

传播的纵向振动,换能器的纵向设计频率必须小于换能器的截止频率,即保证其等效的纵向波数为实数。

参 考 文 献

[1] 栾桂冬,张金铎,王仁乾,压电换能器和换能器阵,北京大学出版社,1990.
 [2] 陈贵生,超声换能器设计,海洋出版社,1984.
 [3] 陈贵生,声学技术,1(1983),21-31.
 [4] Yukio Kagawa, Tatsuo Yamabuchi, *IEEE Trans.*

on Sonics and Ultrasonics, **SU-23-6** (1976),379-385.
 [5] Reinhard Ierch, *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*,**37-2**(1990), 233-247.
 [6] 任树初,声学学报,**8-5**(1983),271-279.
 [7] Mori E., et al., Analysis of a short colume vibrator by apparent elasticity method and its application, *Ultrasonics International 1977 conference proceeding, IPC Science Technology Press, 1977*, 262.
 [8] 任树初,声学学报,**8-3**(1983),147-158.

⑥

超声扭振系统, 换能器, 四端网络

33-36

超声扭振系统的四端网络设计法

贺西平 程存弟

(陕西省物理研究所 西安 710062)

贺昇平

(80310 部队计算中心 宝鸡 721012)

TB552

1993年3月15日收到

本文将组成超声扭振系统的每一部件都等效为一机械四端网络,将所得的各网络矩阵相乘,得到系统的等效网络矩阵。由此求出该系统的谐振频率或指定频率的某一设计尺寸以及角位移放大系数,方便了设计和计算。文中给出了计算实例,其结果与实际情况吻合得较好。

一、引 言

随着功率超声技术的应用和发展,越来越需要扭转振动型的换能器。近年来,一种以纵、扭振动复合型换能器作为定子的超声马达,以较小直径得到较大的扭矩,引起了人们的注意和研究^[1-3]。

常规设计超声扭振系统,是将换能器与变幅杆分别进行设计计算,使它们谐振于同一频率,然后组合起来。换能器的设计一般是经过较复杂的演算,对节面两侧列出频率方程求解^[4]。变幅杆的设计一般是利用扭振方程和边界条件,导出频率方程和性能参数计算式^[4]。

本文将扭振系统看作一个整体,按照根本佐久良雄提出的假定^[5]:扭振动仅在轴向传播、角速度在垂直于轴的截面内,其值是一定的、分界面上的角速度和扭矩是连续的。为便于计算,忽略机械损耗及预应力螺钉的影响,并将压电

陶瓷元件作为无源材料处理^[5],将组成该整体的每一部件都等效为一个机械四端网络矩阵,使各传输矩阵连续相乘,简化网络。由此求得该系统的谐振频率、角位移放大系数、外表面切向速度放大倍数等性能参数,或在系统谐振频率为已知时,求出系统中某一级的设计尺寸。

二、数学模型的建立

变截面杆谐和扭振的一般方程是^[4]

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{I_p(x)} \frac{\partial I_p(x)}{\partial x} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + k^2 \theta = 0 \quad (1)$$

式中 θ 为扭转角; $I_p = \int r^2 ds$ 为棒截面围绕 x 轴的极惯性矩——若为实心杆,则 $I_p = \frac{\pi}{2} R^4$,若杆系外半径为 R_1 ,内半径为 R_m 的空心杆,则 $I_p = \frac{\pi}{2} (R_1^4 - R_m^4)$; $k = \omega/c_t$, $c_t = (G/\rho)^{1/2}$ 为杆中扭振波速。

对截面为圆形的扭振杆,上式可表示为^[6]

$$\frac{d\theta^2}{dx^2} + \frac{4}{D} \cdot \frac{dD}{dx} \cdot \frac{d\theta}{dx} + k^2\theta = 0 \quad (2)$$

利用上述方程,图 1(a) 所示的任一种形状函数的扭振杆件的扭振状态,均可表示为如下形式

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2 &= \alpha_{11}\dot{\theta}_1 + \alpha_{12}M_1 \\ M_2 &= \alpha_{21}\dot{\theta}_1 + \alpha_{22}M_1 \end{aligned} \quad (3)$$

