第 38 卷 第 4 期
2019 年 7 月

应用声学
Journal of Applied Acoustics

Vol. 38, No. 4
July, 2019

◇ 李启虎院士八十华诞学术论文 ◇

声矢量圆阵宽带相干目标MVDR方位估计*

时胜国[1,2,3†] 李 赢[3]

(1 哈尔滨工程大学水声重点实验室 哈尔滨 150001)

(2 海洋信息获取与安全工信部重点实验室 (哈尔滨工程大学) 工业和信息化部 哈尔滨 150001)

(3 哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

摘要 针对宽带相干目标的远程探测问题，该文提出一种基于声压振速联合处理和矢量重构的声矢量圆阵MVDR 波束形成方法。该方法利用相位模态变换技术，将声矢量圆阵变换为与信号频率无关的虚拟线阵，并构建虚拟线阵声压与组合振速的互协方差矩阵，利用声压与振速各分量间的空间相关性有效地抑制各向同性环境噪声；并对宽带相干信号的互协方差矩阵进行矢量重构，即将最大特征值对应的特征向量划分为相互重叠的子向量，从而构建前/后向 Hermitian 矩阵；最后，基于 MVDR 波束形成器实现宽带相干目标的方位估计。仿真计算和实验数据处理结果表明，该方法具较强的解相干能力和噪声抑制能力以及较高的方位估计性能。

关键词 声矢量圆阵，宽带相干信号，互协方差矩阵，矢量重构

中图法分类号: TB566 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-310X(2019)04-0530-10

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.009

MVDR beamforming for wideband coherent signals by using circular acoustic vector sensor arrays

SHI Shengguo[1,2,3] LI Ying[3]

(1 *Acoustic Science and Technology Laboratory Harbin Engineering University, Harbin* 150001, *China*)

(2 *Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security* (*Harbin Engineering University*), *Ministry of Industry and Information Technology, Harbin* 150001, *China*)

(3 *College of Underwater Acoustic Engineering Harbin Engineering University, Harbin* 150001, *China*)

Abstract This paper proposes a wideband minimum variance distortionless response (MVDR) beamforming for the direction-of-arrival (DOA) estimation of weak coherent signals by using uniform circular acoustic vector sensor arrays (UCAVSAs). This paper first uses the phase-mode transformation to covert the UCAVSA to a virtual linear array which is independent of the signal frequency. For eliminating the isotropic ambient noise, the correlation characteristics of the acoustic pressure and particle velocity are used to construct the cross-covariance matrix. Then, it is described that the eigenvector corresponding to the maximum eigenvalue of the wideband coherent signals in the virtual linear array contains all the DOA information of the signals. Based on this, this eigenvector is divided into overlapping subvectors to construct a forward/backward Hermitian matrix. Finally, the MVDR beamforming is used to estimate the DOAs. This method does not need to estimate the signal number. Simulation and experimental results show that the proposed algorithm has a stronger ability to suppress isotropic ambient noise, and it has a higher resolution and estimation accuracy.

Key words Circular acoustic vector sensor array, Wideband coherent signals, Cross-covariance matrix, Eigenvector reconstruction

---

2019-02-25 收稿; 2019-05-07 定稿

*国家自然科学基金项目 (61701133, 11674075)

作者简介: 时胜国 (1973-), 男, 黑龙江哈尔滨人, 博士生导师, 研究方向: 减振降噪、声矢量阵列信号处理。

† 通讯作者 E-mail: shishengguo@hrbeu.edu.cn

0 引言

圆阵的结构简单，可提供360° 全方位无模糊的方位角信息，在方位角平面内具有相同的角分辨力，这些优点使圆阵广泛应用于目标的方位估计[1−4]。信号子空间算法和最小方差无畸变响应(Minimum variance distortionless response, MVDR)波束形成具有较高的分辨力，是方位估计技术的两类重要方法。但当入射信号相干时，信号子空间算法和MVDR的估计性能均有不同程度降低，甚至失效。为此，人们提出了一系列解相干方法，如空间平滑[5]、改进空间平滑算法[6−8]、Toeplize矩阵方法[9−10]以及基于特征向量或相关向量的方法[11−12]等。为了使上述解相干算法能直接应用于圆形阵列，提出了相位模态变换技术，该技术将圆形阵列转化成虚拟线性阵列。然而，相位模态变换技术存在一些近似处理，可能会导致噪声功率增大以及方位估计算法性能退化。因此，提高圆形阵列相干信号的方位估计性能是很重要的。

