其偏相干输出百分比,数值相对高的即为起主要作用的源.

参 考 文 献

[1] 丰乐平,声学学报,16-5(1991)338—343
 [2] 周敬宣,噪声与振动控制, No6 (1990)3—6
 [3] 徐世荣等,噪声与振动控制, No2 (1988) 45—52
 [4] Bendat J.S. & Piersol A.G. 相关分析和谱的工程应用,国防工业出版社,1983,200—201,219—223

③ 超声换能器, 换能器 压电式

大尺寸夹心式压电超声换能器的设计

林书玉 张福成

(陕西师范大学应用声学研究所 西安 710062)

1993年2月23日收到

TB 552

30-33

现有的夹心式压电超声换能器的设计方法多从一维理论出发,它对横向尺寸较大的换能器并不适用. 本文研究了大尺寸夹心换能器的耦合振动,通过引入振动体的等效弹性系数,推出了换能器的耦合振动频率方程,并给出了换能器纵向共振频率的设计准则. 与数值法相比,本方法计算非常简单. 与一维理论的计算结果相比,利用本文理论得出的换能器的纵向共振频率与实测值更加符合.

一、引 言

夹心式压电换能器在水声、功率超声及无损检测等技术中获得了广泛的应用. 现有的设计方法大多是从一维理论出发,因此要求换能器的横向尺寸小于四分之一波长^[1-3]. 然而在一些高功率应用场合,例如超声焊接,超声冷拔金属管等,换能器的横向尺寸较大,因此,一维理论不再适用,否则将产生较大的误差. 对于大尺寸换能器的纵-横耦合振动,数值计算方法获得了广泛的应用^[4-5],但数值法预处理及结果分析较繁. 文献[6]曾利用表观弹性法^[7]研究了对称结构夹心换能器的耦合振动,得出了与数值法相符合的结果. 在此基础上,本文对此类换能器作了进一步的研究,给出了换能器纵向频率的设计公式及标准,为大尺寸夹心换能器的设计提供了一定的理论基础.

3部分分别表示换能器的后盖板,压电陶瓷片及前盖板, a_1, a_2, a_3 及 l_1, l_2, l_3 为各部分的半径及厚度,其中 $l_2 = pl_0, l_0$ 为单片陶瓷的厚度, p 为

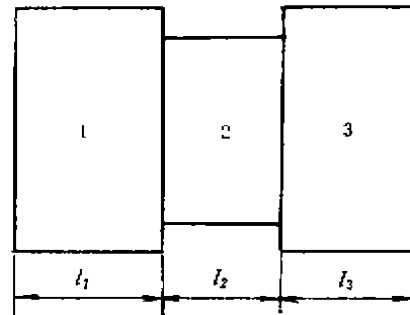


图1 圆形截面夹心式压电换能器

陶瓷片数目,且 p 为偶数,在本文研究中,换能器的横向尺寸与纵向尺寸可相比拟. 根据弹性力学理论,对于圆形截面夹心换能器的轴对称耦合振动,可得其各部分的应力与应变关系.

1. 夹心换能器各部分的应力与应变关系

(1) 后盖板

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{r1} \\ \varepsilon_{\theta 1} \\ \varepsilon_{z1} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_1} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_1 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & 1 & -\nu_1 \\ -\nu_1 & -\nu_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{r1} \\ \sigma_{\theta 1} \\ \sigma_{z1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

二、夹心式压电换能器的耦合振动频率方程

图1所示为一圆形截面夹心换能器,1,2,

式中 E_1, ν_1 为后盖板材料的杨氏模量及泊松比, $\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{\theta 1}, \varepsilon_{z1}$ 及 $\sigma_{r1}, \sigma_{\theta 1}, \sigma_{z1}$ 为其轴向应变和应力, 在准静态情况下, $\sigma_{r1} = \sigma_{\theta 1}$. 令 $n_1 = \sigma_{z1}/\sigma_{r1}$, n_1 称为纵向与径向振动间的耦合系数, 由(1)式可得

$$E_{r1} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2 - n_1 \nu_1 (1 + \nu_1)} \quad (2)$$

$$E_{z1} = \frac{E_1}{1 - \frac{2\nu_1}{n_1}} \quad (3)$$

式中 $E_{r1} = \sigma_{r1}/\varepsilon_{r1}, E_{z1} = \sigma_{z1}/\varepsilon_{z1}, E_{r1}$ 及 E_{z1} 为等效的径向及纵向弹性系数.

