

◇ 李启虎院士八十华诞学术论文 ◇

# 水声被动目标识别技术挑战与展望

程玉胜 邱家兴 刘振<sup>†</sup> 李海涛

(海军潜艇学院 青岛 266071)

**摘要** 低频水声探测和船舶减振降噪技术发展,使得传统水声目标识别技术性能逐渐下降。该文分析了声呐工作带宽、探测频率、船舶减振降噪给识别技术带来的挑战。针对低频声呐广泛使用的低频线谱识别,研究了低频线谱的识别能力问题;针对智能识别技术发展,研究了深度学习技术在船舶辐射噪声识别中的应用问题,并给出了数据试验结果,文章最后指出了水声被动目标识别技术亟需开展的研究内容和方向。

**关键词** 被动声呐识别,水声低频探测,船舶减振降噪,深度学习,识别特性

中图分类号: O429 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2019)04-0653-07

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.023

## Challenges and prospects of underwater acoustic passive target recognition technology

CHENG Yusheng QIU Jiaying LIU Zhen LI Haitao

(Navy Submarine Academy, Qingdao 266071, China)

**Abstract** With the development of low frequency underwater acoustic detection and the technology of ship vibration and noise reduction, the performance of traditional underwater acoustic target recognition technology is gradually declining. This paper analyses the challenges brought by sonar bandwidth, detection frequency, ship vibration and noise reduction to identification technology. Aiming at the recognition of low frequency line spectrum widely used in low frequency sonar, the recognition ability of low frequency line spectrum is studied. Aiming at the development of intelligent recognition technology, the application of deep learning technology in the recognition of ship radiated noise is studied, and the data test results are given. Finally, the contents and directions of the research on underwater acoustic passive target recognition technology are pointed out.

**Key words** Passive sonar target recognition, Underwater acoustic low frequency detection, Ship vibration and noise reduction, Deep learning, Recognition characteristics

2019-02-22 收稿; 2019-05-07 定稿

作者简介: 程玉胜 (1963-), 男, 安徽桐城人, 博士, 教授, 研究方向: 水声目标识别。

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: liuzhen\_lzz@163.com

## 0 引言

水声目标识别利用声呐接收船舶辐射噪声或回声信号实现对目标性质的识别。对于被动声呐来说,目标类型识别就是利用船舶辐射噪声来识别船舶的类型,是水声被动目标识别技术研究的主要问题。水声目标识别技术包括特征选择技术、特征提取技术以及分类器设计技术。就三部分技术来说,前两项技术更为重要,因为提取的识别特征不好,什么样的分类器都很难有好的分类识别效果。在特征选择和特征提取技术研究方面,国内外学者都开展了很多的研究工作。Rajgopal等<sup>[1]</sup>在研制的水声目标识别专家系统中所使用的特征包括:螺旋桨桨叶数、螺旋桨转速、推进器类型、目标壳体辐射低频噪声、活塞松动产生的谐音基频喷嘴噪声、注水器噪声、最大速度、槽极噪声和传动装置类型等。这些特征都具有明确的物理解释,可以对应到船舶的物理结构,很多可以作为不变特征量看待。Lourens<sup>[2]</sup>在识别特征分析中重点强调了螺旋桨转速、主机类型以及齿轮噪声线谱等特征。Arun等<sup>[3]</sup>在分类识别特征分析中归纳了谱中心、谱形、谱起伏、窄带与宽带谱特征、倒谱特征、Mel倒谱参数、音调频率参数等统计时频域特征。AR模型系数、非线性融合特征等也常被作为船舶辐射噪声识别的特征量<sup>[4-8]</sup>。国内学者对船舶辐射噪声的调制谱、功率谱、低频线谱以及高阶谱、小波变换、混沌分形和听觉感知等特征都开展了很多研究工作<sup>[9-16]</sup>。但所有这些文献都基于一个前提,那就是船舶辐射噪声是单目标辐射噪声,且都要求具有一定信噪比。对于反潜水声探测来说,多目标、强干扰环境为常态,单目标的前提条件很难满足。另外一个需要注意的事实是,上述这些特征量的提取是基于一定带宽的声呐传感器的,而现代低频探测技术发展使得声呐工作带宽越来越窄,很多传统的特征提取技术都失去了基础。如对于低频远程探测声呐来说,使用的工作频段带宽只有几百Hz,甚至更窄,所说的谱中心、谱形、谱起伏、窄带与宽带谱特征几乎失去了意义。因此,现代水声探测技术的发展给识别带来了新的挑战。随着水声探测技术发展和舰船降噪水平的提高,传统识别技术的性能会逐渐下降,甚至会完全失效。