声矢量传感器可同时测量声场中某点的声压和质点振速信息，而声压传感器只能测量声场中的声压信息[13−14]。相比声压阵列，声矢量传感器阵列具有较高的方位估计性能[15−17]，为此声矢量阵列信号处理技术也得到迅速地发展。Nehorai等[18]首先提出了声矢量阵列的信号处理模型，将质点振速视为与声压相同的独立阵元来进行信号处理。基于该模型，现有的阵列方位估计技术可被扩展到声矢量传感器阵列[15,19−21]。受到Nehorai等处理方法的启发，Zou等[22]构造了声矢量圆阵振速分量的协方差矩阵，然而该方法仅利用了声场的振速信息，没有利用声压与振速的相关性，未能充分发挥声矢量圆阵处理的技术优势。理论研究表明，各向同性噪声场中空间一点处的声压和质点振速是不相关的[23]；而远场点源目标信号的声压和质点振速是相关的[24]。因此，声压振速联合处理方法可有效地抑制各向同性环境噪声。与Nehorai等的处理方法相比，声压振速联合处理方法具有更强的噪声抑制能力。近些年，声压振速联合处理方法逐渐受到学者们的广泛关注，并被应用到声矢量阵列信号处理中[25−27]。

本文针对声矢量圆阵宽带相干目标的方位估计问题，在文献[27]所提出的声压振速联合处理方法基础上，提出了利用互协方差矩阵的最大特征值对应的特征向量构建了前后向Hermitain矩阵的解相干方法，以实现宽带相干目标的方位估计。尽管文献[11–12]也是利用特征向量解相干，但其重构的矩阵是非方阵，无法直接使用MVDR波束形成器，需要使用奇异值分解算法；本文矢量重构的矩阵是Hermitian，不需要进行奇异值分解，可以直接使用MVDR波束形成器。由于矢量重构的Hermitian矩阵不含有噪声子空间，本文方法可进一步提高相干信号的方位估计性能。

1 声矢量圆阵信号接收模型

1.1 宽带频率模型

如图1所示，半径为r的M元声矢量圆阵均匀布放于xOy平面，声矢量传感器的两个振速方向分别沿着圆阵的径向和切向方向。假设声源和基阵位于同一水平面上，H个宽带相干信号$s_1(t),\cdots,s_H(t)$分别从$\theta_1,\cdots,\theta_H$入射至声矢量圆阵。其中，$s_h(t)=\beta_h s_1(t)$，β_h是常数$(h=1,\cdots,H)$，带宽$\mathrm{BW}=[f_{\mathrm{low}},f_{\mathrm{high}}]$。以圆心为参考点，则$t$时刻第$m$个声矢量传感器接收数据可表示为

$$\begin{cases}P_m(t)=\displaystyle\sum_{h=1}^{H}s_h(t-\tau_{m,h})+N_{p,m}(t),\\ V_{r,m}(t)=\displaystyle\sum_{h=1}^{H}s_h(t-\tau_{m,h})u_{r,m,h}+N_{r,m}(t),\\ V_{\phi,m}(t)=\displaystyle\sum_{h=1}^{H}s_h(t-\tau_{m,h})u_{\phi,m,h}+N_{\phi,m}(t),\end{cases}\tag{1}$$

式(1)中，$P_m(t)$、$V_{r,m}(t)$和$V_{\phi,m}(t)$为第m个声矢量传感器所接收的声压和振速信息；$\tau_{m,h}$为第m个声矢量传感器与参考点接收到第h个信号之间的时间差；$u_{r,m,h}=\cos(\phi_m-\theta_h)$，$u_{\phi,m,h}=\sin(\theta_h-\phi_m)$，$\phi_m$为第$m$个声矢量传感器与$x$正轴的夹角。$N_{p,m}(t)$、$N_{r,m}(t)$和$N_{\phi,m}(t)$为第$m$个声矢量传感器声压和质点振速各通道所接收的噪声。假设阵列接收到的环境噪声是零均值的平稳高斯过程，且各阵元接收到的噪声相互独立。根据各向同性噪声场中声压与质点振速相关性[23−24]，可得$N_{p,m}(t)$、$N_{r,m}(t)$和

$N_{\phi,m}(t)$ 之间的统计特性：

$$\begin{cases} \mathrm{E}\{N_{p,m}(t)N_{r,m}^{\mathrm{H}}(t)\}=0, \\ \mathrm{E}\{N_{p,m}(t)N_{\phi,m}^{\mathrm{H}}(t)\}=0, \\ \mathrm{E}\{\boldsymbol{N}_m(t)\boldsymbol{N}_n^{\mathrm{H}}(t)\}=\boldsymbol{I}_3, \end{cases} \tag{2}$$

