

◇ 李启虎院士八十华诞学术论文 ◇

# 低复杂度的 MIMO 声呐协方差矩阵重构方法\*

程 雪<sup>1,2</sup> 王英民<sup>1,2†</sup>

(1 西北工业大学航海学院 西安 710072)

(2 西北工业大学 海洋声学信息感知工业和信息化部重点实验室 西安 710072)

**摘要** 多输入多输出声呐在对目标进行测向时会产生复杂的运算量,从而降低算法的测向效率。针对这一问题,提出了一种基于降维变换方法的低复杂度协方差矩阵重构方法。该方法能够抑制噪声,提高目标测向性能。首先利用降维变换方法对接收信号进行波束形成,获得降维的协方差矩阵,再对矩阵进行 Toeplitz 处理,抑制矩阵的相干性。所得到的新的协方差矩阵,通过特征分解获得噪声子空间和信号子空间,利用 MUSIC 方法进行测向。为了进一步降低运算复杂度,利用阵型所满足的旋转不变性,可以采用 ESPRIT 算法对目标进行波达方向估计。理论分析和实验结果表明,该方法有效降低了运算复杂度,提高了算法的测向性能。在有限快拍数的情况下,与传统测向方法相比,具有运算速度快、目标分辨力强的特点。

**关键词** MIMO 声呐,低复杂度,降维变换,Toeplitz

中图分类号: O427.9

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2019)04-0666-08

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.025

## A low complexity covariance matrix reconstruction method of MIMO sonar

CHENG Xue<sup>1,2</sup> WANG Yingmin<sup>1,2</sup>

(1 School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2 Key Laboratory of Ocean Acoustics and Sensing Northwestern Polytechnical University, Ministry of Industry and Information Technology, Xi'an 710072, China)

**Abstract** Multiple-input multiple-output (MIMO) sonar will generate complex operation when it is used to estimate the direction of targets, which will lead to the reduction of algorithm efficiency. To solve this problem, a low complexity covariance matrix reconstruction method based on dimension reduction transformation is proposed. This method can help to suppress noise and improve direction finding performance. Firstly, by using the dimension reduction transformation method to form the echo signals, we can obtain a low dimensional covariance matrix. Then, by employing Toeplitz processing of the matrix to suppress coherence, we can achieve the noise subspace and signal subspace by characterizing new covariance matrix. MUSIC algorithm can be used to estimate the direction of targets. In order to further reduce the computational complexity, we can adopt the ESPRIT algorithm to estimate the direction of arrival (DOA) by utilizing the rotation invariance satisfied by the MIMO array. Both theoretical analysis results and numerical simulation results verify that this algorithm effectively reduces the computational complexity, and improves the direction finding performance. In the condition of limited snapshots, compared with the traditional direction finding methods, it has the characteristics of fast calculation speed and strong target resolution.

**Key words** MIMO sonar, Low complexity, Dimension reduction transformation, Toeplitz

2019-02-08 收稿; 2019-03-25 定稿

\*国家自然科学基金项目 (51879221)

作者简介: 程雪 (1988-), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士研究生, 研究方向: 水下信号与信息处理。

† 通讯作者 E-mail: ywang@nwpu.edu.cn

## 0 引言

多输入多输出(Multiple input multiple output, MIMO)这一思想从MIMO雷达引申而来<sup>[1-3]</sup>,近年来,MIMO声呐在阵列信号处理领域发展迅速<sup>[4-5]</sup>。运用MIMO声呐对多目标进行探测,可以获得更为准确的定位结果。从布阵方式的角度划分,MIMO声呐的阵型可以分为分布式MIMO声呐和密布式MIMO声呐<sup>[6-7]</sup>。分布式MIMO声呐通过大间距布阵,从不同方向对目标进行照射来获得空间分集增益<sup>[8-12]</sup>。密布式MIMO声呐则是利用发射波形的不相干性和接收端的匹配滤波获得波形分集增益,同时得到更多的虚拟阵元和更大的自由度(Degree of freedom, DOF)<sup>[13-15]</sup>。密布式声呐的均匀线列阵的发射与接收阵的阵元中心都是重合的,其阵型又分为发射与接收阵元间距相等和成倍数关系两种情况<sup>[7,16]</sup>。收发共置等间距线阵,经过匹配滤波处理,会产生虚拟阵元重叠,造成自由度的损失,但同时这些重叠的虚拟阵元也起到了抑制波束图副瓣的作用<sup>[17]</sup>。当接收阵列为稀疏阵列时,即接收阵元间距等于发射阵元数乘以发射阵元间距时,接收端的波形存在周期性栅瓣,但与发射波束相乘后,栅瓣刚好与发射波束零点对消。因此,稀疏布阵的MIMO声呐所产生的虚拟阵列,保证了大间距布阵时不产生栅瓣。

