

“局部共振”现象的理论解释

周 光 平

(南昌航空工业学院电子系 南昌 330034)

鲍善惠 程存弟 董胜林

(陕西师范大学应用声学研究所 西安 710062)

原稿 1992 年 10 月 17 日收到

修改稿 1994 年 5 月 29 日收到

基于文献[1]描述的局部共振现象,以半波长夹心换能器与半波长圆锥形变幅杆组成的驱动系统,代替文献[1]中以磁致伸缩换能器与锥形变幅杆组成的驱动系统,计算了不同直径与长度的工具杆与驱动系统组成的振动系统的共振频率与速度增益,并与工具杆按固定-自由方式单独谐振的共振频率进行比较,给出了两者某些共振频率接近的典型例子。以全谐振的观点解释了文献[1]的实验结果。

一、引言

文献[1]提出了一种新型的,超声加工深小孔的工具系统。该系统的优点是,在工具杆由于加工过程中磨损长达 260 mm 的情况下,可以不改变驱动系统的尺寸,只需简单调节超声波发生器的频率,仍可得到良好的加工效果。因此有很大的实用价值。

文中提出的工具系统,工具杆的长度打破了传统的按半波长整数倍设计的规律。且实验发现,当驱动系统与工具杆组成的复合系统,工作在工具杆按固定-自由方式单独谐振的共振频率时,可在工具杆输出端得到较大的位移振幅。因此,文献[1]认为,在复合振动系统中的工具杆,可以“独立谐振”,因而叫“局部共振”。并实验研究了“局部共振”的产生条件。

由于文献[1]未给出实验用换能器与变幅杆的尺寸,因此本文用压电换能器,圆锥形变幅杆以及等截面直杆组成的振动系统为研究对象,通过数值计算和分析,以全谐振的观点,解释了文献[1]的实验结果。

二、振动系统组成及其共振频率与振速分布的计算

1. 振动系统组成

图 1 是分析采用的振动系统。它由圆柱形夹心换能器,圆锥形变幅杆,以及等截面工具杆组成。为简单,换能器前后盖板,变幅杆及工具杆均用 45# 钢,密度 $7.84 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,声速 $5.1 \times 10^3 \text{ m/s}$ 。压电陶瓷用圆片形 PZT-4,密

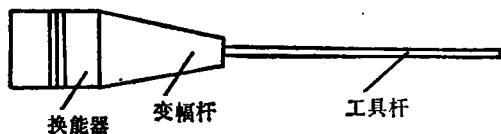


图 1 振动系统组成

度 $7.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 声速 $2.94 \times 10^3 \text{ m/s}$ 。各部分尺寸: 换能器直径 40 mm, 压电陶瓷堆长度 10 mm, 换能器前后盖板长度为 48.56 mm。变幅杆大端直径 40 mm, 小端直径 20 mm, 长度 133.4 mm。换能器与变幅杆均是按共振频率 20 kHz 设计, 长度均为半波长。

2. 系统共振频率与振速分布计算法

对一变截面纵振杆,假设忽略其损耗,两端的力和速度间的关系可由一传输矩阵表示^[2-3]. 其矩阵系数由杆的组成材料,以及结构尺寸确定. 对于如图2所示的锥形杆,设两端的力和振速分别为 f_1, v_1 和 f_2, v_2 , 则有:

$$\begin{bmatrix} f_1 \\ v_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_2 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

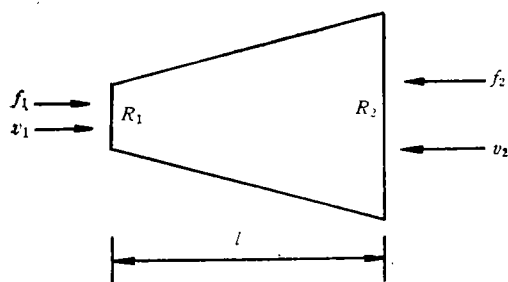


图2 变截面纵振杆

其中

$$\begin{aligned} a &= \frac{R_2 - R_1}{R_2 k l} \sin k l + \frac{R_1}{R_2} \cos k l \\ b &= j z_1 \left\{ \left[\left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 k l} \right)^2 + \frac{R_2}{R_1} \right] \sin k l - \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1} \right) \frac{\cos k l}{k l} \right\} \\ c &= j \frac{1}{z_2} \frac{R_2}{R_1} \sin k l \\ d &= \frac{R_2}{R_1} \cos k l - \frac{R_2 - R_1}{R_1} \frac{\sin k l}{k l} \end{aligned}$$

$k = \omega/c$ 是波数, $z_1 = \rho c s_1$, $z_2 = \rho c s_2$, s_1 和 s_2 是端面积.

等截面杆是当 $R_1 = R_2$ 时的特例.

对于由不同材料和不同截面变化规律的纵振杆组成的复合振动系统,设其输出端的力和速度分别为 F_f 和 V_f , 尾端的力和速度为 F_b 和 V_b , 其间关系同样可用一传输矩阵表示, 即:

$$\begin{bmatrix} F_f \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_b \\ V_b \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 是系统总的传输矩阵,它是各组成元件的传输矩阵的乘积.