## 1 新技术发展给识别技术带来的挑战

### 1.1 声呐信号带宽对识别能力的影响

水声目标识别基于声呐接收机接收的船舶辐射噪声信号,声呐接收机是有带宽的,其也决定了识别所用船舶辐射噪声信号的带宽。根据香农公式,对于一个带宽为 $B$ 的信道,信道的最大信息容量为<sup>[17]</sup>

$$C = B \lg \left( 1 + \frac{S}{\sigma^2} \right), \quad (1)$$

式(1)中, $S$ 为信号功率, $\sigma^2$ 为噪声功率。

从式(1)可以看出,对于等功率强度的信号来说,信号带宽和信道的信息容量成正比,也就是说,宽带信号可以比窄带信号携带有更多的信息。对于通信信道来说,传输的信号是可以被设计的,而舰船辐射噪声信号并不能被设计,但一定带宽舰船辐射噪声携带最大的信息容量是确定的,也是与带宽成正比的,频带越窄则携带的信息越少。现代水声探测发展方向为低频远程探测,无论是海洋环境对高频成分的衰减,还是声呐接收机工作频带在低频带,都使得声呐获取的船舶辐射噪声的带宽大大变窄。工作带宽为10 kHz的声呐将比工作带宽为300 Hz的声呐具有更好的识别能力。这种由于声呐接收机带宽限制导致识别能力不足的问题,可以说是基于声呐接收机的水声目标识别的先天缺陷。

### 1.2 低频探测对线谱识别性能的影响

为了提高探测距离,低频探测成为必然选择,带来的问题是波束宽度的增加。对于均匀布阵的线列阵来说,归一化的指向性指数为<sup>[17]</sup>

$$D(\theta) = \left| \frac{\sin \left( N\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta \right)}{N \sin \left( \pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta \right)} \right|. \quad (2)$$

表1给出了阵长256 m、4 m间距布阵的线列阵在正横方位的波束宽度。从表1中可以看出,对于20 Hz的线谱来说,其波束宽度为15°。对于作用距离为100 km声呐来说,波束宽度内目标很可能不是单目标,因此,对于利用低频线谱识别来说,检测到的低频线谱是否就是关注的目标的低频线谱存在很大的不确定性。

表1 频率和波束宽度的关系

Table 1 Relation between frequency and beam width

频率/Hz	10	20	40	80
波束宽度/(°)	30.3	15.0	7.5	3.7

### 1.3 船舶降噪对识别带来的影响

#### 1.3.1 水面船舶降噪使得调制谱特征显著降低

为了降低水面舰艇被水下潜艇声呐探测的概率,水面舰艇大量使用了降噪技术,其中重要一项措施是使用侧斜螺旋桨。侧斜螺旋桨的使用不仅降低了潜艇对其声呐探测距离,同时也降低了对其识别的特征。图1给出了使用普通螺旋桨和侧斜螺旋桨水面船舶辐射噪声的调制谱,从图1中可以看出,侧

斜螺旋桨使得调制谱特征有了很大的降低,部分工况下完全没有调制谱特征,使得基于调制谱的桨叶数判别变得极其困难。

#### 1.3.2 潜艇减振降噪使得低频线谱特征显著降低

船舶辐射噪声线谱是识别目标的重要特征。据统计,50%左右的水面船舶具有明显的线谱。船舶辐射噪声线谱通常由螺旋桨旋转产生的叶片速率线谱、机械噪声线谱以及结构振动产生的线谱组成,部分情况下,由于机械旋转不平衡或往复不平衡等因素,也会产生轴频线谱<sup>[18]</sup>。而对于潜艇来说,减振降噪是永恒的主题,这些线谱都在通过结构设计、工艺设计、使用减振装置等不断降低。从长远来看,这些线谱是有可能被“消灭”掉的,或减得很弱。如果真是这样,所有基于线谱探测的识别技术都失去了根基。