式 (2) 中，$1\leqslant m,n\leqslant M$；$\mathrm{E}\{\cdot\}$ 表示期望；$\boldsymbol{N}_m(t)=[N_{p,m}(t),N_{r,m}(t),N_{\phi,m}(t)]^{\mathrm{T}}$，$(\cdot)^{\mathrm{T}}$ 表示转置操作；$\boldsymbol{I}_i$ 表示 $i\times i$ 维单位矩阵；$(\cdot)^{\mathrm{H}}$ 表示共轭转置。

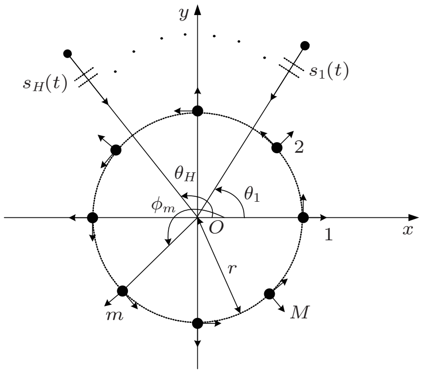

图 1 声矢量圆阵示意图

Fig. 1 Geometric model of UCAVSA with M acoustic vector sensors

将接收数据分成 L 段，对第 l $(l=1,\cdots,L)$ 段数据进行离散傅里叶变换 (Discrete Fourier transform, DFT)，则声矢量圆阵在第 i 个频率 f_i $(i=1,\cdots,K,\ f_{\mathrm{low}}\leqslant f_i\leqslant f_{\mathrm{high}})$ 的频域模型可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{P}(f_i,l)=\boldsymbol{A}_p(f_i)\boldsymbol{S}(f_i,l)+\boldsymbol{N}_p(f_i,l), \\ \boldsymbol{V}_r(f_i,l)=\boldsymbol{A}_r(f_i)\boldsymbol{S}(f_i,l)+\boldsymbol{N}_r(f_i,l), \\ \boldsymbol{V}_\phi(f_i,l)=\boldsymbol{A}_\phi(f_i)\boldsymbol{S}(f_i,l)+\boldsymbol{N}_\phi(f_i,l), \end{cases} \tag{3}$$

式 (3) 中，$\boldsymbol{P}(f_i,l)=[P_1(f_i,l),\cdots,P_M(f_i,l)]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{V}_r(f_i,l)=[V_{r,1}(f_i,l),\cdots,V_{r,M}(f_i,l)]^{\mathrm{T}}$、$\boldsymbol{V}_\phi(f_i,l)=[V_{\phi,1}(f_i,l),\cdots,V_{\phi,M}(f_i,l)]^{\mathrm{T}}$ 为第 l 段接收数据在频率 f_i 分量处的 DFT 变换，$P_m(f_i,l)$、$V_{r,m}(f_i,l)$、$V_{\phi,m}(f_i,l)$ 为第 m 个声矢量传感器所接收的声压和振速信息；$\boldsymbol{N}_p(f_i,l)$、$\boldsymbol{N}_r(f_i,l)$、$\boldsymbol{N}_\phi(f_i,l)$ 分别为在频率 f_i 处声矢量传感器各通道接收噪声的 DFT 变换；$\boldsymbol{S}(f_i,l)=[s_1(f_i,l),\cdots,s_H(f_i,l)]^{\mathrm{T}}=s_1(f_i,l)\boldsymbol{\beta}$ 是信号矢量，$\boldsymbol{\beta}=[\beta_1,\cdots,\beta_H]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{A}_p(f_i)$、$\boldsymbol{A}_r(f_i)$ 和 $\boldsymbol{A}_\phi(f_i)$ 分别表示频率 f_i 处的声压、径向和切向的导向矢量矩阵，可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{A}_p(f_i)= \\ [\boldsymbol{a}_p(f_i,\theta_1),\cdots,\boldsymbol{a}_p(f_i,\theta_h),\cdots,\boldsymbol{a}_p(f_i,\theta_H)], \\ \boldsymbol{A}_r(f_i)= \\ [\boldsymbol{a}_r(f_i,\theta_1),\cdots,\boldsymbol{a}_r(f_i,\theta_h),\cdots,\boldsymbol{a}_r(f_i,\theta_H)], \\ \boldsymbol{A}_\phi(f_i)= \\ [\boldsymbol{a}_\phi(f_i,\theta_1),\cdots,\boldsymbol{a}_\phi(f_i,\theta_h),\cdots,\boldsymbol{a}_\phi(f_i,\theta_H)], \end{cases} \tag{4}$$

