

◇ 李启虎院士八十华诞学术论文 ◇

快速正交搜索算法在水声信号处理中的应用*

盛斯雨 郭 微 付金山[†] 朴胜春

(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

摘要 信号的谱估计技术作为一种十分重要且应用广泛的信号分析处理手段,对其性能的不断改进一直是水声信号处理领域研究的重点和热点。对此,该文将快速正交搜索算法应用于水声信号的谱估计中,通过隐式正交对参数进行搜索,实现对信号频率、幅度、相位的估计。仿真和实验数据处理结果表明,相较于传统的谱估计方法,该方法能稳定且准确地估计水声信号的多个参数,获得频率分辨率较高的谱估计结果。

关键词 快速正交搜索,谱估计,高分辨率

中图分类号: O429

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2019)04-0712-08

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.031

Application of fast orthogonal search algorithm in underwater acoustic signal processing

SHENG Siyu GUO Wei FU Jinshan PIAO Shengchun

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract As a very important and widely used signal analysis and processing method, spectrum estimation technology has been the focus and hot spot in the field of underwater acoustic signal processing. In this paper, the fast orthogonal search algorithm is applied to the spectrum estimation of underwater acoustic signals. The parameters are searched by implicit orthogonal method to estimate the frequency, amplitude and phase of the signal. The simulation and experimental data processing results show that compared with the traditional spectral estimation method, this method can estimate many parameters of underwater acoustic signal stably and accurately, and obtain the spectral estimation results with high frequency resolution.

Key words Fast orthogonal search, Spectral estimation, High resolution

2019-02-14 收稿; 2019-03-25 定稿

*国家自然科学基金项目 (11474073)

作者简介: 盛斯雨 (1995-), 女, 黑龙江哈尔滨人, 硕士研究生, 研究方向: 水声信号的时频分析、方位估计等。

[†] 通讯作者 E-mail: fujinshan@hrbeu.edu.cn

0 引言

快速正交搜索 (Fast orthogonal search, FOS) 算法是由美国学者 Korenberg^[1] 在 1989 年提出的一种非线性建模技术。在快速正交搜索过程中, 采用了隐式正交的方法, 最大限度地减小估算量相对于数据的均方误差^[2]。该算法的实现是在候选函数中进行搜索, 选出模型项并从候选函数中去除, 对剩余候选函数重复上述搜索过程, 直到满足停止条件之一时搜索结束^[3], 得到的模型项可对信号进行还原。三种停止条件分别为 (1) 指定个数的模型项被搜索出来, (2) 剩余均方误差足够小, (3) 剩余候选函数不能使均方误差产生足够大的减小量^[4]。FOS 算法的应用涉及许多领域, 文献 [5] 中提出将 FOS 算法与卡尔曼滤波方法结合, 对系统剩余高阶非线性误差得不到补偿进行了研究。文献 [2] 在 FOS 算法的基础上提出了一种描述土木结构损伤的新方法, 这种方法可将结构的动态变化与结构损伤联系起来。此外, 该算法还被用于语言信号压缩、磁共振成像、非线性系统模型辨识^[6]、非线性预测控制等领域^[7]。本文将 FOS 算法应用于水声信号的谱估计中, 通过快速正交搜索来实现对水声信号频率、幅值等参数的估计。

功率谱估计技术是一个具有强大生命力的研究领域^[8], 目前水声信号的谱估计方法多为经典法和现代法。通过对自相关函数求傅里叶变换可以得到随机信号的功率谱, 经典法正是基于此提出的^[9-10], 经典功率谱估计方法包括周期图法、自相关法^[11-12]以及 Welch 法^[13]等。快速傅立叶变换 (Fast Fourier Transformation, FFT) 这一算法^[13-14]的提出在极大程度上减少了运算时间, 使得周期图法成为应用广泛的谱估计方法, 又被称为直接法^[15]。但其频率分辨率受数据长度的限制, 需要较长的数据样本才能达到足够高的频率分辨率。但 FFT 长度越大, 背景噪声谱估计的方差越大, 会增大线谱检测的虚警^[16]。为了获得高频率分辨率的谱估计结果, AR 模型^[17]、MUSIC 法^[18]、MVDR 等高分辨率的谱估计算法^[19]被相继提出。近年来, 压缩感知^[20]等新技术也被应用于少量数据样本的高分辨率谱估计中并取得了很好的效果。但以上谱估计方法多存在计算量大、依赖先验知识等问题。