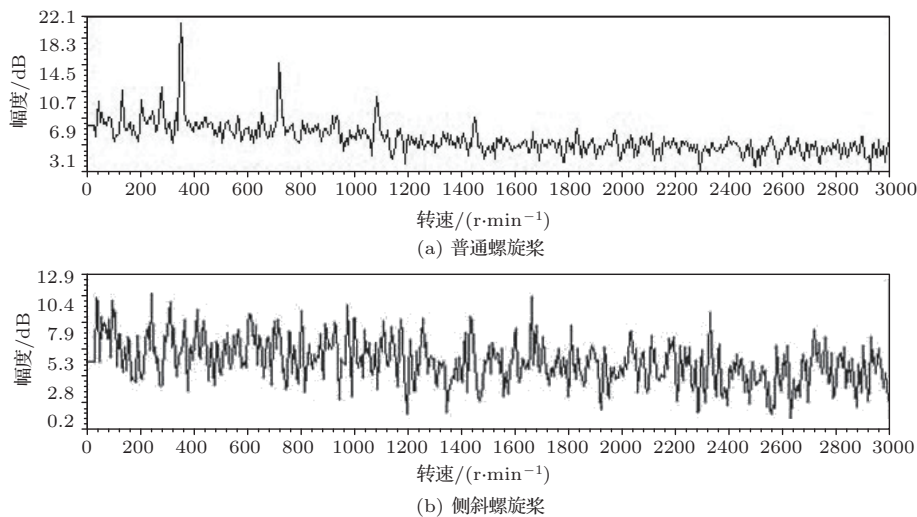


图1 普通螺旋桨和侧斜螺旋桨船舶辐射噪声调制谱

Fig. 1 Modulation spectrum of ship radiated noises of general propeller and side-inclined propeller

### 1.4 低频线谱识别能力问题

#### 1.4.1 线谱匹配识别方法

线谱匹配识别通过对目标具有的线谱和建立的模板库进行匹配识别完成的。模板是根据对一定数量船舶线谱的分布统计而建立的,而模板匹配目的是寻找出与待识别目标线谱与模板一致的过程。

假设待识别样本个数为 $N$ ,第 $i$ 号线谱模板含 $m$ 根线谱,用此模板与 $N$ 个样本进行比对。如果第 $i$ 号模板与第 $j$ 号样本所含频率在误差允许范围内

( $\pm 0.5$  Hz)有 $n$ 根是一致的,则认为第 $i$ 号模板与第 $j$ 号样本部分匹配,匹配率 $w_{ij} = n/m$ ;如果线谱模板含3根线谱,其中2根与样本一致,则认为第 $i$ 号模板与第 $j$ 号样本部分匹配,匹配率 $w_{ij} = 0.66$ ;如果3根与样本全都一致,则认为第 $i$ 号模板与第 $j$ 号样本完全匹配,匹配率 $w_{ij} = 1$ 。当第 $i$ 号模板与所有 $N$ 个样本进行比对之后,即可得到第 $i$ 号模板匹配率 $W_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N w_{ij}$ 。

文献[18]给出了部分匹配重叠率和完全匹配重叠率两个概念。部分匹配重叠率最大值(至少有一根线谱与模板匹配):对于某一模板,若样本 LOFAR 线谱中至少有 1 根与模板重合,则将该样本统计在内,直至所有样本比对完毕后,统计与该模板存在重合线谱的样本总数,即为该模板的匹配目标数,最终取所有模板匹配目标数的最大值与总样本的比值。完全匹配重叠率最大值(所有线谱和模板匹配):对于某一模板,若样本所含 LOFAR 线谱与模板线谱完全重合,则将该样本统计在内,直至所有样本比对完毕后,统计与该模板线谱完全重合的样本总数,即为该模板的完全匹配目标数,最终取所有模板完全匹配目标数的最大值与总样本的比值。