在多目标测向领域,与传统的相控阵声呐相比,MIMO声呐提高了角分辨率,扩大了虚拟孔径,增大了可探测目标的数目。利用MIMO声呐对多目标进行探测,如果阵列为发射与接收阵元间距相等的阵列,则需要更多的阵元来弥补虚拟阵列重叠造成的自由度损失。为了减小计算量,对发射信号进行波束形成,将信号能量集中在有效的区域内,可以在提高算法测向性能的同时,降低协方差矩阵的维数<sup>[18-19]</sup>。文献[20]将降维变换法与ESPRIT算法相结合,降低了运算的复杂度并且获得了略优于原始算法的测向效果;Zhang等<sup>[21]</sup>和Tan等<sup>[22]</sup>分别在此方法上进行了改进。Zhang等利用寻址协方差矩阵重构在目标数未知的情况下对目标进行测向;Tan等采用波束空间算法,在降低计算复杂度的同时保持了测向的准确性,但是损失了很大一部分的自由度。针对以上问题及研究现状,本文将降维变换方法与去相干方法相结合,对协方差矩阵进

行重构,在降低计算复杂度的同时,保证了算法的自由度。回波信号经过匹配滤波处理,会产生虚拟阵元,由于本文所研究的是收发合置的均匀线列阵MIMO声呐,因此,所产生的虚拟阵元会有很多重叠,利用降维变换去掉虚拟阵元间的重叠项,对矩阵进行稀疏化,再利用去相干方法对协方差矩阵进行优化,达到抑制波束图副瓣的效果。获得新的协方差矩阵后,对矩阵进行特征值分解,得到信号子空间和噪声子空间,再利用MUSIC算法对多目标进行测向。值得注意的是,由于MIMO阵列是均匀的线阵,经过降维变换后,各虚拟阵元间仍然具有间距相等的特性,因此,子空间满足旋转不变性,可以采用ESPRIT算法进行测向运算,该方法的计算复杂度远远小于MUSIC算法。

## 1 MIMO声呐信号模型

考虑具有一个线形结构的收发合置密布式MIMO声呐系统,发射阵列和接收阵列的几何中心相重合。其中发射阵列为间距半波长的含有 $M$ 个阵元的均匀线阵,接收阵列为间距半波长的含有 $N$ 个阵元的均匀线阵。MIMO声呐的坐标系如图1所示。其中实心圆点表示阵元,阵列中心位于 $O$ 点,以 $O$ 点作为参考点,信号与法线的夹角 $\theta$ 表示目标的波达方向角。以法线为基准,顺时针为正方向,角度的取值范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$ ,逆时针为负方向,角度的取值范围为 $-90^\circ \sim 0^\circ$ 。假设阵元数 $M = 4, N = 4$ ,阵列模型和虚拟阵列模型如图2所示,三角表示发射阵元,圆圈表示接收阵元。在远场条件下,虚拟阵列各阵元的坐标位置等于相应发射、接收阵列阵元坐标的卷积<sup>[23]</sup>,虚拟阵元位置可以表示为 $VP_i = (m + n - 1)d_t, m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots, N$ 。由于发射阵元与接收阵元位置相同,会出现虚拟阵元位置重叠的现象。图2中的

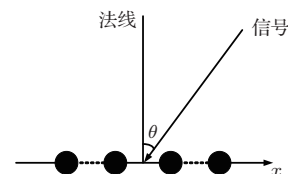


图1 MIMO声呐坐标系

Fig. 1 MIMO sonar coordinate system

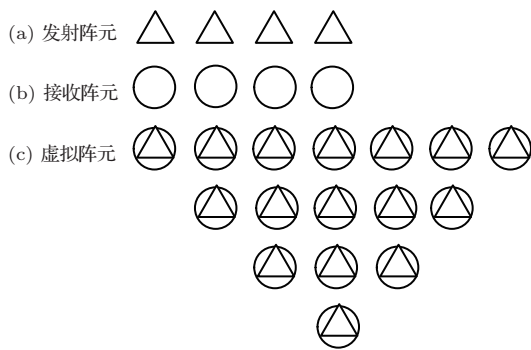


图2 MIMO 声呐阵列模型和虚拟阵元模型

Fig. 2 MIMO sonar array model and virtual element model

每一列都表示一组在相同位置的虚拟阵元。从图中可以看出,本文研究的是发射阵元间距和接收阵元间距相等的MIMO线列阵,即 $d_t = d_r$ ,虚拟阵元间存在很多重叠。这些重叠的虚拟阵元能够起到抑制副瓣的作用。