式中 M_1, M_2 分别为扭振杆两端面的扭力矩。由此可等效为一四端网络,如图 1(b) 所示。

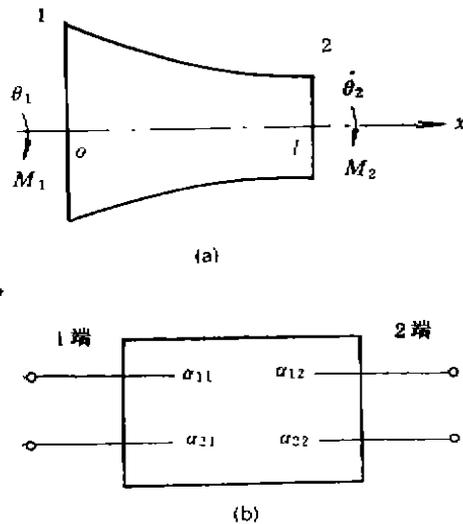


图 1 任意形状函数的扭振杆可等效为一四端网络

以类圆锥型扭振杆 $R = R_1(1 - \alpha x)^{1/2}$ 为例,将其形状函数代入方程(2),其解为

$$\theta = \frac{1}{1 - \alpha x} (A \cos kx - B \sin kx) \quad (4)$$

由 $\dot{\theta} = j\omega\theta$ 及 $M = GI_p \frac{\partial\theta}{\partial x}$, 利用边界条件

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= \dot{\theta}|_{x=0} & \dot{\theta}_2 &= \dot{\theta}|_{x=l} \\ M_1 &= M|_{x=0} & M_2 &= M|_{x=l} \end{aligned}$$

可推得

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_2 &= \frac{1}{1 - \alpha l} \left(\cos kl - \frac{\alpha}{k} \sin kl \right) \dot{\theta}_1 \\ &+ j \frac{\sin kl}{(1 - \alpha l)\rho c_s I_{p1}} M_1 \\ &= \alpha_{11}\dot{\theta}_1 + \alpha_{12}M_1; \\ M_2 &= \frac{j\rho c_s I_{p2}}{k} \left[(\sin kl) \cdot \left(k + \frac{\alpha^2}{k(1 - \alpha l)} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \alpha \left(1 - \frac{\alpha}{1 - \alpha l} \right) \cos kl \Big] \dot{\theta}_1 \\ &+ \frac{I_{p2}}{I_{p1}(1 - \alpha l)} \left[\cos kl + \frac{\alpha \sin kl}{k(1 - \alpha l)} \right] M_1 \\ &= \alpha_{21}\dot{\theta}_1 + \alpha_{22}M_1 \end{aligned}$$

式中 I_{p1}, I_{p2} 分别为杆两端面的极惯性矩。

同理可得其它形状杆的四端网络参量如下

1. 等截面均匀圆柱杆 ($R(x) = R_2 = R_1$)

$$\alpha_{11} = \cos kl \quad \alpha_{12} = \frac{j \sin kl}{\rho I_p c_s}$$

$$\alpha_{21} = j\rho I_p c_s \sin kl \quad \alpha_{22} = \cos kl.$$

2. 指数形杆 ($R = R_1 e^{-\frac{\alpha}{2}x}$)

$$\alpha_{11} = e^{-\frac{\alpha l}{2}} \left[\cos k'l + \frac{\alpha}{2k'} \sin k'l \right]$$

$$\alpha_{12} = j e^{-\frac{\alpha l}{2}} \sin k'l / \rho c_s I_{p1}$$

$$\alpha_{21} = j\rho c_s I_{p2} \left[\frac{\alpha^2 \sin k'l}{4k'^2} + \sin k'l \right] e^{-\frac{\alpha l}{2}}$$

$$\alpha_{22} = \frac{I_{p2}}{I_{p1}} \cdot e^{-\frac{\alpha l}{2}} \left[\cos k'l - \frac{\alpha \sin k'l}{2k'} \right].$$

$$\text{式中 } k' = \left(k^2 - \frac{\alpha^2}{4} \right)^{1/2}.$$

3. 类悬链线型杆 ($R = R_2 [\text{ch}\nu(l - x)]^{1/2}$)

$$\alpha_{11} = \text{ch}\gamma l \cos k'l - \frac{\nu}{k'} \text{sh}l \sin k'l$$

$$\alpha_{12} = j \frac{\text{ch}\nu l \cdot \sin k'l}{\rho c_s I_{p1}}$$

$$\alpha_{21} = j\rho c_s I_{p2} \left(\text{ch}\nu l + \frac{\gamma \text{sh}\nu l}{k'} \right)$$

$$\alpha_{22} = \frac{I_{p2}}{I_{p1}} \text{ch}\nu l.$$

$$\text{式中 } k' = (k^2 - \nu^2)^{1/2}, \nu = \text{ch}^{-1}(N^2)/l.$$

三、简化网络,求解各性能参数

图 2 表示由匹配块 1、2,压电元件 3,前辐射块 4 和不同形状函数的变幅杆 5—8 组成的复合扭振换能器。每一级可表示为一等效四端网络

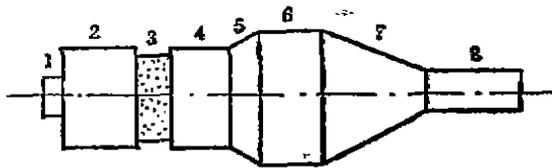


图2 扭转振动超声换能器理论分析模型

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_i \\ M_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{i1}^i & \alpha_{i2}^i \\ \alpha_{21}^i & \alpha_{22}^i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_{i-1} \\ M_{i-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