在振动系统设计时,一般均考虑空载情形,即 $F_f = F_b = 0$. 把此条件代入(2)式,得系统共振条件 $B = 0$. 因此对给定材料与结构尺寸的振动系统,可根据这一条件求得其共振频率. 同时,由(2)式可得 $V_f = D V_b$, 亦即系统的前后端振速比是 D .

另外,一个振动系统中,任意两个截面间的力和振速间的关系,均可用传输矩阵表示. 设任意截面处的力和振速分别为 F_a 和 V_a , 该截面与系统后端面间的传输矩阵为 $\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix}$, 则:

$$\begin{bmatrix} F_a \\ V_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_b \\ V_b \end{bmatrix} \quad (3)$$

展开(3)式,并注意到 $F_b = 0$ 得

$$V_a = D' V_b \quad (4)$$

由(4)式即可求得振动系统的振速分布.

如果振动系统并非自由边界条件,亦可根据(2)来求共振频率. 假设系统是 f 端固定, b 端自由,则由(2)式可得此时的共振条件是矩阵系数 $D = 0$.

三、“局部共振”现象的解释

传统超声振动系统各振动元件均设计为半波长的整数倍. 本文分析用的驱动系统即是共振频率为 20 kHz 的半波长换能器与半波长变幅杆. 当工具杆较长时,就按半波长整数倍考虑. 要提出的是按半波长整数倍设计的各个振动元件组成的振动系统,具有低于和高于所设计频率的一系列共振频率. 例如本文分析用的驱动系统,在 35 kHz 以下有 11.65 kHz, 20 kHz, 和 31 kHz 三个共振频率,其中 20 kHz 是设计的频率. 如果在驱动系统前加一直径 10 mm, 长度 127.5 mm 的半波长工具杆,可求得此时复合系统在 35 kHz 以下有 8.69 kHz, 12.6 kHz, 20 kHz, 28.18 kHz, 32.7 kHz 等五个共振频

率。其中只有在 20 kHz 工作时,换能器,变幅杆,工具杆的长度才分别是半波长的整数倍。

文献[1]观察到的“局部共振”现象,实际是复合系统的某些共振频率,与工具杆按固定-自由方式单独谐振的共振频率基本一致。或换句话说,复合系统在某些共振频率工作时,工具杆与驱动系统的连接点是位移的节点,这在一般情况下不能满足。例如上述直径 10 mm,长度 127.5mm 的工具杆,其固定-自由的共振频率为 $(2N + 1)C/4L = 10 (N = 0)$, $30 (N = 1)$ kHz,它们与复合系统的共振频率不等。

经过一些数值计算,发现适当选取工具杆的直径与长度,可以使工具杆固定-自由的谐振频率,与复合系统的某些共振频率很为一致。

下面给出一例:

设工具杆长度为 303.55 mm,直径是1mm,当一端固定、一端自由时,其纵向振动固有频率为:

$$f_{TN} = (2n + 1)C/4L = 4.2(N = 0), \\ 12.6(N = 1), 21.0(N = 2)$$

按前述方法,可以求得此时工具杆与驱动系统组成的复合系统的共振频率,以及对应的工具杆输出端与换能器后端面的振速比如表 1 所示。

由表 1 可以看出,在复合系统的这些共振频率中,其中有三个与工具杆按固定-自由方式单独谐振的共振频率一致。

表 1 复合系统共振频率与前后振速比

共振频率 (kHz)	振速比
4.2	-1189
11.6	4.12
12.6	-261
19.9	5.16
21.0	-285

进一步,可以求出复合系统工作在这 5 个共振频率时的振速分布如图 3 所示。由图可以看出,对应于频率 4.20 kHz,12.6kHz,21.0 kHz 的振速分布曲线,在工具杆与驱动系统的连接

点处附近是位移节点。因此,基本满足工具杆固定-自由的共振条件,这就是文献[1]中观察到的“局部共振”现象。此时复合系统还是全谐振的。

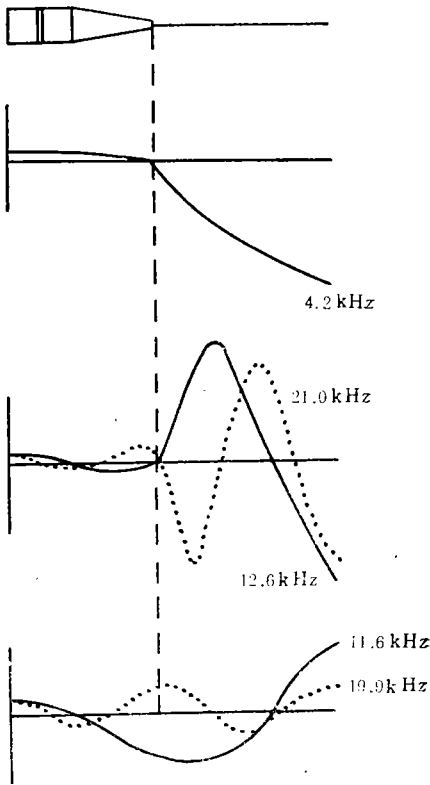


图 3 复合系统在不同频率时的振速幅度分布(纵标未按比例)