假设目标与各阵元间不存在多普勒效应,同时,忽略信道起伏、介质吸收、回波畸变和扩展损失对回波信号的影响,只考虑目标散射强度。 $M$ 元发射均匀线列阵同时发射 $M$ 组正交信号 $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_M]$ , $N$ 元接收均匀线列阵接收信号。假设目标数为 $K$ ,满足条件 $K < MN$ ,则有 $M \times K$ 维发射阵列流形矩阵 $\mathbf{A}_T = [\mathbf{a}_t(\theta_1), \mathbf{a}_t(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_K)]$ 和 $N \times K$ 维接收阵列流形矩阵 $\mathbf{A}_R = [\mathbf{a}_r(\theta_1), \mathbf{a}_r(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_r(\theta_K)]$ 。本文所提出的算法性能不受发射、接收阵列阵元数是否相等的影响,那么接收阵列上的回波信号为

$$\mathbf{X} = \sum_{k=1}^K \beta_k \mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k) \mathbf{S} + \mathbf{N}, \quad (1)$$

其中, $\beta_k$ 为各发射正交信号的复振幅, $(\ )^T$ 表示转置, $\mathbf{N}$ 是零均值方差为 $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{MN}$ 的高斯白噪声矩阵,并且发射信号与噪声不相关。对回波信号进行匹配滤波处理,由于发射信号间的不相干性,可以将信号 $\mathbf{S}$ 的协方差矩阵简化为矩阵 $\mathbf{I}_{M \times M}$ ,因此,在接收端对匹配滤波得到的信号进行向量化,可以得到一个 $MN \times 1$ 维的向量:

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \text{vec} \left( \left( \sum_{k=1}^K \beta_k \mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k) \mathbf{S} + \mathbf{N} \right) \mathbf{S}^H \right) \\ &= \sum_{k=1}^K \beta_k \mathbf{a}_{tr}(\theta_k) + \mathbf{n}, \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中, $(\ )^H$ 表示共轭转置,

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{tr}(\theta_k) &= \mathbf{a}_t(\theta_k) \otimes \mathbf{a}_r(\theta_k) = \mathbf{a}_r(\theta_k) \mathbf{a}_t^T(\theta_k), \\ \mathbf{n} &= \text{vec}(\mathbf{N} \mathbf{S}^H), \end{aligned}$$

服从零均值、协方差矩阵为 $\sigma_n^2 \mathbf{I}_{MN}$ 的复高斯分布。令

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}_{tr}(\theta_1), \mathbf{a}_{tr}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_{tr}(\theta_K)],$$

$\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_K]^T$ ,式(2)可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} \boldsymbol{\beta} + \mathbf{n}. \quad (3)$$

取 $L$ 个采样点数组成的接收信号矩阵为

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(L)],$$

取

$$\mathbf{B} = [\boldsymbol{\beta}(1), \boldsymbol{\beta}(2), \dots, \boldsymbol{\beta}(L)],$$

$\mathbf{W} = [\mathbf{n}(1), \mathbf{n}(2), \dots, \mathbf{n}(L)]$ ,可以得到离散化的接收信号矩阵 $\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{B} + \mathbf{W}$ ,因此,回波信号的协方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}_{YY} = \frac{1}{L} \mathbf{Y} \mathbf{Y}^H = \mathbf{A} \mathbf{R}_{BB} \mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{MN}, \quad (4)$$

其中, $\mathbf{R}_{BB} = \frac{1}{L} \mathbf{B} \mathbf{B}^H$ 。发射与接收阵元个数越多,所形成的虚拟阵元也越多,协方差矩阵的维数越大,在一定程度上能够增强传统MIMO测向算法的性能,但是也会产生巨大的计算量,影响算法的效率。因此,需要在保证测向精度的情况下,降低协方差矩阵的维数。

## 2 低复杂度的协方差矩阵重构方法

考虑一个发射阵元数为 $M$ 、接收阵元数为 $N$ 的收发合置线列阵,由于对接收端的回波信号进行匹配滤波处理,会产生一个维数较大的协方差矩阵,特别是在阵元数很大的情况下,协方差矩阵的维数将会快速增大,这将会在很大程度上提高算法的复杂度,在实际应用中,导致计算耗时过长。为了解决这一问题,考虑到阵元间距相等的MIMO声呐线列阵的特点,由波形分集特性所产生的虚拟阵元间存在重叠,可以考虑去掉多余的虚拟阵元,仅保留各阵元的有效信息,再利用Toeplitz方法对协方差矩阵进行去相干处理。定义阵列流形矩阵 $\mathbf{A} = \mathbf{G} \mathbf{B}$ ,那么, $\mathbf{B} = [\mathbf{b}(\theta_1), \mathbf{b}(\theta_2), \dots, \mathbf{b}(\theta_K)]$ , $\mathbf{b}(\theta_k) = [1, e^{-j\pi \sin(\theta_k)}, \dots, e^{-j\pi(M+N-2) \sin(\theta_k)}]^T$ ,

$\mathbf{G}$ 可以表示为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \left. \begin{array}{cccccc} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & \cdots & 0 \\ & & & & \vdots & & \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} M \\ M \\ M \end{array} \\ \in \mathbb{C}^{MN \times (M+N-1)}. \end{bmatrix} \quad (5)$$

根据表达式(5), 可以得到降维变换矩阵  $\mathbf{W} = (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-\frac{1}{2}} \mathbf{G}^H$ , 对回波信号的协方差矩阵进行处理, 可以得到