或写为

$$Z_i = D_i Z_{i-1}$$

式中

$$Z_i = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_i \\ M_i \end{bmatrix}; \quad D_i = \begin{bmatrix} \alpha_{i1}^i & \alpha_{i2}^i \\ \alpha_{21}^i & \alpha_{22}^i \end{bmatrix}$$

按其组合顺序,将各网络矩阵相乘,可简化为一个四端网络

$$Z_n = A Z_0$$

式中

$$A = D_n \cdot D_{n-1} \cdots D_2 \cdot D_1 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

当该扭振系统两端自由时,即 $M_n = M_0 = 0$, 两端角位移最大, 这时有

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$a_{21}\dot{\theta}_0 = 0$, 即 $|a_{21}| = 0$, 由此可求得系统的谐振频率。反之,若知道谐振频率,亦可求得某一级元件中的某一设计尺寸。

又由(6)式,有

$$\dot{\theta}_n = a_{11}\dot{\theta}_0 \quad (7)$$

故复合矩阵 $|a_{11}|$ 之值就是复合扭振杆两端角速度之比,即角位移放大系数 $M\theta$, 故其外表面切向速度放大系数为

$$M_0 = \frac{V_{1s}}{V_{10}} = \frac{M\dot{\theta}}{N} \quad (8)$$

式中 $N = R_0/R_n$ 为扭振系统两端的半径之比。

四、计算实例,并与一般传统方法相比较

文献 [3] 中设计了一个铝-陶瓷-铝结构 20kHz 扭振换能器,如图 3 所示,其等效四端网

应用声学

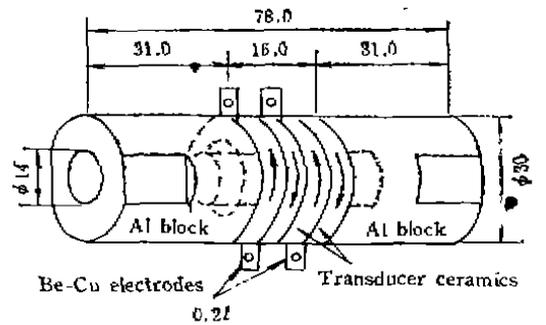


图3 文献[3]中图6-a 20kHz 扭振换能器

络各参量为

$$\alpha_{i1}^i = \cos k_i l_i \quad \alpha_{i2}^i = j \frac{\sin k_i l_i}{\rho_i c_{ii} l_{pi}^i}$$

$$\alpha_{21}^i = \frac{j \rho_i c_{ii} l_{pi}^i}{k_i} \sin k_i l_i \quad \alpha_{22}^i = \frac{l_{p2}^i}{l_{p1}^i} \cos k_i l_i$$

原文中给出铝、陶瓷片的密度 ρ 和扭振速度 c , 分别为: $2.7 \times 10^3 \text{kg/m}^3$, 3080m/s 及 7.6kg/m^3 , 1850m/s 。令 R_{1L} 、 R_{1m} 和 R_{2L} 、 R_{2m} 分别表示每一组成部件两端面的外、内半径。我们用 Fortran 77 语言,按以下流程框图编程计算(见图4)。

为提高计算速度,频率循环步长可先取大些,待大致确定出谐振频率范围后,再将步长变小,以精确定出谐振频率值。所算得的谐振频率为 19.551 kHz, 换能器两端的角速度比稍大于 1。算得的谐振频率略小于 20kHz, 主要原因可能是未考虑螺栓及其所施加的预应力的影响。

为了与一般传统设计方法相比较,现按传统方法推导出用同一材料做成的阶梯形扭振杆(图5)的频率方程,求出其角位移振幅放大系数。由方程(2)有

$$\begin{aligned} \theta_I &= A_1 \cos kx + B_1 \sin kx \quad (-l_1 < x < 0) \\ \theta_{II} &= A_2 \cos kx + B_2 \sin kx \quad (0 < x < l_2) \end{aligned} \quad (9)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_I|_{x=-l_1} &= \dot{\theta}_1, \quad \frac{\partial \theta_I}{\partial x} \Big|_{x=-l_1} = 0 \\ \dot{\theta}_{II}|_{x=l_2} &= \dot{\theta}_2, \quad \frac{\partial \theta_{II}}{\partial x} \Big|_{x=l_2} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

