

超声反射 CT 中多体位置和形状参数的最大似然估计*

兰从庆 王晓珑

(中国科学院武汉物理所 武汉 430071)

1993 年 12 月 15 日收到

摘要 将超声反射 CT (URCT) 方法与最大似然估计 (MLE) 方法相结合,用于对多体目标定位和对物体形状参数进行估计,给出了迭代方法及模拟结果,并作了某些讨论.

关键词 最大似然估计,形状参数,超声反射 CT.

Maximum likelihood estimation of multiple-object Parameters in ultrasonic reflection tomography

Lan Congqing, Wang Xiaolong

(Wuhan Institute of Physics Academia Sinica, Wuhan, 430071)

Abstract A maximum likelihood estimation method is developed for estimating the number of objects, their locations and their shape parameters in ultrasonic reflection tomography. An iterative algorithm is presented and some simulation results are given.

Key words Maximum likelihood estimation, Shape parameters, Ultrasonic reflection tomography

1 引言

本文作者曾将 Rossi 等人在 XCT 中提出的 MLE 方法^[1]应用到单发、单收 URCT 中,研究了断层面内单个物体的位置和形状参数的估计^[2].在实际应用中,常常需要对多个物体同时对其位置和形状参数进行综合估计.

在 XCT 中, Sauer 和 Liu 对于成象区域存在多个尺寸已知的相同圆形物体的最简情形,提出了对多体位置进行 MLE 的算法,但他们没有对物体的形状参数作 MLE^[3].在超声衍射 CT 中, Deveney 等人正着手考虑对

多个散射体的位置作 MLE^[4].

多体定位和形状参数的 MLE 问题比单体情况要复杂得多,首先难于确定物体的个数,而且,这时物体参数的对数似然函数的计算量将随物体的数目成指数增长.因此,直接对对数似然函数的运算和估计,是无法应用到实际工作中的.本文在 Sauer 等人研究的基础上,对水下多体目标,提出了一种能有效估计多个物体的个数、位置、尺寸、偏心率、指向性角等参数的 MLE 算法,并作了模拟验证.

* 国家自然科学基金重点项目、声场声信息国家重点实验室资助课题.

2 多体参数的 MLE 原理和方法

设被成像区域里的声反射系数分布 $f(\mathbf{x})$ 可表为在均匀介质背景上迭加了 N 个物体^[2], 即

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N R_k f_k(\mathbf{x} - \mathbf{d}_k; \mathbf{r}_k) \tag{1}$$

其中, 位于 $\mathbf{d}_k = (d_{k1}, d_{k2})$ 的第 k 个物体的声反射系数为 R_k . 在 $\mathbf{x} = \mathbf{d}_k$ 点的声反射系数是归一化了的, 因此, $f_k(0; \mathbf{r}_k) = 1$. 在 MLE 研究中, 通常以椭圆形模型表征待检测物体的形状, 用 $\mathbf{r}_k = (A_k, \lambda_k, \theta_k)$ 表示第 k 个物体的几何形状参量, A, λ, θ 分别为物体的尺寸、偏心率和指向性角, 其定义为: A 为椭圆长、短半轴的几何平均, λ 为椭圆长、短半轴之比, θ 为椭圆长轴与 x_1 正方向的夹角. 示意图如图 1 所示.

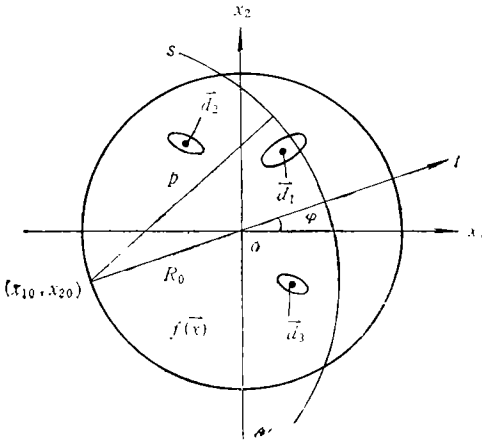


图 1 有多体分布的超声反射 CT 示意图

由图 1 所示的超声反射 CT 成像模型得到的投影为

$$y_s(\bar{z}, \varphi) = \sum_{k=1}^N g_{sk}(\bar{z}, \varphi; \mathbf{d}_k, \mathbf{r}_k) + n(\bar{z}, \varphi) \tag{2}$$

其中, g_{sk} 为从第 k 个物体的声反射系数分布所得到的投影, n 为零均值高斯噪声.