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{W} \mathbf{R}_{YY} \mathbf{W}^H \\ &= \mathbf{W} \mathbf{A} \mathbf{R}_{BB} \mathbf{A}^H \mathbf{W}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{M+N-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

由式(6)可以看出, 降维变换并没有引起色噪声。为了保证协方差矩阵的不相干性, 对降维后的协方差矩阵进行去相干处理。由于降维变换已经损失了一部分的自由度, 如果采用最常用的空间平滑法去相干, 会导致MIMO声呐阵列的自由度进一步减小, 从而降低可探测目标数, 将会严重影响MIMO声呐的优势。因此, 采用Toeplitz方法进行去相干处理, 保证了阵列自由度, 同时也保证了协方差矩阵内信号的不相干性。

$$\begin{aligned} \hat{r}_{mn} &= \hat{r}(m-n) = \frac{1}{M+N-1-(m-n)} \\ &\quad \times \sum_{i=1}^{M+N-1-(m-n)} \hat{r}_{i(i+m-n)}, \quad m \leq n, \\ \hat{r}_{mn} &= \hat{r}(m-n) = \hat{r}(-(m-n)) = \hat{r}_{mn}^C, \\ &\quad m > n, \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)中,  $(\cdot)^C$ 表示共轭,  $\hat{r}_{mn}$ 表示矩阵中第 $m$ 行、第 $n$ 列的元素, 所得到的新的协方差矩阵用 $\hat{\mathbf{R}}$ 表示。

对 $\hat{\mathbf{R}}$ 进行特征值分解, 可以得到 $(M+N-1) \times K$ 维的信号子空间 $\mathbf{U}_s$ 和噪声子空间 $\mathbf{U}_N$ 。因此, 可以进一步构造MUSIC算法的空间谱函数:

$$P(\theta) = \frac{1}{\left[ (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{\frac{1}{2}} \mathbf{b}(\theta) \right]^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \left[ (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{\frac{1}{2}} \mathbf{b}(\theta) \right]}. \quad (8)$$

影响算法复杂度的主要因素有三个: 协方差矩阵的构造、特征值分解和谱峰搜索。为了进一步降低计算复杂度, 可以选择不需要谱峰搜索、计算复杂度更低的ESPRIT算法。构造新的信号子空间  $\mathbf{E} = (\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}_s$ , 由此可以得到 $\mathbf{E}_1$ 和 $\mathbf{E}_2$ :

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 \\ \mathbf{e}_{M+N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{E}_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{e}_1 \in \mathbb{C}^{1 \times K}$ 和 $\mathbf{e}_{M+N-1} \in \mathbb{C}^{1 \times K}$ 分别为 $\mathbf{E}$ 的第一行和最后一行。可以得到矩阵 $\boldsymbol{\psi} = \mathbf{E}_1^+ \mathbf{E}_2$ ,  $(\cdot)^+$ 表示广义逆。

### 3 数值仿真与分析

为了验证协方差矩阵重构方法的有效性, 将利用文中提到的两种测向算法(MUSIC算法和ESPRIT算法)进行测向, 并对算法的性能进行分析。通过不同的仿真条件, 对比两种不同的算法在测向性能上的优势和不足。仿真实验中采用的是密布式MIMO声呐线列阵, 发射和接收阵列的几何中心重合, 阵元数 $M=N=8$ , 阵元间距都为半波长。目标数目为 $K=2$ , 来波方向为 $\theta_1 = -10^\circ, \theta_2 = 5^\circ$ 。

首先分析算法的复杂度。影响复杂度的主要因素有协方差矩阵的构造、特征值分解和谱峰搜索。因此, 传统MUSIC(以下简称MUSIC)算法的复杂度为 $O\{M^2 N^2 L + M^3 N^3 + n[MN(MN-K) + MN-K]\}$ , 其中 $L$ 为快拍数,  $n$ 为谱峰搜索的次数。低复杂度协方差矩阵重构MUSIC算法(以下简称低复杂度MUSIC算法)的复杂度为 $O\{(M+N-1)^2 L + (M+N-1)^3 + n[(M+N-1)(M+N-1-K) + M+N-1-K]\}$ 。传统ESPRIT算法(以下简称ESPRIT算法)的复杂度为 $O\{M^2 N^2 L + M^3 N^3 + K^3\}$ 。低复杂度协方差矩阵重构ESPRIT算法(以下简称低复杂度ESPRIT算法)的复杂度为 $O\{(M+N-1)^2 L + (M+N-1)^3 + K^3\}$ 。

图3给出了以上四种算法的复杂度。从图3中可以看出,算法的复杂度随着快拍数的增大,呈现出缓慢上升的趋势。复杂度与快拍数基本呈线性关系。文中提到的低复杂度重构算法的计算复杂度整体低于传统的对应算法。低复杂度ESPRIT算法在计算量上最有优势,但是随着快拍数的增大,两种低复杂度算法在计算量上趋于一致。