本文将 FOS 算法应用于水声信号处理中, 在估计出信号频率参数的同时, 还能对信号的幅度、相

位信息进行有效的估计。相比于经典谱估计方法, FOS 可实现更高频率分辨率的谱估计。相比于现代谱估计方法, FOS 算法运算更快, 存储内存更小, 用更少的模型项建立更精确的模型。通过对仿真信号以及海上实验接收数据的处理结果进行分析, 并将基于 FOS 的谱估计方法与现有的部分谱估计方法进行性能方面的比较, 结果验证了该方法在水声信号处理应用中的可行性、准确性, 并得出基于 FOS 的功率谱估计方法能稳定地提供高频率分辨率谱估计的结果。

1 快速正交搜索算法

1.1 算法原理

快速正交搜索算法利用任意一组非正交候选函数 $p_m(n)$ 找到一个输入函数 $y(n)$ 的函数展开式, 该函数展开式与输入信号的均方误差最小。

输入信号 $y(n)$ 可以用任意候选函数 $p_m(n)$ 展开成

$$y(n) = \sum_{m=0}^M a_m p_m(n) + \varepsilon(n), \quad (1)$$

其中, a_m 是函数展开的系数, $\varepsilon(n)$ 是误差项。

利用格拉姆·施密特正交方法^[21], 可将式 (1) 改写成

$$y(n) = \sum_{m=0}^M g_m w_m(n) + e(n), \quad (2)$$

其中, $w_m(n)$ 是由候选函数 $p_m(n)$ 派生的一系列正交函数, g_m 是 $w_m(n)$ 的权值, $e(n)$ 是误差项。此时系统的均方误差为

$$\overline{\varepsilon^2(n)} = \overline{y^2(n)} - \sum_{m=0}^M g_m^2 \overline{w_m^2(n)}, \quad (3)$$

其中, $\overline{(\cdot)}$ 为计算时域均值。FOS 算法利用隐式正交法, 不用计算出每一个正交函数, 只需计算出正交系数即可。类比正交化过程, 定义 $D(m, r)$ 和 $C(m)$ 可得

$$D(m, 0) = \overline{p_m(n)p_0(n)}, \quad (4)$$

$$D(m, r) = \overline{p_m(n)p_r(n)} - \sum_{i=0}^{r-1} \alpha_{ri} D(m, i), \quad (5)$$

$$C(0) = \overline{y(n)p_0(n)}, \quad (6)$$

$$C(m) = \overline{y(n)p_m(n)} - \sum_{r=0}^{m-1} \alpha_{mr} C(r). \quad (7)$$

施密特系数 α_{mr} 和正交系数 g_m 可以利用以下等式得到:

$$\alpha_{mr} = \frac{\overline{p_m(n)w_r(n)}}{\overline{w_r^2(n)}} = \frac{D(m,r)}{D(r,r)}, \quad (8)$$

$$g_m = \frac{\overline{y(k)w_m(k)}}{\overline{w_m^2(k)}} = \frac{C(m)}{D(m,m)}. \quad (9)$$

最后, FOS 可以利用正交展开式的系数 g_m 来计算原函数展开的系数 a_m , 计算过程如下:

$$a_m = \sum_{i=m}^M g_i v_i, \quad (10)$$

$$v_m = \begin{cases} 1, & i = m, \\ -\sum_{r=m}^{i-1} \alpha_{ir} v_r, & m < i \leq M. \end{cases}$$

该算法的核心就是根据均方误差的大小来确定系统模型项 $p_m(n)$, 引入第 m 项候选函数会使均方误差的减小量为

$$Q_m = g_m^2 \overline{w_m^2(n)} = g_m^2 D(m,m). \quad (11)$$

FOS 通过减小均方误差来利用少数模型项建立合适的模型, 并在满足停止条件时结束搜索过程。FOS 以均方误差为标准, 选取合适的候选函数, 可以在没有先验信息的情况下反映出当前的误差模型。

1.2 算法流程

利用 FOS 算法进行谱估计的过程如图 1 所示。首先, 对候选函数进行隐式正交, 由于计算过程中不需要求解正交函数, 所以在一定程度上减少了运算量; 接下来对频率和相位进行搜索, 以均方误差的减小量为选择标准, 使得均方误差减小量最大的候选函数被搜索出来, 作为模型项; 继续重复搜索过程, 直到满足停止搜索条件时结束搜索; 最后, 利用搜索过程中求得的正交系数对各频率分量的幅值进行求解。

为了研究 FOS 算法在高分辨率谱估计方面的性能以及对信号幅度和相位参数估计的准确性, 本文将会用到较常用的 FFT 方法和具有较高分辨率的 MVDR 谱估计方法, 与 FOS 算法进行比较。首先, 分别利用三种方法对仿真信号进行谱估计, 分析算法的性能。其次, 利用海上实验数据的处理结果, 验证基于快速正交搜索的谱估计方法的可行性。下文给出的 LOFAR 图中显示色阶的颜色栏均代表分贝 (dB)。