#### 1.4.2 仿真计算<sup>[18]</sup>

根据上述方法计算包含不同线谱数的模板匹配率,仿真目标样本数为 10000 个,包含线谱数量 1~3 根,统计结果如表 2 所示。

表 2 线谱模板匹配率统计分析

Table 2 Statistical analysis of matching rate of line spectrum template

线谱数量	模板总数	仿真生成样本个数	部分匹配重叠率最大值	完全匹配重叠率最大值
1	106	5450	9.94%	9.94%
2	103	3234	13.87%	1.78%
3	44	1316	18.74%	0.6%

从表 2 可以看出,针对 10000 个目标样本,对于含有 1 根线谱的模板而言,当含线谱样本个数为 10000 时,最多有 994 个样本的线谱与模板有重合,即对单根线谱模板来说,匹配重叠率为 9.94%;而对于含有 3 根线谱的模板而言,最多有 1874 个样本的线谱与模板存在有重合,最大匹配重叠率为 18.74%,这表明这一模板对应着大量的目标,即使某一目标线谱与此模板匹配,也不能认为该目标和模板具有一一对应关系。

以上分析结果表明模板所含线谱数量越多,越容易与样本线谱存在重合,虽然完全重合的概率很低,但即使部分重合,仍会导致无法确认目标个体。也就是说,虽然模板与目标的线谱信息可能无法进行完全匹配,但仍存在部分线谱匹配情况,且概率较高,严重干扰识别结果。分析上述现象产生的原因,

本质上是由于线谱分布的频段有限,即模板库的容量有限,而待匹配样本数量远远大于模板库的容量,当样本数量达到一定程度后,必然会造成模板与样本的重叠。

除此之外,线谱特征还与船舶的船体结构、运动工况以及海洋环境等相关,再加上目标本身的一些因素,这些都可能目标线谱不稳定,以上这些因素限制了利用线谱特征识别目标的能力。

## 2 深度学习技术在船舶辐射噪声识别中的应用

### 2.1 自编码神经网络

近年来,深度学习技术快速发展,在图像识别、语音识别、自然语言处理等领域取得巨大进步。深度学习模型的特点在于通过神经网络模型中的多隐层结构能够自动提取数据特征,进而完成分类识别。自编码神经网络是一类典型的深度学习网络模型,在特征压缩和特征自动提取方面具有很强的能力。模型结构如图 2 所示。

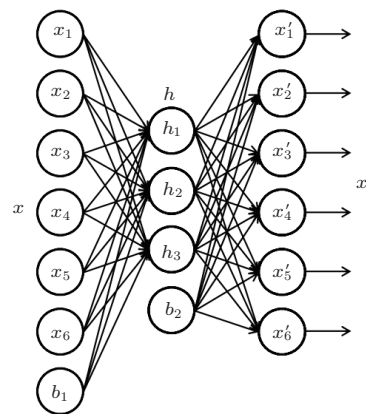


图 2 自编码神经网络

Fig. 2 Auto-encoder neural network

将多个自编码神经网络进行堆叠,使用第一层神经网络模型提取的  $h$  层信息作为下一层自编码神经网络的输入,逐层提取输入数据的深度特征。该过程如图 3 所示。

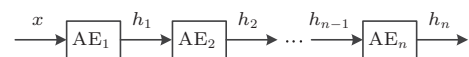


图 3 深度特征的逐层提取过程

Fig. 3 Extraction of depth features layer-by-layer

### 2.2 数据试验结果

在对舰船辐射噪声信号进行一定的预处理后，使用堆叠自编码神经网络逐层提取输入数据的深度特征。针对某商船信号，设计五层自编码神经网络，每一层网络节点数设置如表3所示。

表3 自编码神经网络的神经元连接设置

Table 3 Nodes setting of auto-encoder neural network

网络层数	神经元连接设置
第一层	1000-500-1000
第二层	500-250-500
第三层	250-100-250
第四层	100-50-100
第五层	50-25-50

所有网络训练完成后，提取每一层自编码神经网络的隐藏层数据，该数据即为深度特征的逐层提取数据。上述商船信号逐层提取的深度特征如图4所示，图中由上至下，第1幅图为网络输入数据，第2~6幅图为五层自编码神经网络逐层提取的深度特征图。