式 (4) 中，

$$\boldsymbol{a}_p(f_i,\theta_h)=[\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_i r\cos(\phi_1-\theta_h)},\cdots,\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_i r\cos(\phi_M-\theta_h)}]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{a}_r(f_i,\theta_h)= [\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_i r\cos(\phi_1-\theta_h)}u_{r,1,h},\cdots,\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_i r\cos(\phi_M-\theta_h)}u_{r,M,h}]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{a}_\phi(f_i,\theta_h)= [\mathrm{e}^{\mathrm{j}k_i r\cos(\phi_1-\theta_h)}u_{\phi,1,h},\cdots,\ \mathrm{e}^{\mathrm{j}k_i r\cos(\phi_M-\theta_h)}u_{\phi,M,h}]^{\mathrm{T}},$$

j 是虚数单位，$k_i=2\pi f_i/c$ 为对应频率 f_i 的波束，c 是声速。

1.2 相位模态变换

相位模态变换技术已在圆阵的信号处理领域得到广泛应用，它可将圆形阵列变换为与信号频率无关的虚拟线列阵，可将解相干技术和宽带处理方法直接应用于圆阵宽带相干目标方位估计。由文献 [27] 可知，对于第 i 个频率分量 f_i，声矢量圆阵的相位模态变换矩阵可以表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{T}_p(f_i)=(1/M)\boldsymbol{J}_p^{-1}(f_i)\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}, \\ \boldsymbol{T}_r(f_i)=(1/M)\boldsymbol{J}_r^{-1}(f_i)\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}, \\ \boldsymbol{T}_\phi(f_i)=(1/M)\boldsymbol{J}_\phi^{-1}(f_i)\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}, \end{cases} \tag{5}$$

式 (5) 中，$\boldsymbol{T}_p(f_i)$、$\boldsymbol{T}_r(f_i)$ 和 $\boldsymbol{T}_\phi(f_i)$ 分别为声压、径向和切向振速分量的相位模态变换矩阵；$\boldsymbol{F}=[\boldsymbol{w}_{-N},\cdots,\boldsymbol{w}_n,\cdots,\boldsymbol{w}_N]$，$\boldsymbol{w}_n=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi n/M},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(M-1)n/M}]^{\mathrm{T}}$，且有 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}=M\boldsymbol{I}_{2N+1}$；$N$ 为相位模态变换的最高阶数，$N=\lfloor k_{\max}r\rfloor$，$k_{\max}=2\pi f_{\mathrm{high}}/c$ 是对应于频率 f_i 的波束，$\lfloor\cdot\rfloor$ 为向下取整运算；$\boldsymbol{J}_p(f_i)$、$\boldsymbol{J}_r(f_i)$、$\boldsymbol{J}_\phi(f_i)$ 可表示为 [27]

$$\begin{cases} \boldsymbol{J}_p(f_i)=\mathrm{diag}[B_{-N}(k_i r),\cdots,B_N(k_i r)], \\ \boldsymbol{J}_r(f_i)=\dfrac{1}{\mathrm{j}k_i}\mathrm{diag}[B'_{-N}(k_i r),\cdots,B'_{-N}(k_i r)], \\ \boldsymbol{J}_\phi(f_i)=\dfrac{-1}{k_i r}\mathrm{diag}[-NB_{-N}(k_i r),\cdots,NB_N(k_i r)], \end{cases} \tag{6}$$

式 (6) 中，$B_n(k_i r) = \mathrm{j}^n \mathrm{J}_n(k_i r)$，$\mathrm{J}_n(k_i r)$ 为第 n 阶第一类贝塞尔函数，$B_n'(k_i r)$ 为 $B_n(k_i r)$ 对 r 的导函数；$\mathrm{diag}[\cdot]$ 表示由 $[\cdot]$ 组成的对角矩阵。

将相位模态变换矩阵左乘式 (3)，可得虚拟声矢量线阵的频域数据模型：

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{P}}(f_i,l) = \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{P}(f_i,l) = \dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{S}(f_i,l) + \dot{\boldsymbol{N}}_p(f_i,l), \\ \dot{\boldsymbol{V}}_r(f_i,l) = \boldsymbol{T}_r(f_i)\boldsymbol{V}_r(f_i,l) = \dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{S}(f_i,l) + \dot{\boldsymbol{N}}_r(f_i,l), \\ \dot{\boldsymbol{V}}_\phi(f_i,l) = \boldsymbol{T}_\phi(f_i)\boldsymbol{V}_\phi(f_i,l) = \dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{S}(f_i,l) + \dot{\boldsymbol{N}}_\phi(f_i,l), \end{cases} \tag{7}$$