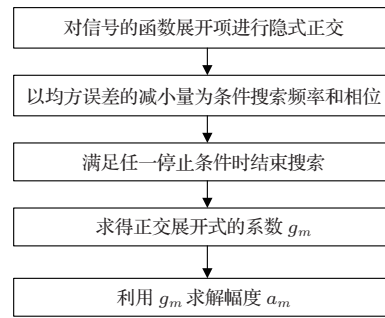


图 1 FOS 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of FOS algorithm

2 不同谱估计算法的性能比较

2.1 谱估计结果的频率分辨率对比

本小节将分别用 FOS、FFT、MVDR 三种方法对仿真信号进行处理, 信号包含三个频率的正弦信号的叠加, 分别为 $f_1 = 504.9$ Hz、 $f_2 = 505.5$ Hz、 $f_3 = 509.8$ Hz, 三个频率对应的信噪比分别为 $\text{SNR}_1 = 20$ dB、 $\text{SNR}_2 = 15$ dB 和 $\text{SNR}_3 = 10$ dB, 噪声为高斯白噪声。信号的时间长度为 3 s, 采样率为 2 kHz, FOS 搜索频率范围从 500 ~ 515 Hz, 步长为 0.1 Hz。利用上述三种方法获得的处理结果如图 2 所示。

图 2(a) 和 图 2(b) 分别为 FOS 和 MVDR 同 FFT 处理时间长度为 3 s 的仿真信号的对比结果, 图 2(c) 是 FFT 分别处理时间长度为 3 s 和 10 s 仿真信号的对比结果。通过图 2(a) 可知, 经过 FOS 处理得到的功率谱只在信号的三个频率处有值, 无旁瓣干扰; FFT 虽然能检测到三个正弦信号的频率, 但是频率分辨率较低, 旁瓣较突出, 会影响信号频率估计的准确性。在图 2(b) 中, 相比于 FFT 的处理结果, MVDR 方法能够给出频率分辨率较高、旁瓣较低的谱估计结果, 但是旁瓣依然存在。由此可见, FOS 的谱估计性能最好。由于仿真中设置的 FOS 的频率搜索步长为 0.1 Hz, 因此利用时间长度为 10 s 的仿真信号再次进行 FFT 谱估计, 在图 2(c) 的处理结果中, FFT 达到了同 FOS 算法一样的频率分辨率, 能够准确地估计出信号的频率, 相较于利用时间长度为 3 s 的仿真信号的 FFT 处理结果, 旁瓣有了明显的降低。

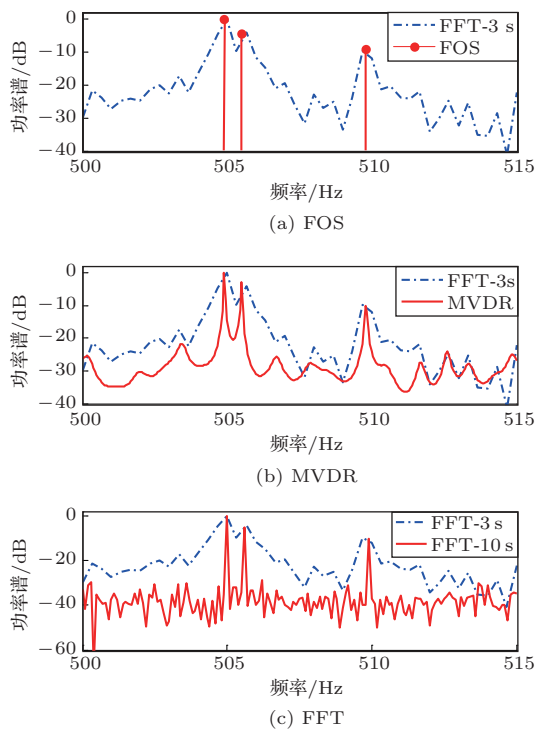


图2 三种方法对信号的谱估计处理结果

Fig. 2 Spectrum estimation results of signal by three methods

由此可见,在信号长度相同的情况下,FOS和MVDR能比FFT提供更高的频率分辨率,信号频率估计结果更准确;在频率分辨率相同的情况下,相比于FFT,FOS可以用更短的数据长度就得到同样分辨率的频率估计结果。在谱估计结果显示方面,FFT和MVDR的处理结果中存在旁瓣干扰影响,特别是FFT在分析较短的数据时,影响更为突出,而利用FOS得到的功率谱在除信号以外的部分都为零,无旁瓣影响。

2.2 不同信噪比情况下的谱估计性能对比

本小节将讨论在不同信噪比的情况下,FOS、MVDR和FFT三种方法的谱估计性能。将2.1节中仿真信号包含的三个正弦信号的信噪比分别设置为 $\text{SNR}_1 = 40 \text{ dB}$ 、 $\text{SNR}_2 = 35 \text{ dB}$ 、 $\text{SNR}_3 = 30 \text{ dB}$ 和 $\text{SNR}_1 = 15 \text{ dB}$ 、 $\text{SNR}_2 = 10 \text{ dB}$ 、 $\text{SNR}_3 = 5 \text{ dB}$,