(2) 压电陶瓷片

对于厚度即 z 轴极化的压电陶瓷片, 忽略压电效应^[8], 可得以下形式的弹性方程

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{r2} \\ \varepsilon_{\theta 2} \\ \varepsilon_{z2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^E & S_{12}^E & S_{13}^E \\ S_{12}^E & S_{11}^E & S_{13}^E \\ S_{13}^E & S_{13}^E & S_{33}^E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{r2} \\ \sigma_{\theta 2} \\ \sigma_{z2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 S_{ij}^E 为短路弹性柔顺常数, 利用类似的步骤, 可得

$$E_{r2} = \frac{1}{S_{11}^E [1 - \nu_{12}^2 - n_2 \nu_{13} (1 + \nu_{12})]} \quad (5)$$

$$E_{z2} = \frac{1}{S_{33}^E \left(1 - \frac{2\nu_{31}}{n_2}\right)} \quad (6)$$

式中 $n_2 = \sigma_{z2}/\sigma_{r2}, E_{r2} = \sigma_{r2}/\varepsilon_{r2}, E_{z2} = \sigma_{z2}/\varepsilon_{z2}, \nu_{12} = -S_{12}^E/S_{11}^E, \nu_{13} = -S_{13}^E/S_{11}^E, \nu_{31} = -S_{13}^E/S_{33}^E$.

(3) 前盖板

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{r3} \\ \varepsilon_{\theta 3} \\ \varepsilon_{z3} \end{bmatrix} = \frac{1}{E_3} \begin{bmatrix} 1 & -\nu_3 & -\nu_3 \\ -\nu_3 & 1 & -\nu_3 \\ -\nu_3 & -\nu_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{r3} \\ \sigma_{\theta 3} \\ \sigma_{z3} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$E_{r3} = \frac{E_3}{1 - \nu_3^2 - n_3 \nu_3 (1 + \nu_3)} \quad (8)$$

$$E_{z3} = \frac{E_3}{1 - \frac{2\nu_3}{n_3}} \quad (9)$$

式中 $n_3 = \sigma_{z3}/\sigma_{r3}$, 其余各量的意义与前面类似. 根据上述分析, 通过引入换能器各部分的等效弹性系数, 其振动可看为细棒的纵向振动与薄圆盘径向振动的相互耦合. 由此可得其各部分的径向与纵向频率方程.

2. 夹心换能器的径向振动频率方程

应用声学

$$k_{r1} a_1 J_0(k_{r1} a_1) - (1 - \nu_1) J_1(k_{r1} a_1) = 0 \quad (10)$$

$$k_{r2} a_2 J_0(k_{r2} a_2) - (1 - \nu_{12}) J_1(k_{r2} a_2) = 0 \quad (11)$$

$$k_{r3} a_3 J_0(k_{r3} a_3) - (1 - \nu_3) J_1(k_{r3} a_3) = 0 \quad (12)$$

(10), (11)及(12)三式分别为后盖板, 压电陶瓷片及前盖板的径向频率方程, 其中 $k_{r1} = \omega/C_{r1}, k_{r2} = \omega/C_{r2}, k_{r3} = \omega/C_{r3}, C_{r1} = (E_{r1}/\rho_1)^{1/2}, C_{r2} = (E_{r2}/\rho_2)^{1/2}, C_{r3} = (E_{r3}/\rho_3)^{1/2}, \rho_1, \rho_2$ 及 ρ_3 为其密度, 由(10)–(12)三式可得以下各式

$$k_{r1} a_1 = R_{1i} \quad i = 1, 2, 3 \dots \quad (13)$$

$$k_{r2} a_2 = R_{2j} \quad j = 1, 2, 3 \dots \quad (14)$$

$$k_{r3} a_3 = R_{3m} \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (15)$$

R_{1i}, R_{2j} 及 R_{3m} 分别为泊松比 ν_1, ν_{12} 及 ν_3 的函数, 由此可得换能器各部分的振动耦合系数

$$n_1 = \frac{1 - \nu_1^2 - \frac{R_{1i}^2 c_1^2}{\omega^2 a_1^2}}{\nu_1 (1 + \nu_1)} \quad (16)$$

$$n_2 = \frac{1 - \nu_{12}^2 - \frac{R_{2j}^2 c_2^2}{\omega^2 a_2^2}}{\nu_{12} (1 + \nu_{12})} \quad (17)$$

$$n_3 = \frac{1 - \nu_3^2 - \frac{R_{3m}^2 c_3^2}{\omega^2 a_3^2}}{\nu_3 (1 + \nu_3)} \quad (18)$$

式中 $c_1^2 = E_1/\rho_1, c_2^2 = 1/(S_{11}^E \rho_2), c_3^2 = E_3/\rho_3$.