对25型913条船舶辐射噪声信号进行分析，逐层提取噪声信号的深度特征并用于分类识别。将网

络提取的深度特征值通过 softmax 函数映射到 (0,1) 区间内，得到输出层的值。softmax 函数的表达式为

$$y_i = \frac{e^{x_n^i}}{\sum_j e^{x_n^j}}, \quad (3)$$

式(3)中， $x_n^i$  表示网络第  $n$  层第  $i$  个节点的值， $y_i$  表示输出层第  $i$  个节点的值。

对输入数据的深度特征提取，也可以认为是通过自编码神经网络对网络权值的初始化。使用有类标数据对网络模型进行训练，通过计算输出层数据与舰船类标之间的损失函数对整个网络模型进行微调。随机选取每条信号产生样本的3/4及样本对应的类标作为训练集数据，其他1/4及样本对应的类标作为测试集数据。使用训练集数据训练网络模型，使用测试集数据对训练完成的网络模型进行测试。

识别过程中，使用训练完成的网络模型对测试集数据进行识别。计算网络前向输出数据，使用 softmax 函数将其映射到 (0,1) 区间，转换成概率表达。在网络输出结果中自动检测输出概率最大项，并对其进行标记。将网络输出结果同舰船真实类标进行比对，判断识别结果是否正确。针对测试集数据，实验结果表明，分类识别的正确率达到91.19%。

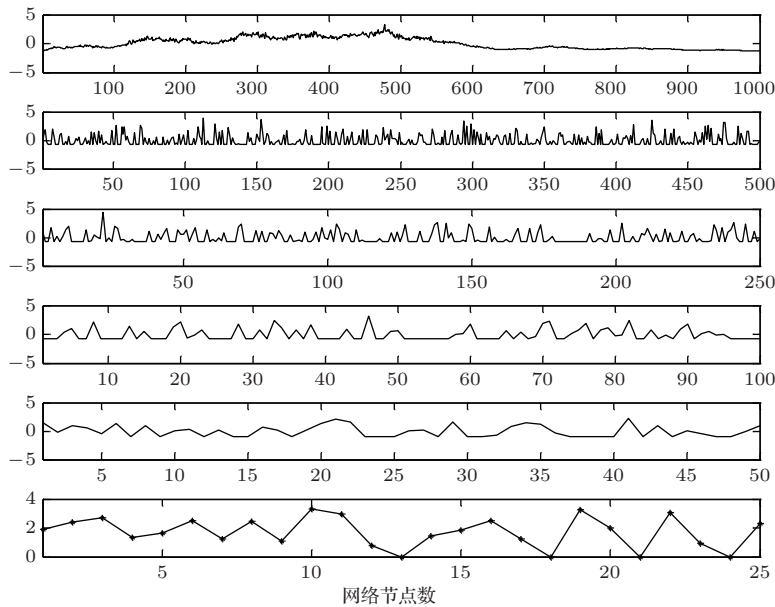


图4 深度特征逐层提取图

Fig. 4 Depth features Extraction map layer-by-layer

## 2.3 数据完备性问题

深度学习技术依赖数据,数据的完备性对深度学习模型的识别能力具有很大的影响。对于待识别样本,如果网络模型已经学习了该样本的大量相似数据,那么对该样本具有很好的识别效果。如果网络模型没有学习该样本的相似数据,那么对该样本的识别能力将会很低。针对船舶辐射噪声信号,如果能够获得某型船舶在某海域多种海况、不同工况下的船舶辐射噪声信号,那么对该船舶在该海域产生的未知样本应具有很好的识别效果。反之,如果网络模型没有学习过待识别样本的相似数据,那么网络模型很难实现对该样本的识别。

众所周知,船舶辐射噪声信号具有数据获取困难、样本数据少、质量参差不齐等特点,获得同目标高质量数据是十分困难的。此外,海区环境对船舶辐射噪声影响严重,而且这种影响的理论研究尚不成熟。因此,船舶辐射噪声数据完备性不足的问题,给深度学习技术在识别中的应用带来巨大挑战。