时间长度仍为3 s。为了便于观测信号在时频两个维度上的特性,将以上三种方法处理不同信噪比的结果用LOFAR图表示出来,结果如图3所示。

图3(a)和图3(c)分别是FOS、FFT、MVDR三种方法在较高信噪比情况的谱估计结果,图3(b)和图3(d)则是信噪比较低时的谱估计结果。从图3(a)和图3(c)可以看出,信噪比较高时,FOS方法得到的功率谱只在三个频率分量处有值,在LOFAR图中表现为十分清晰的三根谱线;由于FFT的谱估计频率分辨率较低,频率较为接近的两根线谱受旁瓣影响,区分较为困难;MVDR的处理结果中可以较清晰地区分出三根谱线,但结果中也包含了一些能量较低的旁瓣。

在信噪比较低的图3(b)和图3(d)中,FOS的处理结果的功率谱在信号以外的部分依旧为零,线谱清晰可见,线谱检测性能好;FFT的谱估计结果中,旁瓣个数明显增多,LOFAR谱图的背景较杂乱,不利于线谱的识别;MVDR谱估计结果图中,主瓣较为突出,但是谱估计结果起伏加大,旁瓣升高,在无法保证更多快拍数的情况下,MVDR可能无法发挥其在处理低信噪比条件下的优势。

综上可知,相比于FFT和MVDR两种方法,在低信噪比条件下,FOS仍能稳定地提供高频率分辨、准确、低旁瓣的谱估计结果,这对于多线谱识别具有更加有利的实用价值。

2.3 FOS的多参数估计

本小节利用FOS算法对仿真信号的频率、幅度、初始相位进行搜索,分析FOS对信号各参数的估计性能。仿真信号采用三个频率分别为 $f_1 = 504.9 \text{ Hz}$ 、 $f_2 = 505.5 \text{ Hz}$ 、 $f_3 = 509.8 \text{ Hz}$,信噪比分别为 $\text{SNR}_1 = 30 \text{ dB}$ 、 $\text{SNR}_2 = 25 \text{ dB}$ 、 $\text{SNR}_3 = 20 \text{ dB}$ 的正弦信号叠加,时间长度为5 s,FOS频率搜索范围为500 ~ 515 Hz,搜索步长为0.1 Hz,相位搜索范围为 $[0, \pi]$,间隔为 $\pi/180$ 。频率、幅度、初始相位的真实值和估计值如表1所示。

表1 采用FOS的信号参数估计结果

Table 1 Signal parameter estimation results of FOS

实际频率/Hz	FOS的频率估计结果/Hz	实际幅度	FOS的幅度估计结果	初始相位/(°)	FOS的相位估计结果/(°)
504.9	504.9	10	10.02	40	40
505.5	505.5	5.62	5.57	35	36
509.8	509.8	3.16	3.17	60	60