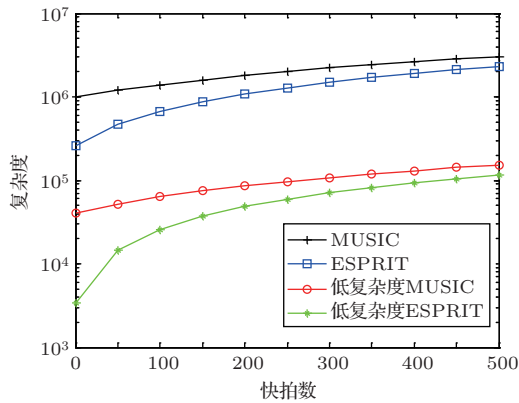


图3 四种算法的复杂度与快拍数的关系

Fig. 3 Complexity versus snapshots for four algorithms

从图3可以看出,文中所提的协方差矩阵重构方法显著降低了算法的计算复杂度,并且在快拍数较低的情况下,低复杂度ESPRIT方法比低复杂度MUSIC方法具有更大的优势。为了进一步分析算法的性能,对以上四种算法的测向精度进行仿真运算,也就是计算均方根误差(Root-mean-square error, RMSE),用式(10)表示:

$$\text{RMSE} = \frac{1}{\text{mont}} \sum_{i=1}^{\text{mont}} \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\hat{\theta}_k^{(i)} - \theta_k)^2}, \quad (10)$$

其中, mont 表示算法独立运算的次数,  $\hat{\theta}_k^{(i)}$  表示第  $i$  次运算的测向结果。如果没有特别说明,文中的仿真次数均为  $\text{mont} = 500$ 。

图4给出了四种算法均方根误差与信噪比之间的关系,此时快拍数  $L = 20$ 。从图4中可以看出,低复杂度协方差矩阵重构方法的测向性能整体优于传统的MIMO声呐测向算法。在信噪比为  $-30 \text{ dB} \sim -15 \text{ dB}$  时,低复杂度ESPRIT算法具有最低的均方根误差,随着信噪比的增大,低复杂度MUSIC算法的测向精度略优于低复杂度ESPRIT算法,与MUSIC算法基本一致。当信噪比增大至

$-10 \text{ dB}$  时, MUSIC算法与低复杂度MUSIC算法的均方根误差曲线重合,在  $0 \text{ dB}$  时减小到接近于  $0^\circ$ , 此时的测向精度优于两种ESPRIT方法。从图4中还可以看出,与传统算法相比,低复杂度算法在降低计算复杂度的同时,提高了算法的测向精度。调整快拍数,得到算法性能与快拍数的关系如图5所示。从图5中可以看出,算法的测向精度随着快拍数的增大而提高,但是受快拍数的影响并不是很大。在低信噪比的情况下,低复杂度ESPRIT算法的性能优于低复杂度MUSIC算法,但是随着信噪比的提高,低复杂度MUSIC算法具有更好的测向性能。当信噪比较高,也就是大于  $-10 \text{ dB}$  时,两种MUSIC算法的测向精度优于两种ESPRIT算法。信噪比

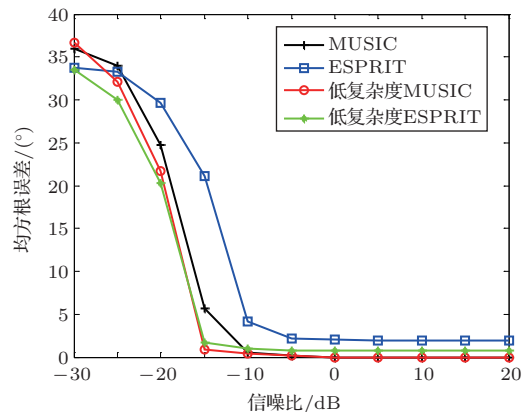


图4 四种算法的测向均方根误差与接收信号信噪比的关系

Fig. 4 RMSE versus SNR for four algorithms

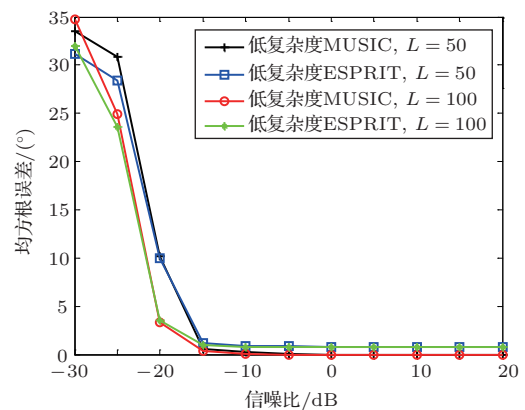


图5 在不同快拍数的条件下,四种算法的测向均方根误差与接收信号信噪比的关系

Fig. 5 RMSE versus SNR for four algorithms in different snapshots



达到-5 dB时，MUSIC算法的测向均方根误差很接近于0，而此时ESPRIT算法的测向均方根误差约为1°。在信噪比为-30 dB ~ -15 dB 范围内，快拍数  $L = 100$  时算法的均方根误差曲线下降速度比  $L = 50$  的情况快。总体上来看，低复杂度算法对快拍数的变化敏感度较低，算法性能比较稳定，在信噪比较低并且快拍数有限的情况下，具有明显的优势。