## 3 需要着重开展的研究工作

### 3.1 船舶辐射噪声识别特性研究

目标识别以目标特性研究为基础。由于目标特性问题的复杂性,或者说识别研究对目标特性研究牵引推动不够等因素,面向识别需求的目标特性研究明显不足。相对于潜艇减振降噪来说,面向潜艇减振降噪的目标特性研究显然要深入得多。船舶辐射噪声识别特性研究,概括起来主要有以下几个方面:(1)船舶工况对船舶辐射噪声调制谱、低频线谱的影响;(2)船舶螺旋桨结构对船舶辐射噪声调制谱、低频线谱的影响;(3)船舶辐射噪声低频线谱和调制谱映射关系;(4)船舶辐射噪声谱和船舶结构的关系。以上这些研究内容,国内外虽然已经开展了一定的工作,但系统、权威的研究成果还比较缺乏。另外,由于降噪等因素,潜艇推进器从大侧斜螺旋桨发展为泵喷推进器,甚至是无轴泵喷推进器,这些新型推进器带来船舶辐射噪声特性的变化对水声探测和识别来说都具有重要影响,需要开展深入细致的研究工作。

### 3.2 海洋环境对船舶辐射噪声特性影响研究

船舶辐射噪声识别特征数据库是水声目标识别装备的重要组成部分,但由于海洋环境对船舶辐射噪声特性有重要影响,以某海域获得的船舶辐射

噪声特性建立的识别数据库是否具有普适性,是一个值得重视的理论问题。关于海洋环境对船舶辐射噪声的影响,国内外研究成果还不多,直接可以应用的成果更少。另外,由于水声传播理论尚不完善,因此,该领域研究水平和成果实用性受到制约,需要加强该领域研究工作,回答识别特征数据库海洋环境适应性问题。

### 3.3 新机理识别技术研究

#### 3.3.1 基于声场结构识别技术研究

对于反潜水声识别来说,潜艇和水面船舶显著不同之一是潜艇是在海洋深处运动,而水面船舶目标在水面运动,其激发声源的深度是有显著差别的。文献[19]认为,对于三维矢量传感器来说,水面船舶垂直声能流在300 Hz以下很弱,明显不同于水下目标。惠俊英教授等<sup>[20-21]</sup>研究成果认为在浅海海域,处于一定海深的三维矢量传感器垂直声能,对于水面目标和一定深度的水下目标具有明显的差异。基于声场结构的水面/水下目标分类技术理论研究还不充分,实验验证更是不足,需要开展进一步的理论和试验验证工作。

#### 3.3.2 基于合成孔径波束形成的识别技术研究

匹配场处理(Matched field processing, MFP)或匹配模态处理(Matched mode processing, MMP)是水声目标定位的重要方法。对于反潜探测识别来说,对潜艇定位了也就识别了,深度信息说明了一切。该方法需要采用垂直阵或者水平阵,需要准确的声速梯度和海底底质等环境信息,但由于环境信息不准确存在适配造成定位性能严重下降的问题。文献[22]给出了一种基于单水听器移动目标深度估计方法,该方法不需要估计目标距离,只需要象征性地知道声速和海底底质得到模态深度函数,声源深度可以通过合成孔径波束形成输出结果估计出来,比MFP或者MMP的稳健性要好。这种方法也可以扩展到垂直阵,在一定条件下阵的波束输出可以直接用来估计目标深度而不需要知道水声环境信息。该技术具有装备形态简单、识别潜艇特征稳健性好等特点,但目前该技术离工程应用还有一定距离,需要开展进一步的理论和试验研究。

## 参 考 文 献

- [1] Rajagopal R, Sankaranarayanan B, Rao P R. Target classification in a passive sonar-an expert system approach[C]. International Conference on Acoustics. IEEE, 2002: 2911-2914.