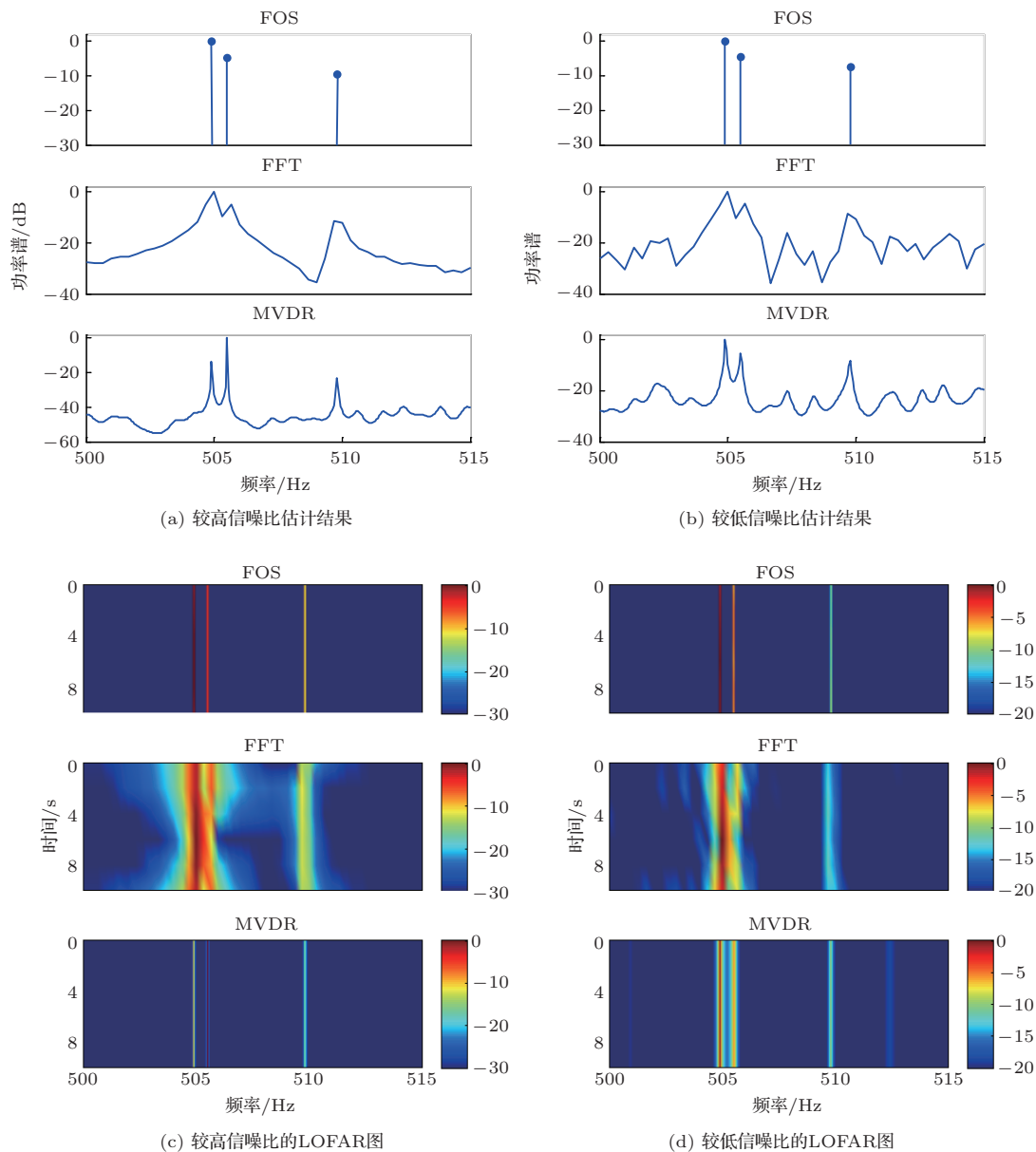


图3 FOS、FFT和MVDR在不同信噪比下的谱估计结果

Fig. 3 Spectrum estimation results of FOS, FFT and MVDR at different SNR

从表1中的结果可以看出, FOS的频率估计结果准确, 分辨率高。在图3中, MVDR方法虽然可以通过功率谱的峰值确定信号的频率组成, 但两次估计结果的峰值无法反映各频率成分幅度的相对强弱, 而FOS算法可以直接估计信号幅度和初始相位的大小。

信号的时间长度以及其信噪比都会对FOS算法的参数估计性能造成影响, 因此分别仿真讨论在不同信号长度和信噪比下利用FOS进行参数估计的情况。为了减小偶然误差, 两组仿真将采取多次估计取平均的方法, 分别进行50次搜索并对结果取平均。当仿真信号的信噪比为 $SNR_1 = 30$ dB、

$SNR_2 = 25$ dB、 $SNR_3 = 20$ dB时, 采样率为2 kHz, 分别采用时间长度为3 s、5 s、7 s的信号进行FOS参数估计, 各参数估计值和真实值之间的相对误差如图4(a)所示。当仿真信号长度始终为5 s时, 设置三组不同的信噪比, 即 $SNR_1 = 15$ dB、 $SNR_2 = 10$ dB、 $SNR_3 = 5$ dB; $SNR_1 = 30$ dB、 $SNR_2 = 25$ dB、 $SNR_3 = 20$ dB; $SNR_1 = 40$ dB、 $SNR_2 = 35$ dB、 $SNR_3 = 30$ dB, 并将三组信号分别进行FOS参数估计, 参数估计的相对误差显示在图4(b)中。