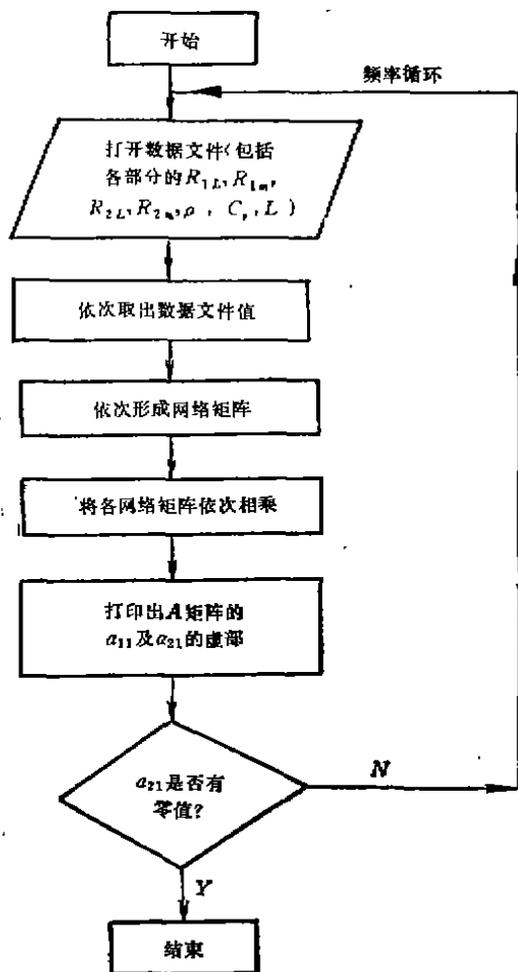


图4 程序计算模块流程执行框图

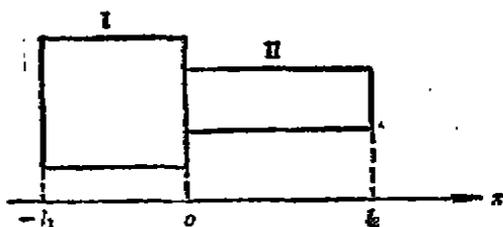


图5 阶梯形扭振杆计算实例

$$\theta_I|_{x=0} = \theta_{II}|_{x=0}, M_I|_{x=0} = M_{II}|_{x=0}$$

由(9)、(10)式导出其满足的频率方程是

$$\operatorname{tg} k l_2 = -\frac{I_P^I}{I_P^{II}} \operatorname{tg} k l_1 \quad (11)$$

此阶梯杆两端的角位移放大系数为

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{I_P^{II} \sin k l_2}{I_P^I \sin k l_1} \quad (12)$$

用本文提出的方法来求解,可在计算机上输入数据后直接完成。为与上面结果相比较,将这两阶传输矩阵展开来相乘

$$\begin{bmatrix} \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos k l_2 & \frac{j \sin k l_2}{\rho I_P^{II} c} \\ j \rho I_P^{II} c \sin k l_2 & \cos k l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos k l_1 & \frac{j \sin k l_1}{\rho I_P^I c} \\ j \rho I_P^I c \sin k l_1 & \cos k l_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

化简后得

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = a_{11} = \frac{I_P^{II} \sin k l_2}{I_P^I \sin k l_1}, \text{ 与(12)式同。}$$

令 $a_{21} = 0$, 得到频率方程,与(11)式同,可见这两种方法的原理是一样的,结果也相同。

五、小 结

本文将组成扭振系统的每一元件都等效为一四端网络,使传输矩阵相乘,简化成为一等效四端机械网络,用于计算扭振换能器或变幅杆,或其组合的谐振频率,谐振尺寸及放大系数,为设计和计算提供了方便。

文中未考虑预应力螺栓的影响,并将有源激励级压电元件等效为一机械四端网络,故无法计算出扭振换能系统与电学量有关的参量。这些有待于我们今后作进一步研究。

参 考 文 献

- [1] Nakamura Kentaro, Kurosawa Minoru, and Ueha Sadayuki, *IEEE Trans. UFFC.*, 38(1991), 188.
- [2] Ohnishi O., Myohga O., Uchikawa T., Tamagai M., Inoue T., and Takahashi S., *IEEE Ultrason. Symp.*, 1989, 739.
- [3] 根本佐久良雄, 森柴司, 日本音響学会誌, 28(1992), 117.
- [4] 林仲茂, 超声变幅杆的原理和设计, 科学出版社, 1987, 第六章.
- [5] 俞宏沛, 水声通讯, 3(1984), 17.
- [6] 阮世勋, 广西大学学报(自然科学版), 16-4(1991), 46.