为了进一步分析文中所提出的算法的性能，对算法的分辨临近角度目标的成功概率进行仿真计算，成功判据表达式可以表示为

$$\begin{aligned} \left| \hat{\theta}_k - \theta_k \right| &\leq \Delta\theta/2, \\ k &= 1, 2, \dots, K, \end{aligned} \quad (11)$$

式(11)中， $\Delta\theta = |\theta_2 - \theta_1|$ 。当所有的目标角度满足式(11)时，认为算法可以成功分辨两个目标。缩小两目标间的角度差， $\theta_1 = -3^\circ$ ， $\theta_2 = 5^\circ$ 。分别对四种算法进行500次仿真计算，如果所得到的各目标测向结果均满足表达式(11)，那么记为1，否则记为0，用满足表达式(11)的次数除以总实验次数，所得到的数值计为当前信噪比条件下的成功概率。四种算法的成功概率如图6所示，两种低复杂度算法在  $\text{SNR} = -15 \text{ dB}$  时基本接近100%，MUSIC算法的信噪比门限为  $\text{SNR} = -10 \text{ dB}$ ，ESPRIT算法在  $\text{SNR} = -5 \text{ dB}$  时成功概率才达到100%。由此可以看出，低复杂度算法的信噪比门限要优于两种传统算法。低复杂度ESPRIT算法对目标分辨的成功概率整体高于低复杂度MUSIC算法。因此，文中所提出的算法具有更好的鲁棒性。

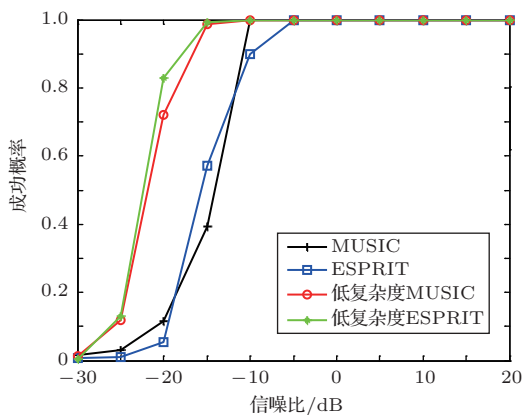


图6 四种算法对临近角度目标的分辨能力与接收信号信噪比的关系

Fig. 6 Probability of resolution of adjacent targets versus SNR for four algorithms

#### 4 水池实验数据处理

为了进一步验证文中所提低复杂度协方差矩阵重构算法的有效性，本文进行了水池实验。水池的长、宽、深分别为20 m、8 m和7 m。考虑到发射换能器的声源级较小，因此到达远场接收阵的信号功率很小，在这种情况下，目标反射的回波信号已经无法分辨。为了增大发射信号的能量，保证实验效果，需要在发射端的信号发生器处连接功率放大器。水池实验的信号采集设备的布局如图7所示。需要说明的是，实验中发射阵列与接收阵列为收发合置装置，图7中为了便于绘图和读者理解，将两个阵列分开绘制。发射阵列和接收阵列都是由8个换能器组成的间距为半波长的均匀线列阵，由行车将发射接收线列阵布放在距离水面3 m以下的水中。各换能器分别发射中心频率为14.4 kHz ~ 15.8 kHz的CW 脉冲信号。两个目标采用相同材质的空心铁球，以保证目标对探测信号具有相同的反射能力。两目标的方向为  $\theta_1 = 0^\circ$ ， $\theta_2 = 25^\circ$ ，其余参数不变，采用MUSIC算法和低复杂度MUSIC算法对目标进行测向，所得到的结果如图8所示。

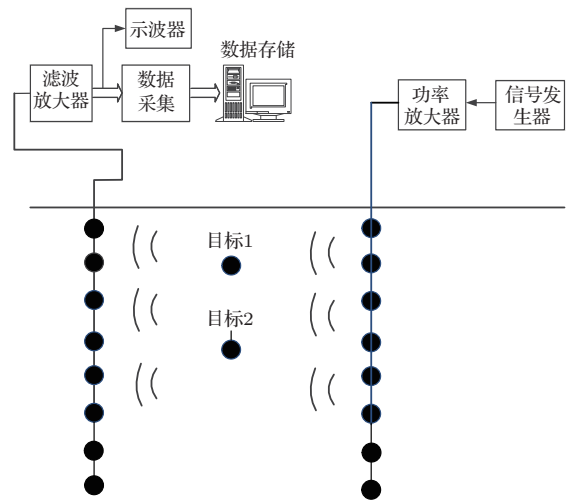


图7 水平线阵数据采集系统俯视图

Fig. 7 Top view of horizontal array data acquisition system

从图8中可以看出，两种算法都能够分辨两目标，但是，MUSIC算法受水池中噪声影响较大，背景噪声较高，谱峰较宽， $\theta_2 = 25^\circ$  处的目标测向结果偏差较大，测向角度为  $\hat{\theta}_1 = -3^\circ$ ， $\hat{\theta}_2 = 27^\circ$ ，对目标的波达方向估计并不准确。而低复杂度MUSIC算法的性能明显优于MUSIC算法，背景噪声低于