在以上超声反射 CT 模型中, 通常假定待检测散射体符合弱散射条件, 由于从散射体后向散射回来的一系列投影数据带有表征散射体

形状、方位等的信息, 在本文中, 我们利用经典的极大似然估计方法, 把投影数据和散射体的特征联系起来, 以直接获得有关多个散射体位置、尺寸和形状等参数.

设待估计参数用矢量 $\mathbf{Q} = [d_{11}, d_{12}, A_1, \lambda_1, \theta_1, \dots, d_{N1}, d_{N2}, A_N, \lambda_N, \theta_N]^T$ 表示, 其中, 物体数 N 和各矢量元素都是未知的, 则 N 个物体的参数的对数似然函数为

$$L_N(\mathbf{Q}) = - \sum_{\varphi} \int_0^{\infty} \left| y_s(\bar{z}, \varphi) - \sum_{k=1}^N g_{sk}(\bar{z}, \varphi; \mathbf{Q}) \right|^2 d\bar{z} \tag{3}$$

将式(3)中右边积分号中的平方项展开, 并去掉与 $\mathbf{d}$ 无关的项, 得

$$\begin{aligned} L_N(\mathbf{Q}) = & 2 \sum_{k=1}^N \sum_{\varphi} \int y_s(\bar{z}, \varphi) g_{sk}(\bar{z}, \varphi; \mathbf{Q}) d\bar{z} \\ & - \sum_{k=1}^N \sum_{\varphi} \int g_{sk}^2(\bar{z}, \varphi; \mathbf{Q}) d\bar{z} \\ & - \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \sum_{\varphi} \int_{(l \neq k)} g_{sk}(\bar{z}, \varphi; \mathbf{Q}) \cdot g_{sl}(\bar{z}, \varphi; \mathbf{Q}) d\bar{z} \end{aligned} \tag{4}$$

式中, 第一项由 N 项求和组成, (其中每一项由 $\mathbf{Q}$ 中的第 k 个物体的参数矢量 $\mathbf{Q}_k = [d_{k1}, d_{k2}, A_k, \lambda_k, \theta_k]^T$ 定义, 这里 T 表示对矢量进行转置。)是以 $g_{sk}(\bar{z}, \varphi; \mathbf{Q}_k)$ 为滤波函数, 对测量投影信号进行匹配滤波的结果; 第二项也由 N 项求和组成, 其中每一项是投影信号 $g_{sk}(\bar{z}, \varphi; \mathbf{Q})$ 的能量; 第三项是物体间投影信号相关迭加的结果. $L_N(\mathbf{Q})$ 是关于 $N, \mathbf{Q}$ 的对数似然函数, 如果求得 $L_N(\mathbf{Q})$ 的全局最大值, 就能得到参数 $\mathbf{Q}$ 的极大似然估计值. 由于 $L_N(\mathbf{Q})$ 与物体数目 N 及其参数 $\mathbf{Q}$ 均有关, 可分别扰动 N 和 $\mathbf{Q}$, 即先使物体的数目不定, 计算 $L_N(\mathbf{Q})$, 并使 $L_N(\mathbf{Q})$ 达到局部极大, 这时的 N 可设定为物体数目的初值; 再当 N 一定时, 扰动 $\mathbf{Q}$, 使 $L_N(\mathbf{Q})$ 达到局部极大. 那么, 使 $L_N(\mathbf{Q})$ 都达到局部极大的 $N, \mathbf{Q}$, 有可能为待求的物体数目和参数的 MLE 值. 再通过扰动法和迭代修正过程, 以去掉在上述过程中“虚检”和补上“漏检”

的物体,以达到对物体数目及其参数的精确的 MLE 。据此,多体参数 MLE 方法的步骤如下。

1. 根据先验知识,选取各个物体尺寸的初值都为 A^0 ,并取 $\theta^0 = 0, \lambda^0 = 1$,即各个物体均为大小相同的圆形物体,并据此求物体位置的对数似然函数。

2. 根据物体尺寸初值 A^0 ,将位置空间分为大小为 $k \times k$ 的相邻或不相邻的若干区间,并在每一小区间寻找局部极值,保留下峰值点的峰值及其位置,以确定物体个数初值及各物体的初始位置。

3. 为求多个物体的形状参数,暂不考虑对投影弯曲的修正,而采用文献[2]中对单个物体参数估计的快速算法,即直接采用卷积-后投影算法,初步求出各位置点物体的形状参数。