- [2] Lourens J G. Classification of ships using underwater radiated noise[C]. Conference on Communications & Signal Processing, IEEE, 1988: 130–134.
- [3] Arnab D, Arun K, Rajendar B. Feature analyses for marine vessel classification using passive sonar[C]. UDT Europe, 2005.
- [4] Maksym J N, Bonner A J, Dent C A, et al. Machine analysis of acoustical signal[J]. Pattern Recognition, 1983, 16(6): 615–625.
- [5] Farrokhrooz M, Karimi M. Ship noise classification using probabilistic neural network and AR model coefficients[C]. Oceans. IEEE, 2005: 1107–1110.
- [6] Tanmay R, Arun K, Rajendar B. Estimation of a nonlinear coupling feature for underwater target classification[C]. UDT Europe, 2002.
- [7] Vaccaro R J. The past, present, and the future of underwater acoustic signal processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1998 15(4): 21–51.
- [8] Lennartsson R K, Persson L, Robinson J W C, et al. Passive underwater signature estimation by bispectral analysis[J]. IEEE, 2000: 281–285.
- [9] Li Q H, Wan J L, Wei W. An application of expert system in recognition of radiated noise of underwater target[C]. Oceans. IEEE, 1995: 404–408.
- [10] 王娜, 陈克安. 听觉感知特征在目标识别中的应用[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(10): 3128–3132.  
Wang Na, Chen Kean. Applications of auditory perceptual features into targets recognition[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(10): 3128–3132.
- [11] 彭圆, 申丽然, 李雪耀, 等. 基于双谱的水下目标辐射噪声的特征提取与分类研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2003, 24(4): 390–394.  
Peng Yuan, Shen Liran, Li Xueyao, et al. Bispectrum based feature extraction and classification of radiation noises from underwater targets[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2003, 24(4): 390–394.
- [12] 章新华, 王骥程, 林良骥. 基于小波变换的舰船辐射噪声特征提取[J]. 声学学报, 1997, 22(2): 139–144.  
Zhang Xinhua, Wang Jicheng, Lin Liangji. Feature extraction of ship radiated noises based on wavelet transform[J]. Acta Acustica, 1997, 22(2): 139–144.
- [13] 樊养余, 孙进才, 李平安, 等. 基于高阶谱的舰船辐射噪声特征提取[J]. 声学学报, 1999, 24(6): 611–616.  
Fan Yangyu, Sun Jincai, Li Pingan, et al. Feature extraction of ship-radiated noise using higher-order spectrum[J]. Acta Acustica, 1999, 24(6): 611–616.
- [14] 章新华, 张晓明, 林良骥. 船舶辐射噪声的混沌现象研究[J]. 声学学报, 1998, 23(2): 134–140.  
Zhang Xinhua, Zhang Xiaoming, Lin Liangji. Researches on chaotic phenomena of noises radiated from ships[J]. Acta Acustica, 1998, 23(2): 134–140.
- [15] 徐新洲, 罗昕炜, 方世良, 等. 基于听觉感知机理的水下目标识别研究进展[J]. 声学技术, 2013, 32(2): 151–156.  
Xu Xinzhou, Luo Xinwei, Fang Shiliang, et al. Research progress of underwater target recognition based on auditory perception mechanism[J]. Technical Acoustics, 2013, 32(2): 151–156.
- [16] 曹红丽, 方世良. 舰船辐射噪声的响度和音色特征模型[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2013, 43(2): 241–246.  
Cao Hongli, Fang Shiliang. Loudness and timbre features model of ship radiated noise[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2013, 43(2): 241–246.
- [17] 于秀兰, 陈前斌, 王永. 信息论基础[M]. 北京: 电子工业出版社, 2017.
- [18] 程玉胜, 李智忠, 邱家兴. 水声目标识别[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [19] 休罗夫. 海洋矢量声学[M]. 贾志富, 译. 北京: 国防工业出版社, 2011.
- [20] 惠俊英, 孙国仓, 赵安邦. Pekeris波导中简正波声强流及其互谱信号处理[J]. 声学学报, 2008, 33(4): 300–304.  
Hui Junying, Sun Guocang, Zhao Anbang. Normal mode acoustic intensity flux in Pekeris waveguide and its cross spectra signal processing[J]. Acta Acustica, 2008, 33(4): 300–304.
- [21] 余贇, 惠俊英, 赵安邦, 等. Pekeris波导中简正波的复声强及其应用[J]. 物理学报, 2008, 57(9): 5742–5748.  
Yu Yun, Hui Junying, Zhao Anbang, et al. Complex acoustic intensity of normal modes in Pekeris waveguide and its application[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(9): 5742–5748.
- [22] Yang T C. Source depth estimation based on synthetic aperture beamforming for a moving source[J]. Journal of the Acoustic Society of America, 2015, 138(3): 1678–1686.