3. 夹心换能器的纵向振动频率方程

为简化分析, 假定换能器的节点位于陶瓷片的中间位置, 因此, 节点前后两部分可以单独设计, 其纵向频率方程分别为

$$\text{tg}(k_{z1} l_1) \text{tg}(k_{z2} l_2 / 2) = \frac{\rho_2 c_{z2} S_2}{\rho_1 c_{z1} S_1} \quad (19)$$

$$\text{tg}(k_{z2} l_2 / 2) \text{tg}(k_{z3} l_3) = \frac{\rho_2 c_{z2} S_2}{\rho_3 c_{z3} S_3} \quad (20)$$

(19), (20)两式分别表示节点以后及以前两部分的纵向频率方程, 其中 $k_{z1} = \omega/c_{z1}, k_{z2} = \omega/c_{z2}, k_{z3} = \omega/c_{z3}, c_{z1} = (E_{z1}/\rho_1)^{1/2}, c_{z2} = (E_{z2}/\rho_2)^{1/2}, c_{z3} = (E_{z3}/\rho_3)^{1/2}, S_1 = \pi a_1^2, S_2 = \pi a_2^2, S_3 = \pi a_3^2, S_1, S_2, S_3$ 为换能器后盖板, 陶瓷片及前盖板的截面积, 把(16)–(18)三式分别代入(19), (20)二式后, 就可得换能器的频率与其几何尺寸的关系. 因此, 给定换能器的设计频率, 就可得出其几何尺寸, 反之亦然.

三、夹心换能器纵向共振频率的设计准则

对于大尺寸夹心换能器,不仅存在纵向共振频率,而且存在径向共振频率。为了保证换能器的纵向工作效率,其纵向共振频率必须远离径向共振频率,以减少纵横振动之间的强烈耦合。由(16)~(18)三式,当 n_1, n_2 及 n_3 趋于零时,换能器各部分的轴向(即厚度方向)应力趋于零。由此可得换能器各部分的等效径向共振频率

$$f_{1i} = \frac{R_{1i}c_1}{2\pi a_1} \frac{1}{\sqrt{1-\nu_1^2}} \quad (21)$$

$$f_{2i} = \frac{R_{2i}c_2}{2\pi a_2} \frac{1}{\sqrt{1-\nu_{12}^2}} \quad (22)$$

$$f_{3i} = \frac{R_{3i}c_3}{2\pi a_3} \frac{1}{\sqrt{1-\nu_3^2}} \quad (23)$$

其中 f_{1i}, f_{2i}, f_{3i} 分别表示后盖板,中间陶瓷片及前盖板的等效径向共振频率。另外,为了保证纵向振动能够沿轴向传播,换能器各部分的轴向波数 k_{a1}, k_{a2} 及 k_{a3} 必须为实数。由此可得换能器各部分的最高纵向基频,即截止频率

$$f_{1c} = \frac{R_{1i}c_1}{2\pi a_1} \frac{1}{\sqrt{1-2\nu_1^2-3\nu_1^2}} \quad (24)$$

$$f_{2c} = \frac{R_{2i}c_2}{2\pi a_2} \frac{1}{\sqrt{1-\nu_{12}^2-2\nu_{31}\nu_{13}(1+\nu_{12})}} \quad (25)$$

$$f_{3c} = \frac{R_{3i}c_3}{2\pi a_3} \frac{1}{\sqrt{1-2\nu_3^2-3\nu_3^2}} \quad (26)$$

表1 纵向振动夹心换能器基模谐振频率的测量值

振子	$a_1(\text{mm})$	$a_2(\text{mm})$	$a_3(\text{mm})$	$l_1(\text{mm})$	$l_2(\text{mm})$	$l_3(\text{mm})$	$f_c(\text{Hz})$	$f_m(\text{Hz})$	$f_1(\text{Hz})$
1	70	30	70	52.1	12	52.1	20000	19476	20900
2	70	30	70	26.4	12	26.4	30000	31042	36000
3	70	30	70	58.6	4	58.6	20000	19378	20730
4	70	30	70	34.8	4	34.8	30000	30974	33700

总结上述理论及实验,可以得出以下几条结论

1. 与数值法相比,由于本方法计算简单,因此无需采用计算机就可迅速得出结果。

2. 与一维理论相比,由于本文理论考虑了换能器的横向振动,因此所得结果与实验值更

从(24)~(26)三式可以看出,换能器各部分的截止频率不仅与其材料及几何尺寸有关,而且还与其径向振动模式有关。

总结上述分析,对于耦合振动的夹心换能器,为了保证纵向振动的传播,其纵向共振频率的设计值必须小于其各部分的截止频率 f_{1c}, f_{2c} 及 f_{3c} 。另外,为了保证换能器较高的纵向工作效率,减少其纵横振动之间的强烈耦合,其纵向设计频率也必须远离换能器的径向共振频率 f_{1i}, f_{2i} 及 f_{3i} 。上述两条就是耦合振动夹心换能器纵向共振频率所必须满足的要求。