4. 对于2中得到的峰值,有些峰值可能是由于噪声引起的“虚峰”,或者是物体“相互作用”的结果。此步是在不考虑物体间相关性的情况下,即暂不考虑式(4)中第三项计算峰值处似然函数。凡是似然函数为正的,即峰值的

存在引起总的似然函数增加的,作为候选检测到的物体予以保留,否则予以剔除。

5. 考虑物体间的相关性,进一步剔除虚检到的物体,可基本确定待测物体的数目。

6. 在上述各步中,由于没考虑 RCT 中弯曲积分线的影响,对物体参数只作了粗略估计。因此,物体的估计参数与真值间存在较大误差。在待估计物体个数基本确定后,要按文献[2]的方法,进一步消除积分线弯曲的影响,以对待估计物体各个参数(位置和形状参数)作求精迭代估计。

7. 在第5.步结束时,由于每个物体参数的对数似然函数,在其峰值点对总的对数似然函数都是贡献一个正值。如果使检测到的物体的个数减少的话,只会使对数似然函数下降,因此,要检测在5.中被除掉的物体中,是否有因哪一步物体参数不精确估计等因素造成的“漏检”物体存在。如存在漏检物体,要将此物体补进去,并回到6.作积分线弯曲修正;如不存在漏检物体,则整个迭代过程停止,从而实现了多体位置和各个物体的形状参数的 MLE 。

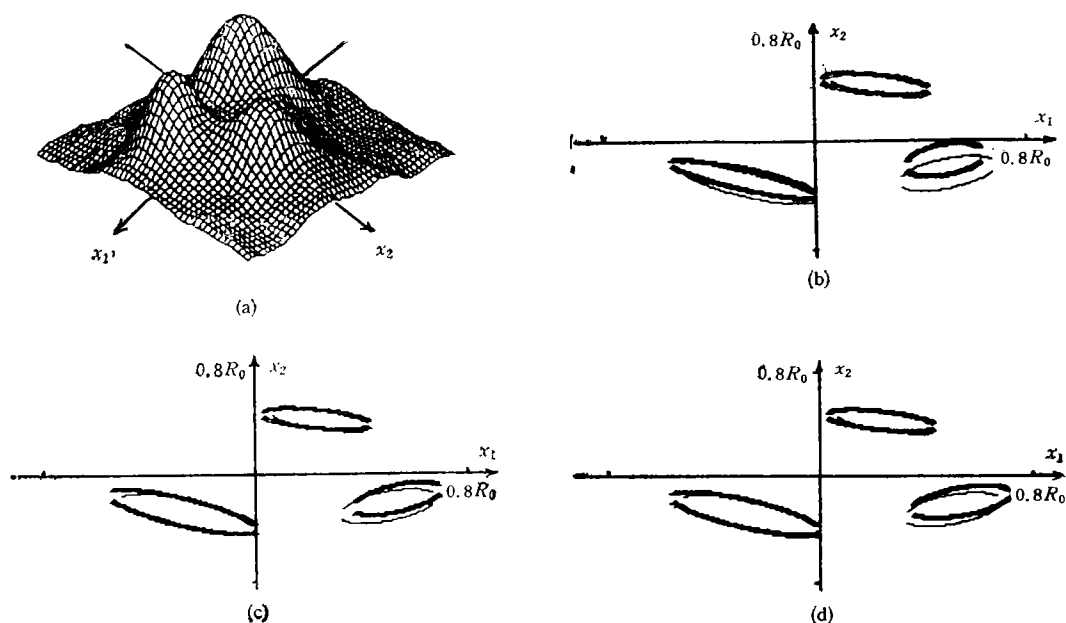


图2 3个较小物体参数的 MLE

(a) 初始位置对数似然函数图象 (b) 初始物体参数的 MLE 结果 (c) 未修正积分线弯曲影响的 MLE 结果 (d) 修正了积分线弯曲影响的最终 MLE 结果

3 计算机模拟

设待测平面内有 3 个尺寸较小, 且相互间距较远的物体, 这 3 个物体的位置及形状参数 (尺寸、偏心率和指向性角) 分别为: $\mathcal{Q}_1 = [-0.25, -0.3, 0.173, 3, -25^\circ]^T$, $\mathcal{Q}_2 = [0.5, -0.25, 0.141, 2, 25^\circ]^T$, $\mathcal{Q}_3 = [0.25, 0.4, 0.121, 3, -20^\circ]^T$. 图 2a 为 3 个物体的初始估计位置的对数似然函数图象, 图 2b 为初始估计得到的物体参数示意图, 图 2c 为未修正积分线弯曲所引起的误差的 MLE 结果, 图 2d 为采用迭代方法修正积分线弯曲影响的 MLE 结果. 由图可见, 当物体分布较稀、且物体尺寸较小时,