-40 dB, 并且谱峰很尖锐, 测向角度为  $\hat{\theta}_1 = -1^\circ$ ,  $\hat{\theta}_2 = 25^\circ$ 。因此, 低复杂度 MUSIC 算法测向精度高于 MUSIC 算法。

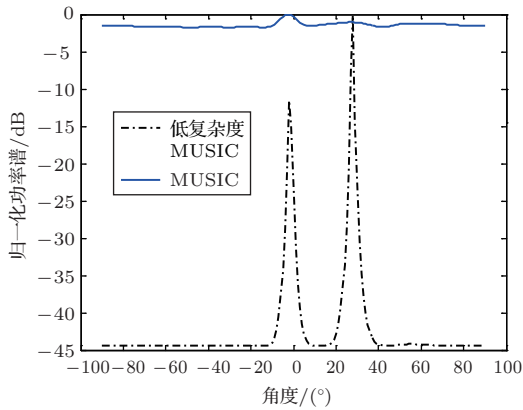


图8  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 25^\circ$  时两种算法的归一化功率谱  
Fig. 8 The normalized power spectrum for two algorithms,  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 25^\circ$

进一步缩小两目标的角度间隔, 将两个目标的方向调整为  $\theta_1 = 5^\circ, \theta_2 = 20^\circ$ , 所得到的测向结果如图9所示。与图8相比, 低复杂度 MUSIC 算法的背景噪声幅度有所升高, 约为 -25 dB, 但是谱峰尖锐, 仍然能够准确地分辨两个目标, 测向结果的角度分别为  $\hat{\theta}_1 = 6^\circ, \hat{\theta}_2 = 20^\circ$ 。而 MUSIC 算法的测向结果与图8相比基本一致, 仍然存在主瓣宽、背景噪声高的特点。由此可见, 低复杂度的 MUSIC 算法有效地抑制了噪声对算法性能的影响, 在降低了计算

复杂度的同时, 能够对两个角度间隔较小的目标进行准确的测向。由于 ESPRIT 算法不需要进行谱峰搜索, 因此无法绘制功率谱图。利用 ESPRIT 算法对水池实验所获得的数据进行处理, 所得到的测向结果如表1所示。低复杂度 ESPRIT 算法的测向精度受两目标角度间隔的影响较小, 均方根误差均达到了  $1^\circ$ , 而 ESPRIT 算法的测向性能, 随着两目标角度间隔的减小而降低。从表1可以看出, ESPRIT 算法的水池实验结果与仿真实验的结果一致, 低复杂度 ESPRIT 算法的测向精度高于 ESPRIT 算法。水池实验和仿真结果都验证了低复杂度算法的有效性。

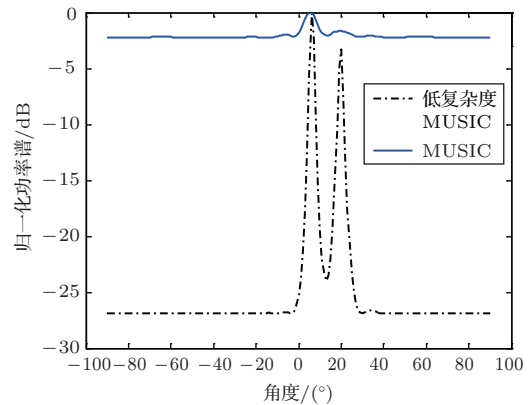


图9  $\theta_1 = 5^\circ, \theta_2 = 20^\circ$  时两种算法的归一化功率谱  
Fig. 9 The normalized power spectrum for two algorithms,  $\theta_1 = 5^\circ, \theta_2 = 20^\circ$

表1 ESPRIT 算法的水池实验结果

Table 1 Pool experiment results of ESPRIT algorithm

算法	真实角度 1	测向角度 1	真实角度 2	测向角度 2
低复杂度 ESPRIT	$\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 25^\circ$	$\theta_1 = 1^\circ, \theta_2 = 26^\circ$	$\theta_1 = 5^\circ, \theta_2 = 20^\circ$	$\theta_1 = 4^\circ, \theta_2 = 21^\circ$
ESPRIT	$\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 25^\circ$	$\theta_1 = -2^\circ, \theta_2 = 27^\circ$	$\theta_1 = 5^\circ, \theta_2 = 20^\circ$	$\theta_1 = 2^\circ, \theta_2 = 22^\circ$