四、实验及结论

为了验证上述理论,我们加工了四个大尺寸夹心式压电超声换能器,其前后盖板的材料为硬铝。材料参数为 $c_1 = c_3 = 5100\text{m/s}, \nu_1 = \nu_3 = 0.34$,压电陶瓷为PZT-4,其几何尺寸为 $\phi 60\text{mm} \times 6\text{mm}$ 及 $\phi 60\text{mm} \times 2\text{mm}$,其参数为 $S_{11}^E = 12.3 \times 10^{-12}\text{m}^2/\text{N}, S_{33}^E = 15.5 \times 10^{-12}\text{m}^2/\text{N}, \rho_2 = 7.5 \times 10^3\text{kg}/\text{m}^3, \nu_{12} = 0.33, \nu_{13} = 0.43, \nu_{31} = 0.34$ 。在小信号下,利用扫频仪测量了夹心换能器的纵向共振频率。实验结果见表1。表中 f_c 为本文理论计算值, f_m 为实测值, f_1 为一维理论的计算值。显然,与一维理论的结果相比,本文方法得出的结果与测量值更加符合。

加符合,且不受换能器横向尺寸的限制。

3. 为了获得比较纯的纵向振动,避免换能器中纵-横振动的强烈耦合,换能器的设计频率必须远离换能器各个组成部分的径向共振频率。

4. 为了保证换能器能够产生一个沿其纵向

传播的纵向振动,换能器的纵向设计频率必须小于换能器的截止频率,即保证其等效的纵向波数为实数。

参 考 文 献

[1] 栾桂冬,张金铎,王仁乾,压电换能器和换能器阵,北京大学出版社,1990.
 [2] 陈贵生,超声换能器设计,海洋出版社,1984.
 [3] 陈贵生,声学技术,1(1983),21-31.
 [4] Yukio Kagawa, Tatsuo Yamabuchi, *IEEE Trans.*

on Sonics and Ultrasonics, **SU-23-6** (1976),379-385.
 [5] Reinhard Ierch, *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*,**37-2**(1990), 233-247.
 [6] 任树初,声学学报,**8-5**(1983),271-279.
 [7] Mori E., et al., Analysis of a short columbe vibrator by apparent elasticity method and its application, *Ultrasonics International 1977 conference proceeding, IPC Science Technology Press, 1977*, 262.
 [8] 任树初,声学学报,**8-3**(1983),147-158.

⑥

超声扭振系统, 换能器, 四端网络

33-36

超声扭振系统的四端网络设计法

贺西平 程存弟

贺昇平

TB552

(陕西省物理研究所 西安 710062)

(80310 部队计算中心 宝鸡 721012)

1993年3月15日收到

本文将组成超声扭振系统的每一部件都等效为一机械四端网络,将所得的各网络矩阵相乘,得到系统的等效网络矩阵。由此求出该系统的谐振频率或指定频率的某一设计尺寸以及角位移放大系数,方便了设计和计算。文中给出了计算实例,其结果与实际情况吻合得较好。

一、引 言

随着功率超声技术的应用和发展,越来越需要扭转振动型的换能器。近年来,一种以纵、扭振动复合型换能器作为定子的超声马达,以较小直径得到较大的扭矩,引起了人们的注意和研究^[1-3]。

常规设计超声扭振系统,是将换能器与变幅杆分别进行设计计算,使它们谐振于同一频率,然后组合起来。换能器的设计一般是经过较复杂的演算,对节面两侧列出频率方程求解^[4]。变幅杆的设计一般是利用扭振方程和边界条件,导出频率方程和性能参数计算式^[4]。

本文将扭振系统看作一个整体,按照根本佐久良雄提出的假定^[5]:扭振动仅在轴向传播、角速度在垂直于轴的截面内,其值是一定的、分界面上的角速度和扭矩是连续的。为便于计算,忽略机械损耗及预应力螺钉的影响,并将压电

陶瓷元件作为无源材料处理^[5],将组成该整体的每一部件都等效为一个机械四端网络矩阵,使各传输矩阵连续相乘,简化网络。由此求得该系统的谐振频率、角位移放大系数、外表面切向速度放大倍数等性能参数,或在系统谐振频率为已知时,求出系统中某一级的设计尺寸。

二、数学模型的建立

变截面杆谐和扭振的一般方程是^[4]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{I_p(x)} \frac{\partial I_p(x)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + k^2 \theta = 0 \quad (1)$$

式中 θ 为扭转角; $I_p = \int r^2 ds$ 为棒截面围绕 x 轴的极惯性矩——若为实心杆,则 $I_p = \frac{\pi}{2} R^4$, 若杆系外半径为 R_1 , 内半径为 R_m 的空心杆,则 $I_p = \frac{\pi}{2} (R_1^4 - R_m^4)$; $k = \omega/c_t$, $c_t = (G/\rho)^{1/2}$ 为杆中扭振波速。