积分线弯曲的影响不大, 即波阵面的弯曲可以忽略, 可看作 XCT 中的 MLE 问题, 初始估计结果与最终结果相差不大. (图中, 细实线表示原始位置和形状, 粗实线表示 MLE 结果. 后同。)

图 3 为对 3 个尺寸较大、且相互距离较近的物体的数目和参数作 MLE 的结果, 这 3 个物体的位置和形状参数分别为: $\mathcal{Q}_1 = [-0.25, -0.5, 0.274, 3, 0^\circ]^T$, $\mathcal{Q}_2 = [0.55, -0.5, 0.244, 1.25, 0^\circ]^T$, $\mathcal{Q}_3 = [0.5, 0.5, 2., 4, -20^\circ]^T$. 图 3a 为物体初始估计位置对数似然函数图象, 图 3b 为初始物体参数的 MLE 结果, 图 3c 是未作积分线弯曲修正所得 MLE 结果, 图 3d 为

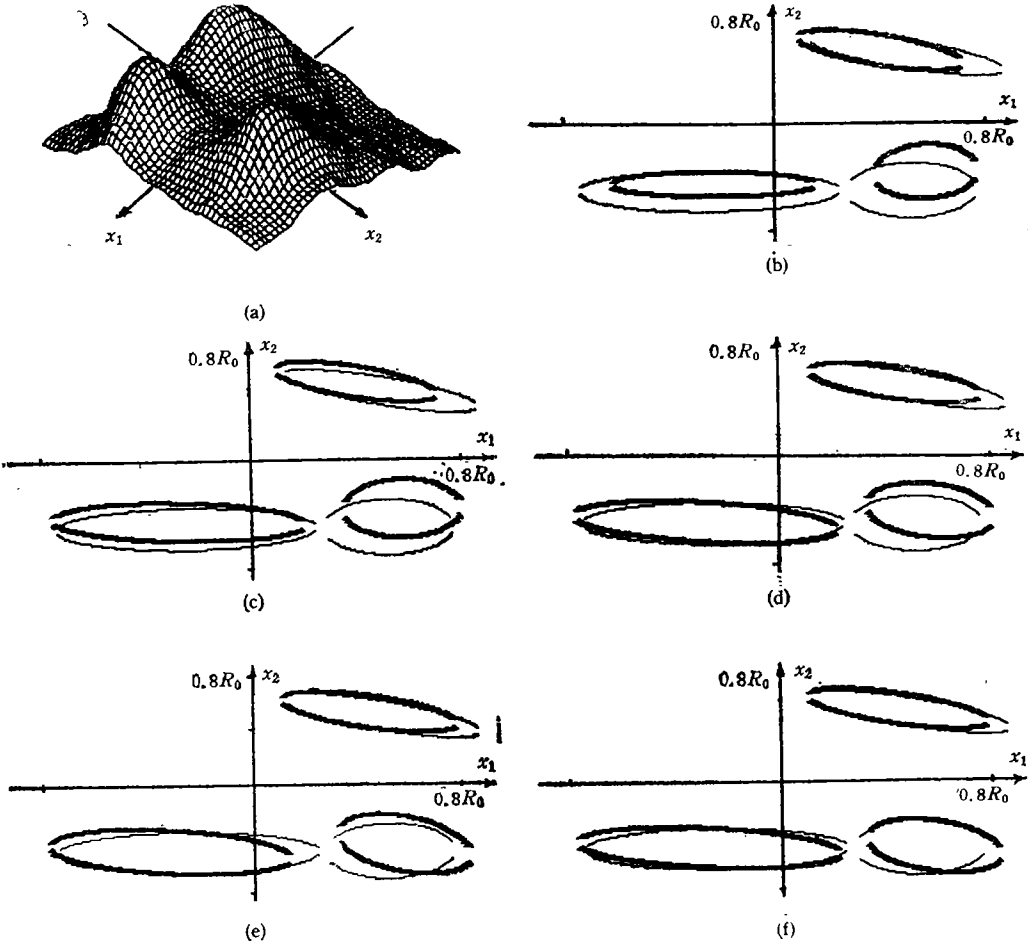


图 3 3 个较大、相互距离较近的物体参数的 MLE

(a) 初始位置对数似然函数图象 (b) 初始物体参数的 MLE 结果 (c) 未修正积分线弯曲影响的 MLE 结果 (d) 作一次积分线弯曲影响修正的 MLE 结果 (e) 作二次积分线弯曲影响修正的 MLE 结果 (f) 物体参数的最后 MLE 结果。