## 5 结论

考虑到 MIMO 声呐测向计算中, 由于高维度协方差矩阵导致计算量过大的问题, 提出了一种适用于有限快拍数的低复杂度协方差矩阵重构方法。利用降维变换方法, 去掉了虚拟矩阵中重叠的阵元, 在保留完整目标信息的条件下, 对协方差矩阵进行稀疏化处理。然后利用 Toeplitz 方法去除协方差矩阵

内部的相干性, 增强了算法的鲁棒性。利用 MUSIC 算法对重构的协方差矩阵进行测向运算, 为了进一步降低运算的复杂度, 可以利用 MIMO 声呐线列阵的阵型优势, 采用 ESPRIT 算法对目标进行测向。这是由于阵列在降维变换后, 仍然具有阵元间距相等的特性, 满足旋转不变性。理论分析和仿真结果表明, 低复杂度的 MUSIC 和 ESPRIT 算法具有优于传统对应算法的测向性能。在快拍数有限的

条件下,两种算法都能够有效地抑制噪声,提高算法的测向精度。在信噪比较低的情况下,低复杂度ESPRIT具有更好的测向性能。水池实验结果验证了利用低复杂度协方差矩阵重构算法对目标进行精确测向的有效性。

### 参 考 文 献

- [1] Li J, Stoica P. MIMO radar signal processing[M]. Wiley IEEE Press, 2009.
- [2] Fishler E, Haimovich A, Blum R, et al. MIMO radar: an idea whose time has come[C]. IEEE National Radar Conference, 2004: 71–78.
- [3] Bekkerman I, Tabrikian J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(10): 3873–3883.
- [4] Yan P, Petillot Y, Capus C, et al. Broadband MIMO sonar system: a theoretical and experimental approach[C]. International Conference and Exhibition on Underwater Acoustic Measurements, 2009.
- [5] Sharaga N, Tabrikian J, Messer H. Optimal cognitive beamforming for target tracking in MIMO radar/sonar[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2015, 9(8): 1440–1450.
- [6] Li J, Stoica P, Xu L, et al. On parameter identifiability of MIMO radar[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 14(12): 968–971.
- [7] Li J, Stoica P. MIMO radar with colocated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5): 106–114.
- [8] Haimovich A M, Blum R S, Cimini L J. MIMO radar with widely separated antennas[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(1): 116–129.
- [9] Maio A D, Lops M, Venturino L. Diversity-integration tradeoffs in MIMO detection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 5051–5061.
- [10] He Q, Blum R S, Godrich H, et al. Target velocity estimation and antenna placement for MIMO radar with widely separated antennas[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(1): 79–100.
- [11] Akcakaya M, Nehorai A. MIMO radar sensitivity analysis for target detection[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7): 3241–3250.
- [12] Hassanien A, Vorobyov S A, Gershman A B. Moving target parameters estimation in noncoherent MIMO radar systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(5): 2354–2361.
- [13] Boyer R. Performance bounds and angular resolution limit for the moving colocated MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(4): 1539–1552.
- [14] Wilcox D, Sellathurai M. On MIMO radar subarrayed transmit beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(4): 2076–2081.
- [15] Hua G, Abeysekera S S. Receiver design for range and doppler sidelobe suppression using MIMO and phased-array radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(6): 1315–1326.
- [16] Hassanien A, Vorobyov S A. Phased-MIMO radar: a tradeoff between phased-array and MIMO radars[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(6): 3137–3151.
- [17] Cheng X, Wang Y. Multi-target localization analysis based on nonparametric spectral estimation method for MIMO sonar[C]. 2017 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (IC-SPCC), 2017.
- [18] Khabbazibasmenj A, Hassanien A, Vorobyov S A, et al. Efficient transmit beamspace design for search-free based DOA estimation in MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(6): 1490–1500.
- [19] Hassanien A, Vorobyov S A, Khabbazibasmenj A. Transmit radiation pattern invariance in MIMO radar with application to DOA estimation[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(10): 1609–1613.
- [20] Zhang X, Xu D. Low-complexity ESPRIT-based DOA estimation for colocated MIMO radar using reduced-dimension transformation[J]. Electronics Letters, 2011, 47(4): 283–284.
- [21] Zhang Y, Zhang G, Wang X. Computationally efficient DOA estimation for monostatic MIMO radar based on covariance matrix reconstruction[J]. Electronics Letters, 2017, 53(2): 111–113.
- [22] Tan J, Nie Z, Wen D. Low complexity MUSIC-based direction-of-arrival algorithm for monostatic MIMO radar[J]. Electronics Letters, 2017, 53(4): 275–277.
- [23] Zhang W, Vorobyov S A. Joint robust transmit/receive adaptive beamforming for MIMO radar using probability-constrained optimization[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 23(1): 112–116.