式 (7) 中，$\dot{\boldsymbol{P}}(f_i,l)$、$\dot{\boldsymbol{V}}_r(f_i,l)$ 和 $\dot{\boldsymbol{V}}_\phi(f_i,l)$ 分别为虚拟声矢量线阵的声压、径向和切向振速的 DFT 变换；$\dot{\boldsymbol{N}}_p(f_i,l) = \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{N}_p(f_i,l)$、$\dot{\boldsymbol{N}}_r(f_i,l) = \boldsymbol{T}_r(f_i)\boldsymbol{N}_r(f_i,l)$、$\dot{\boldsymbol{N}}_\phi(f_i,l) = \boldsymbol{T}_\phi(f_i)\boldsymbol{N}_\phi(f_i,l)$ 为在频率 f_i 处虚拟声矢量线阵各通道噪声的 DFT 变换；$\dot{\boldsymbol{A}} = [\dot{\boldsymbol{a}}(\theta_1), \cdots, \dot{\boldsymbol{a}}(\theta_H)]$ 为虚拟声矢量线阵的导向矢量矩阵，$\dot{\boldsymbol{a}}(\theta_h) = [\mathrm{e}^{-\mathrm{j}N\theta_h}, \cdots, \mathrm{e}^{\mathrm{j}N\theta_h}]^{\mathrm{T}}$ 为第 h 个信号的虚拟声矢量线阵导向矢量，该导向矢量矩阵是与频率无关的，$h = 1, \cdots, H$。

2　协方差矩阵与互协方差矩阵的构建方法

声矢量阵列信号处理的主要可分为两种方法：一种是将振速各分量视为与声压相同的独立阵元来处理，即 Nehorai 处理方法；另一种是声压振速联合信号处理方法。

2.1　Nehorai 处理方法 (*PV-PV*)[18]

在 Nehorai 处理方法中，声矢量圆阵宽带信号的频域模型可写成

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X}(f_i,l) &= [\boldsymbol{P}(f_i,l), \boldsymbol{V}_x(f_i,l), \boldsymbol{V}_y(f_i,l)]^{\mathrm{T}} \\ &= \boldsymbol{A}_{PV\text{-}PV}(f_i)\boldsymbol{S}(f_i,l) + \boldsymbol{N}_{PV\text{-}PV}(f_i,l), \end{aligned} \tag{8}$$

式中，$\boldsymbol{A}_{PV\text{-}PV}(f_i) = [\boldsymbol{A}_p(f_i), \boldsymbol{A}_p(f_i)\boldsymbol{\Phi}_x, \boldsymbol{A}_p(f_i)\boldsymbol{\Phi}_y]^{\mathrm{T}}$ 为声矢量圆阵采用 Nehorai 处理方法的导向矢量矩阵；$\boldsymbol{V}_x(f_i,l)$ 和 $\boldsymbol{V}_y(f_i,l)$ 可表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{V}_x(f_i,l) = [V_{x,l}(f_i,l), \cdots, V_{x,m}(f_i,l)]^{\mathrm{T}} \\ \qquad = \boldsymbol{A}_p(f_i)\boldsymbol{\Phi}_x\boldsymbol{S}(f_i,l) + \boldsymbol{N}_x(f_i,l), \\ \boldsymbol{V}_y(f_i,l) = [V_{y,l}(f_i,l), \cdots, V_{y,m}(f_i,l)]^{\mathrm{T}} \\ \qquad = \boldsymbol{A}_p(f_i)\boldsymbol{\Phi}_y\boldsymbol{S}(f_i,l) + \boldsymbol{N}_y(f_i,l), \end{cases} \tag{9}$$

式 (9) 中，

$V_{x,m}(f_i,l) = V_{r,m}(f_i,l)\cos\phi_m - V_{\phi,m}(f_i,l)\sin\phi_m$、

$V_{y,m}(f_i,l) = V_{r,m}(f_i,l)\sin\phi_m + V_{\phi,m}(f_i,l)\cos\phi_m$

为第 m 声矢量传感器的振速分量，其方向分别沿着 x、y 轴；$\boldsymbol{\Phi}_x = \mathrm{diag}[\cos\theta_1, \cdots, \cos\theta_H]$，$\boldsymbol{\Phi}_y = \mathrm{diag}[\sin\theta_1, \cdots, \sin\theta_H]$；$\boldsymbol{N}_x(f_i,l)$、$\boldsymbol{N}_y(f_i,l)$ 为振速 x、y 通道接收的噪声分量；$\boldsymbol{N}_{PV\text{-}PV}(f_i,l) = [\boldsymbol{N}_p(f_i,l), \boldsymbol{N}_x(f_i,l), \boldsymbol{N}_y(f_i,l)]^{\mathrm{T}}$ 为 Nehorai 处理方法中声矢量圆阵的噪声，且有