对积分线弯曲作一次迭代修正后得到的 *MLE* 结果,图 3e 为对积分线弯曲作二次迭代修正后得到的 *MLE* 结果,图 3f 为物体参数的最后的 *MLE* 结果。比较图 3a—3f 可见,当物体尺寸较大,且物体间相互距离较近时,则受积分线弯曲的影响、物体间相互作用较大,初始估计值与实际值之间出入较大,需经多次迭代修正后才能得到较为满意的结果。

4 结语

本文在超声反射 CT 中,对单个物体的位置及形状参数作 *MLE* 的基础上,进一步推广到对多个物体的位置及其形状参数作 *MLE*,并采用迭代方法修正波阵面弯曲对估计误差的影响,得到了较好结果。

当然,与大多数优化 *MLE* 算法一样,本算法最后的估计结果对初始值的选取有一定依赖关系。即经过本算法的估计运算,所求得的对数似然函数局部最大值依赖于初始值(或先验知识),可能是、也可能不是全局最大值。可靠地、准确地估计多个物体的参数,在一定程度上依赖于对先验知识的掌握程度。

参 考 文 献

- [1] Rossi D J, Willsky A S., *Signal Processing*, 1989, 18(1):, 63—87.
- [2] 王晓琰,兰从庆,应用声学,1993,12(6): 17—22.
- [3] Sauer K, Liu B, *IEEE Inter. Conf. Acoust., Speech, Signal Process.*, 1990, 4, 1861—1864.
- [4] Devaney A J and Tsihrinzis G A, *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1991, 39(3):, 672—682.

《超声在固体中的散射》书评

超声在固体中的散射是声学的一个基本问题,也是超声无损检测的根本问题。只有充分认识超声在固体中界面或障碍物处的散射规律,才能解决散射的逆问题,从测得的散射信息逆推缺陷的位置、形状大小和性质,从而实现既定性又定量的超声无损评价。

中国科学院声学研究所的应崇福院士、早在人们尚未普遍认识超声散射重要性的 50 年代中期,就在国外发表了有关固体中超声散射的论文。从 80 年代初期开始的十年中,他又与同事们对固体中的超声散射进行了系统研究,取得了丰硕成果。本书就是他和张守玉、沈建中两位研究员把研究成果进行系统整理而写成的一部专著。

本书已于 1994 年 5 月由国防工业出版社出版,约 15 万字,内容分为九章。第一章是引言。第二章介绍固体中声波传播和散射的一些基本方程以及求解方法概要。第三章讨论能够显示透明固体中超声传播和散射过程的实验方法,即作者们所采用并有所发展的动态光弹法。第四到第八章从理论和实验方面分别对固体中几种特殊形状障碍物的超声散射进行了研究,这些障碍物分别是横穿圆柱孔、带状裂缝、板的尖端和样

品尖角,这些障碍物上的散射都是国际上未获理论解或虽有理论解而未曾进行实验观察的。作者们得到了理论和实验相符的一系列结果,首次目睹了声波绕孔壁的爬行、在材料稜边内部的散射和在带状裂缝上的散射,也首次观察到兰姆波在板端的散射和瑞利波绕材料尖角的散射,而从光弹照片上也多次看到了头波。最后第九章是结论和展望,在肯定研究工作的大量成就之后也指出了不足之处,并提出今后的发展方向。

本书在写法上也很有特色。为了保持本书的科学性和严密性,书中必然包含许多繁复的理论推导过程,但作者们写得说理明细、有条不紊,使得有一定基础的读者易于接受。动态光弹法的图片也运用得极为有效,使散射过程能够形象化地显示出来,即使有些读者对理论推导无法掌握,看了这些图片也会定性地理解散射现象,并对其规律有所了解。

本书作者在前言的最后一段曾经提出衷诚的希望,希望来日将有望之士能够继续推进我国在这一科学领域的发展。书评的作者深信这一希望肯定会实现,并愿意向这批有志之士衷心地推荐本书。

(同济大学 魏墨鑫)