四、关于“局部共振”的产生条件

文献[1]提出,当工具杆的直径与 D 系统的直径比小到某一值时,即出现局部共振现象。理论解释为此时 D 系统与杆的耦合弱。从一般意义上讲,此时的耦合弱不符合实际,因为要超声钻孔速度快,即要求工具杆的输出端有大的振动力与速度,亦即大的声输出功率。如是耦合弱,能量传输势必受到影响,就不会出现加工速度更快的情况了。应该认为,产生这种“局部共振”的条件,就是工具杆的适当长度与直径,使得复合系统振动时,工具杆与 D 系统连接处

是系统共振的位移节点。这个问题还可作如下说明。

换能器与变幅杆组成的驱动系统 D ，如果变幅杆输出端固定，换能器后端面自由，根据前述计算方法可求得本文分析用 D 系统此时的共振频率为 3.87 kHz，14.6 kHz，和 24.2 kHz。设想按这三个频率中的任一个，在固定-自由边界条件下，设计出对应长度的工具杆，此时工具杆与 D 系统组成的复合系统，不管变幅杆端直径与工具杆直径比如何，在对应的频率上共振，连接点处总是节点。这时似乎出现了“局部共振”现象，但实际上系统是全谐振的。

五、讨 论

文献[1]的实验发现，工具杆不满足半波长整数倍时，仍可以在工具杆输出端得到大的位移振幅，甚至比半波长型工具杆输出的位移振幅大。这从上面的计算可以看出。如采用半波长型工具杆，可以算得振幅比是 1.935，即锥形变幅杆的放大倍数。本文给的例子，工具杆长是 303.55 mm，不满足 20 kHz 时半波长整数倍关系。由表 1 可看出，此时的振速比均大于

1.935，尤其是当工具杆与变幅杆的连接点近节点时，振速比更大。正如文献[1]所观察到的，此时加工效率高。用非半波型工具杆，反而得到相对大的振速比，这是因为此时从变幅杆到工具杆的截面变化起了变幅作用，正象阶梯型变幅杆一样，大端与小端连接处越近节点，其变幅比越大。

本文只作了理论上的分析，其结果符合声学一般理论。文献[1]在测量工具杆的振速分布时，要同时测量 D 系统的振速分布，可以预计，其测量结果与本分析结果一致。

六、结 论

“局部共振”实质是复合系统的某些共振频率与工具杆固定-自由条件下的谐振频率一致或接近时出现的现象，此时复合系统仍是全谐振的。

参 考 文 献

- [1] 范国良、应崇福、林仲茂、彭翔，应用声学，1-1(1982)，2—7。
- [2] 林仲茂、李萌，声学学报，第 13 卷 (1988)，312—315。
- [3] 俞宏沛，水声通讯，第 3 期 (1984)，17—58。

七 项 声 学 国 家 标 准 介 绍

1. GB/T 14259 声学 关于空气噪声的测量及其对人影响的评价的标准的指南

本标准参照采用国际标准 ISO 2204 «声学 关于空气噪声的测量及其对人影响的评价的标准的指南»。它规定了有关噪声测量及其对人们影响的评价方面的基本问题。标准中把噪声问题基本分为两大类：(1) 一个或多个噪声源所辐射的噪声大小和特性的确定，或者规定条件下声源性能预测的问题；(2) 噪声对人们各种影响的评价和预测问题。同时对噪声特性作了分类，并对各类噪声给出了简要的定义。

对于第一类噪声问题，本标准叙述了需测的物理量、测量方法的选择及描述问题的严密性。并把所采用的测量方法分为三个等级，即调查法(3 级)、工程方法(2 级)、精密方法(1 级)。对于第二类噪声问题，标准对描述噪声对人影响的量(如：噪声的 A 计权声级；噪声的响度级 L_N ；噪声的感觉噪声级 L_{PN} ；噪声对

听力损伤的危险性；噪声对人们工作、交谈、休息、睡眠的干扰等)，作了简明扼要的解释，并介绍了与这些量有关的国家标准或国际标准。

本标准可作为我国和国际标准化组织所公布的相关标准的指南，包括噪声测量和评价方法、详细的实验规程和解释方法。

本标准由中科院声学所负责，南京大学、同济大学、北京市劳动保护所参加编制。主要起草人章汝威。

2. GB/T 14365-93 声学 机动车辆定置噪声测量方法

本标准参照采用国际标准 ISO 5130-1982 «声学 机动车辆定置辐射噪声的测量—简易法»

本标准适用于道路上行驶的各类型的机动车辆在定置时噪声的测量。定置是指车辆不行驶，发动机处于空载运转状态。用本方法所得测量数据可评价、检查机动车辆的主要噪声源—排气噪声和发动机噪声水