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{R}_{n\_PV\text{-}PV}(f_i) \\ &= \mathrm{E}\{\boldsymbol{N}_{PV\text{-}PV}(f_i,l)\boldsymbol{N}^{\mathrm{H}}_{PV\text{-}PV}(f_i,l)\} \\ &= \sigma_p^2(f_i)\mathrm{diag}\left[1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \otimes \boldsymbol{I}_M, \end{aligned} \tag{10}$$

式 (10) 中，$\sigma_p^2(f_i)$ 为声矢量圆阵声压分量在频率 f_i 处的噪声功率；$\otimes$ 表示克罗内特积。

相位模态变换后虚拟声矢量线阵的频率模型可表示为

$$\begin{aligned} &\dot{\boldsymbol{X}}(f_i,l) \\ &= [\boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{P}(f_i,l), \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{V}_x(f_i,l), \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{V}_y(f_i,l)]^{\mathrm{T}} \\ &= [\dot{\boldsymbol{P}}(f_i,l), \dot{\boldsymbol{V}}_x(f_i,l), \dot{\boldsymbol{V}}_y(f_i,l)]^{\mathrm{T}} \\ &= \dot{\boldsymbol{A}}_{PV\text{-}PV}\boldsymbol{S}(f_i,l) + \dot{\boldsymbol{N}}_{PV\text{-}PV}(f_i,l), \end{aligned} \tag{11}$$

式 (11) 中，$\dot{\boldsymbol{V}}_x(f_i,l) = \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{V}_x(f_i,l)$、$\dot{\boldsymbol{V}}_y(f_i,l) = \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{V}_y(f_i,l)$ 分别为虚拟声矢量线阵在频率 f_i 处沿 x 和 y 轴的振速分量；$\dot{\boldsymbol{A}}_{PV\text{-}PV} = [\dot{\boldsymbol{A}}, \dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\Phi}_x, \dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\Phi}_y]^{\mathrm{T}}$；$\dot{\boldsymbol{N}}_{PV\text{-}PV}(f_i,l) = [\dot{\boldsymbol{N}}_p(f_i,l), \dot{\boldsymbol{N}}_x(f_i,l), \dot{\boldsymbol{N}}_y(f_i,l)]^{\mathrm{T}}$ 为虚拟声矢量线阵各通道的噪声，$\dot{\boldsymbol{N}}_x(f_i,l) = \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{N}_x(f_i,l)$、$\dot{\boldsymbol{N}}_y(f_i,l) = \boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{N}_y(f_i,l)$ 为相位模态变换后的噪声分量。

对于 Nehorai 处理方法，阵列的协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{R}}_{PV\text{-}PV}(f_i) &= \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\dot{\boldsymbol{X}}(f_i,l)\dot{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{H}}(f_i,l) \\ &= \dot{\boldsymbol{A}}_{PV\text{-}PV}\boldsymbol{R}_s(f_i)\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}}_{PV\text{-}PV} + \dot{\boldsymbol{R}}_{n\_PV\text{-}PV}(f_i), \end{aligned} \tag{12}$$

式 (12) 中，$\boldsymbol{R}_s(f_i) = \dfrac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\boldsymbol{S}(f_i,l)\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}(f_i,l)$ 为在频率 f_i 处的信号协方差矩阵；$\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_PV\text{-}PV}(f_i)$ 表示在第 i 个频率点 f_i 处的噪声协方差矩阵，可表示为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_PV\text{-}PV}(f_i) &= \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\dot{\boldsymbol{N}}_{PV\text{-}PV}(f_i,l)\dot{\boldsymbol{N}}^{\mathrm{H}}_{PV\text{-}PV}(f_i,l)\\ &= \operatorname{diag}\left[\sigma_p^2(f_i)\boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{T}_p^{\mathrm{H}}(f_i),\frac{1}{2}\sigma_p^2(f_i)\boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{T}_p^{\mathrm{H}}(f_i),\frac{1}{2}\sigma_p^2(f_i)\boldsymbol{T}_p(f_i)\boldsymbol{T}_p^{\mathrm{H}}(f_i)\right]\\ &= \frac{\sigma_p^2(f_i)}{M}\operatorname{diag}\left[1,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]\otimes\operatorname{diag}\left[\frac{1}{\mathrm{J}_{-N}^2(k_ir)},\cdots,\frac{1}{\mathrm{J}_N^2(k_ir)}\right].\end{aligned}\tag{13}$$