图4(a)是不同时间长度下的估计结果, 图4(b)是不同信噪比下的估计结果。从图4(a)可以看出,

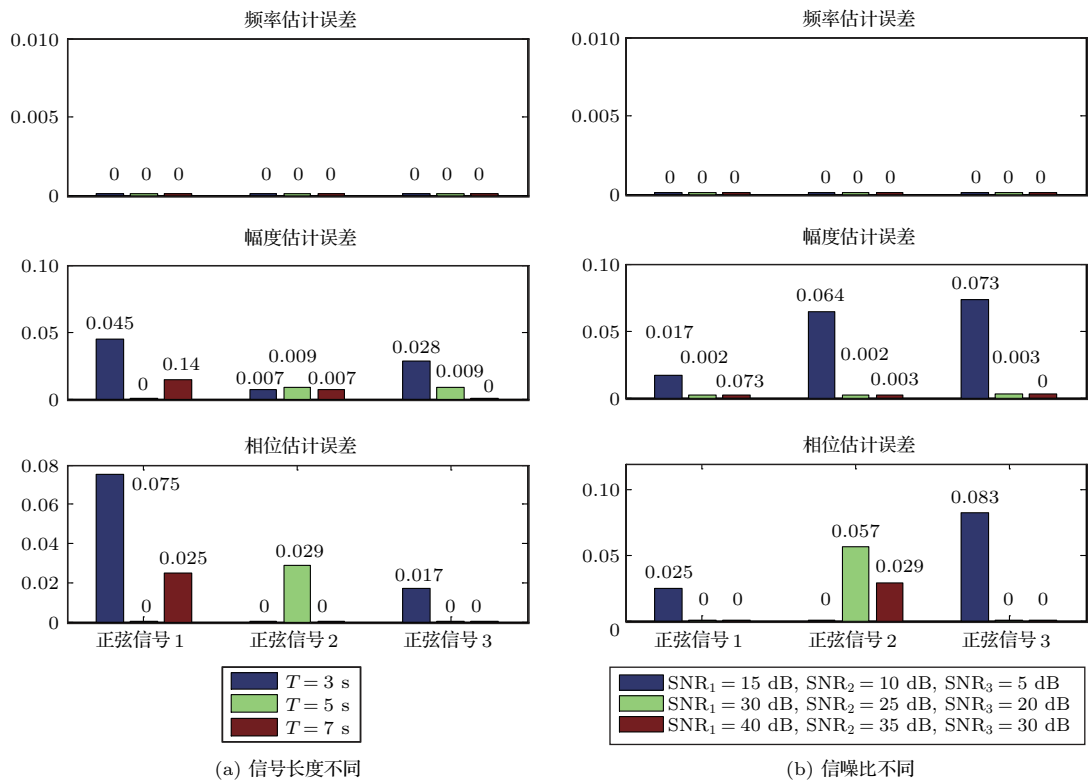


图4 FOS在不同信号长度和不同信噪比下的参数估计误差

Fig. 4 Parameter estimation errors of FOS under different signal length and SNR

随着信号长度的增大,幅度和初始相位的估计误差逐渐减小,11 s的信号估计误差几乎为零;从图4(b)可以看出,参数估计的误差随着信噪比的增大而减小,且正弦信号1的估计误差要明显大于正弦信号2和正弦信号3;两图中频率估计的相对误差始终为零。

由此可知,对于给出的三种信号长度和三种信噪比条件,信号频率估计的准确性并未受到时间长度和信噪比的影响,FOS都可以对其频率进行准确估计。较长的信号可以获得更准确的幅度、初始相位估计结果;在信噪比较低的情况下,幅度和初始相位的估计精度不如信噪比高的情况。第一个搜索出的信号估计误差最大,这有可能是由于首次搜索要引入一个直流分量。

3 实验数据处理结果

为了进一步验证FOS在水声信号处理领域的实用性,本文对海上实验数据进行了处理。声源发射频率为232 Hz的CW脉冲信号,采样率为2000 Hz,将接收到的信号分别利用FOS、FFT、MVDR三种方法进行处理并用LOFAR图表示,其中窗长为3 s,滑动窗长为1 s,结果如图5所示。

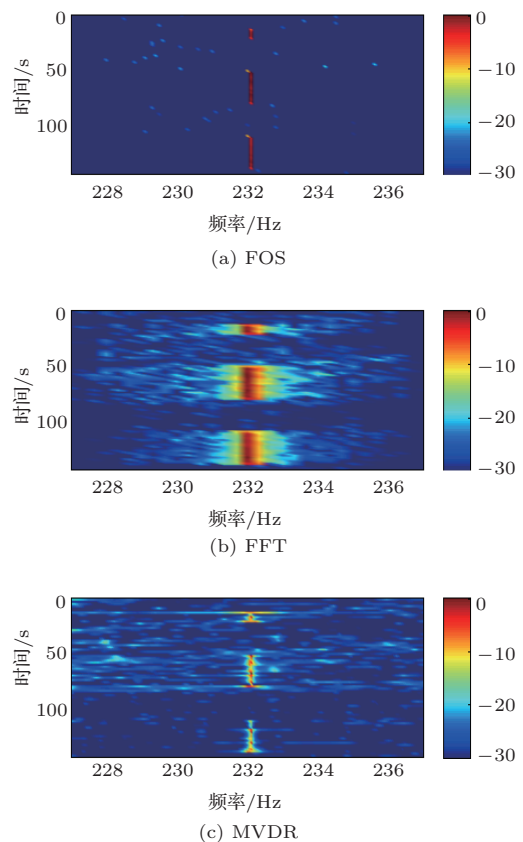


图5 CW脉冲海上实验数据处理结果

Fig. 5 Data processing results of CW pulse

图5中三种方法都可以检测到CW脉冲信号的时间和频率。其中,FFT和MVDR的结果中旁瓣较高,表现为LOFAR谱的背景噪声起伏较大。FFT谱估计的频率分辨率较低,只能粗略判断信号的频率,精确度不高。相较于以上两种方法,FOS处理结果图像中的线谱显示清晰,几乎不存在旁瓣,并且能提供高频率分辨率的谱估计结果,准确估计出了信号的频率、出现信号的时刻和信号持续的时间。

之前的仿真中体现了FOS算法具有很好的多线谱检测性能,接下来实验数据处理中采用SWellEx-96 Event S59的数据来验证其性能。在该实验过程中,船只拖曳两个声源并发射不同频率的信号,两个声源分别处在深度9 m和54 m处。在此主要分析138~149 Hz这一频率范围内接收到发射信号,这一频率范围内的发射信号参数如表2所示。利用FOS、FFT、MVDR三种方法对接收信号进行谱估计并用LOFAR图显示,其中窗长5 s,滑动窗长为4 s,处理结果如图6所示。

表2 SWellEx-96 Event S59实验数据中138~149 Hz频率的发射信号参数

Table 2 138~149 Hz transmitted signal parameters in SWellEx-96 Event S59 data

频率/Hz	发射声源级/dB
139	124(较深处声源)
140	噪声频率
142	120(较深处声源)
143	噪声频率
145	158(较浅处声源)
148	158(较深处声源)

根据图6显示的利用三种方法获得的多线谱估计结果,

除了139 Hz和142 Hz处这两个发射声源级较低的线谱未被检测到以外,其余线谱均可被三种谱估计方法检测到。FFT的谱估计结果频率分辨率较低,由于旁瓣较高,LOFAR图中的背景噪声较大。相比于FFT,MVDR算法能提供较高的频率分辨率,但是对于信噪比较低的信号的谱估计结果不是十分理想。相较于FFT和MVDR,FOS对于所有能检测到的线谱都能提供较高频率分辨率的谱估计结果,并且能检测到由于声源运动而引起的频率的细微变化。FOS的谱估计结果旁瓣较低,所以能从

LOFAR图中观察到,FOS的LOFAR谱结果背景噪声较低,能很清晰地分辨出多根线谱。

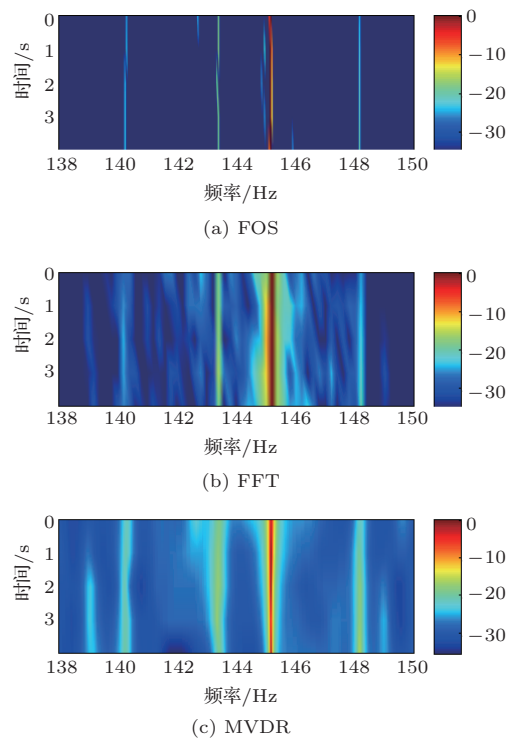


图6 SWellEx-96 Event S59实验数据的处理结果

Fig. 6 Processing results of experimental data

根据上述实验数据处理结果可以得出,不论是CW脉冲信号还是在对含有多根线谱的信号进行谱估计时,FOS算法可以较准确地搜索到信号频率,给出高频率分辨率、低旁瓣的谱估计结果。

4 结论

本文将快速正交搜索算法应用于水声信号的谱估计中,该方法能提供高频率分辨率、低旁瓣的谱估计结果,并能同时估计信号各个分量的幅度、初始相位。相较于传统的基于傅里叶变换的谱估计方法,FOS能利用较少的数据样本获得高频率分辨率的谱估计结果。同MVDR方法相比,FOS不会存在模型失配的现象,并且不需要过多的数据快拍就可以保证足够的频率分辨率,在信噪比较低的情况下仍能提供较好的谱估计结果。仿真和实验数据处理结果表明,基于FOS算法的谱估计能够对信噪比较低的水声信号以及包含多线谱的信号进行高频率分辨率、低旁瓣的处理,在水下信号的探测识别中具有重要的应用前景。若所需频率分辨率很高,搜索步长则需设置得很小,FOS的运算量会相应增加,