由式 (13) 可以看出，相位模态变换后噪声功率发生了变化，若 $|\mathrm{J}_n(k_ir)|\ll 1$，$\dot{\boldsymbol{R}}_{PV\text{-}PV}(f_i)$ 中的噪声分量 $\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_PV\text{-}PV}(f_i)$ 将会变得很大，这种情况下会导致方位估计性能变差甚至失效。

2.2 声压振速联合处理

声压振速联合处理方法是通过构建声压和振速的互协方差矩阵从而消除各向同性噪声，用于提高方位估计器的估计性能。

2.2.1 P-V_c 方法[26]

P-V_c 方法是将声压和投影振速联合处理得到互协方差矩阵的方法[26]。首先将声矢量传感器的 x、y 振速分量投影到某一观测角度 ψ 上得到第 i 个频率 f_i 上的投影振速，

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{V}}_c(f_i,l) &= \dot{\boldsymbol{V}}_x(f_i,l)\cos\psi+\dot{\boldsymbol{V}}_y(f_i,l)\sin\psi\\ &= \dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{\Phi}_c\boldsymbol{S}(f_i,l)+\dot{\boldsymbol{N}}_c(f_i,l),\end{aligned}\tag{14}$$

式 (14) 中，$\boldsymbol{\Phi}_c=\operatorname{diag}[\cos(\psi-\theta_1),\cdots,\cos(\psi-\theta_H)]$；$\dot{\boldsymbol{N}}_c(f_i,l)=\dot{\boldsymbol{N}}_x(f_i,l)\cos\psi+\dot{\boldsymbol{N}}_y(f_i,l)\cos\psi$。则 P-V_c 方法的互协方差矩阵可写为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}(f_i) &= \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\dot{\boldsymbol{P}}(f_i,l)\dot{\boldsymbol{V}}_c^{\mathrm{H}}(f_i,l)\\ &= \dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{R}_s(f_i)\boldsymbol{\Phi}_c\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}}+\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_P\text{-}V_c}(f_i),\end{aligned}\tag{15}$$

式 (15) 中，$\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_P\text{-}V_c}(f_i)$ 表示第 i 个频率 f_i 处的噪声互协方差矩阵。在 1.1 节噪声假设下，式 (15) 中的 $\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_P\text{-}V_c}(f_i)$ 可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{R}_{n\_P\text{-}V_c}(f_i) &= \boldsymbol{T}_p(f_i)\begin{bmatrix}\varepsilon_{1,1} & \varepsilon_{1,2} & \cdots\\ \varepsilon_{2,1} & \varepsilon_{2,2} & \cdots\\ \vdots & \vdots & \ddots\end{bmatrix}\boldsymbol{T}_p^{\mathrm{H}}(f_i)\\ &= \boldsymbol{0}_{2N+1},\end{aligned}\tag{16}$$

式 (16) 中，$\varepsilon_{m,n}=(1/L)\sum_{l=1}^{L}N_{p,m}(f_i,l)N_{c,n}^{\mathrm{H}}(f_i,l)=0\ (m,n=1,\cdots,M)$，$N_{c,n}(f_i,l)$ 为向量 $\boldsymbol{N}_c(f_i,l)$ 中的第 n 个元素；$\boldsymbol{0}_{2N+1}$ 表示 $(2N+1)\times(2N+1)$ 维零矩阵。将式 (16) 代入式 (15)，有

$$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}(f_i)=\dot{\boldsymbol{A}}\ddot{\boldsymbol{R}}_s(f_i)\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}},\tag{17}$$

式 (17) 中，$\ddot{\boldsymbol{R}}_s(f_i)=\boldsymbol{R}_s(f_i)\boldsymbol{\Phi}_c$。

2.2.2 P-(V_r+V_ϕ) 方法[27]

P-(V_r+V_ϕ) 方法是通过声压 $\dot{\boldsymbol{P}}(f_i,l)$ 和 $(\dot{\boldsymbol{V}}_r(f_i,l)+\dot{\boldsymbol{V}}_\phi(f_i,l))$ 联合处理得到互协方差矩阵的方法。对于第 i 个频率 f_i，互协方差矩阵可表示为

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i)\\ &= \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\dot{\boldsymbol{P}}(f_i,l)[\dot{\boldsymbol{V}}_r(f_i,l)+\dot{\boldsymbol{V}}_\phi(f_i,l)]^{\mathrm{H}}\\ &= 2\dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{R}_s(f_i)\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}}+\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i),\end{aligned}\tag{18}$$