所需的运算时间也会远多于FFT这类经典谱估计算法。此时可以根据实际需求设置合理的搜索停止条件以减少搜索次数,从而减少计算时间,关于搜索停止条件的设置也是今后需要进一步研究的问题。

致谢 首先我要向给予我帮助的老师 and 同学致以诚挚的感谢,他们为实验数据的采集付出了巨大的努力,其次本文中还用到了SWellEx-96 Event S5实验的数据,在此也要对参与该实验的全体人员表示感谢。

参 考 文 献

- [1] Korenberg M J. A robust orthogonal algorithm for system identification and time series analysis[J]. *Biological Cybernetics*, 1989, 60(2): 267–276.
- [2] El-Shafie A, Noureldin A, McGaughey D R, et al. Fast orthogonal search (FOS) versus fast Fourier transform (FFT) as spectral model estimations techniques applied for structural health monitoring (SHM)[J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2012, 45(2): 503–513.
- [3] Korenberg M J, Paarmann L D. Orthogonal approaches to time-series analysis and system identification[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1991, 8(3): 29–43.
- [4] Osman A H, Noureldin A, El-Shafie A, et al. Fast orthogonal search approach for distance protection of transmission lines[J]. *Electric Power Systems Research*, 2010, 80(2): 215–221.
- [5] 王志伟, 秦俊奇, 杨功流, 等. 基于快速正交搜索的车载导航方法[J]. *中国惯性技术学报*, 2017, 25(3): 592–598.
Wang Zhiwei, Qin Junqi, Yang Gongliu, et al. The shaking error compensation for gun-board SINS[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2017, 25(3): 592–598.
- [6] 张燕, 申森. 基于快速正交搜索算法的非线性预测控制[J]. *化工自动化及仪表*, 2014, 41(11): 1226–1228, 1244.
Zhang Yan, Shen Sen. Nonlinear predictive control based on fast orthogonal search algorithm[J]. *Control and Instruments in Chemical Industry*, 2014, 41(11): 1226–1228, 1244.
- [7] Korenberg M J, Paarmann L D. Applications of fast orthogonal search: time-series analysis and resolution of signals in noise[J]. *Annals of Biomedical Engineering*, 1989, 17(3): 219–231.
- [8] 胡广书. 数字信号处理—理论、算法与实现[M]. 第三版. 北京: 清华大学出版社, 2012: 498–499.
- [9] Stoica P, Moses R L. *Spectral analysis of signals*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Pearson Prentice Hall, 2005.
- [10] Proakis J G, Manolakis D G. *Digital signal processing—principles, algorithms, and applications*[M]. Fourth Edition. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2007.
- [11] Kay S M. *Modern spectral estimation*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1987.
- [12] Marple S L. *Digital spectral analysis with applications*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1987.
- [13] Oppenheim A V, Schaffer R W. *Digital signal processing*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1975.
- [14] Cooley J W, Tukey J W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series[J]. *Mathematics of Computation*, 1965, 19(90): 297–301.
- [15] Zhang L, Xing M D, Qiu C W, et al. Resolution enhancement for inversed synthetic aperture radar imaging under low SNR via improved compressive sensing[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(10): 3824–3838.
- [16] 陈韶华, 郑伟, 付继伟. 通过相位内插与补偿提高相干平均线谱检测性能[J]. *声学学报*, 2015, 40(3): 675–681.
Chen Shaohua, Zheng Wei, Fu Jiwei. Improving coherent averaging line spectrum detection with phase interpolation and compensation[J]. *Acta Acustica*, 2015, 40(3): 675–681.
- [17] Ayhan B, Trussell H J, Chow M Y, et al. On the use of a lower sampling rate for broken rotor bar detection with DTFT and AR-based spectrum methods[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(3): 1421–1434.
- [18] Kim Y H, Youn Y W, Hwang D H, et al. High-resolution parameter estimation method to identify broken rotor bar faults in induction motors[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2013, 60(7): 4103–4117.
- [19] 王春兴. 基于Matlab实现现代功率谱估计[J]. *现代电子技术*, 2011, 34(16): 65–67.
Wang Chunxing. Modern power spectrum estimation based on Matlab[J]. *Modern Electronics Technique*, 2015, 34(16): 65–67.
- [20] Duarte M F, Eldar Y C. Structured compressed sensing: from theory to applications[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 4053–4085.
- [21] McGraughey D R, Korenberg M J, Adeney K M, et al. Using the fast orthogonal search with first term reselection to find subharmonic terms in spectral analysis[J]. *Annals of Biomedical Engineering*, 2003, 31(4): 741–751.