式 (18) 中，$\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i)$ 为第 i 个频率 f_i 处的噪声互协方差矩阵。在 1.1 节噪声假设条件下，有 $\rho_{m,n}(f_i)=(1/L)\sum_{l=1}^{L}N_{p,m}(f_i,l)N_{r,n}^{\mathrm{H}}(f_i,l)=0$，$\varsigma_{m,n}(f_i)=(1/L)\sum_{l=1}^{L}N_{p,m}(f_i,l)N_{\phi,n}^{\mathrm{H}}(f_i,l)=0$ 成立，$m,n=1,\cdots,M$。则 $\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i)$ 可表示为

$$\begin{aligned}&\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i)\\ &= \boldsymbol{T}_p(f_i)\begin{bmatrix}\rho_{1,1} & \rho_{1,2} & \cdots\\ \rho_{2,1} & \rho_{2,2} & \cdots\\ \vdots & \vdots & \ddots\end{bmatrix}\boldsymbol{T}_r^{\mathrm{H}}(f_i)\\ &\quad+\boldsymbol{T}_p(f_i)\begin{bmatrix}\varsigma_{1,1} & \varsigma_{1,2} & \cdots\\ \varsigma_{2,1} & \varsigma_{2,2} & \cdots\\ \vdots & \vdots & \ddots\end{bmatrix}\boldsymbol{T}_\phi^{\mathrm{H}}(f_i)\\ &= \boldsymbol{0}_{2N+1}.\end{aligned}\tag{19}$$

将式 (19) 代入式 (18) 可得

$$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i)=\dot{\boldsymbol{A}}\dddot{\boldsymbol{R}}_s(f_i)\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}},\tag{20}$$

式 (20) 中，$\dddot{\boldsymbol{R}}_s(f_i)=2\boldsymbol{R}_s(f_i)$。

将K个频率点的$\dot{\boldsymbol{R}}_{PV\text{-}PV}(f_i)$、$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}(f_i)$和$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i)$矩阵平均处理，有

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{R}}_{PV\text{-}PV}=\dfrac{1}{K}\displaystyle\sum_{i=1}^{K}\dot{\boldsymbol{R}}_{PV\text{-}PV}(f_i)\\ \qquad\qquad=\dot{\boldsymbol{A}}\dot{\boldsymbol{R}}_s\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}}+\dot{\boldsymbol{R}}_{n\_PV\text{-}PV},\\ \dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}=\dfrac{1}{K}\displaystyle\sum_{i=1}^{K}\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}(f_i)=\dot{\boldsymbol{A}}\ddot{\boldsymbol{R}}_s\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}},\\ \dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}=\dfrac{1}{K}\displaystyle\sum_{i=1}^{K}\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}(f_i)\\ \qquad\qquad=\dot{\boldsymbol{A}}\dddot{\boldsymbol{R}}_s\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}},\end{cases}\tag{21}$$

式(21)中，$\dot{\boldsymbol{R}}_s=\sum_{i=1}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_s(f_i)/K=\bar{\sigma}_1^2\boldsymbol{\beta}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{H}}$，$\bar{\sigma}^2=\sum_{i=1}^{K}\sigma_1^2(f_i)/K$，$\sigma_1^2(f_i)$是信号$s_1(t)$在频率$f_i$处的功率；$\ddot{\boldsymbol{R}}_s=\dot{\boldsymbol{R}}_s\boldsymbol{\Phi}_c$，$\dddot{\boldsymbol{R}}_s=2\dot{\boldsymbol{R}}_s$。从式(21)可以看出，对于Nehorai处理方法，$\dot{\boldsymbol{R}}_{PV\text{-}PV}$中含有噪声协方差矩阵$\dot{\boldsymbol{R}}_{n_PV\text{-}PV}$；而对于$P\text{-}V_c$和$P(V_r+V_\phi)$联合处理方法，$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}$、$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$中不含有噪声的互协方差矩阵，因此说明了声压振速联合处理方法可以消除各向同性噪声。由于矩阵$|\boldsymbol{\Phi}_c|\leqslant 1$，可以发现$\dddot{\boldsymbol{R}}_s-\ddot{\boldsymbol{R}}_s=\dot{\boldsymbol{R}}_s(2\boldsymbol{I}_H-\boldsymbol{\Phi}_c)>\boldsymbol{0}_H$，即在相同信噪比条件下，基于$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$的方位估计器性能好于基于$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}$的估计器。因此，本文利用$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$矩阵来实现宽带相干目标的方位估计。

3 宽带相干目标MVDR方位估计

当目标信号相干时，信号矩阵$\boldsymbol{R}_s$的秩小于信号个数，这会使$\dot{\boldsymbol{R}}_{PV\text{-}PV}$、$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c}$和中$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$的信号子空间维度小于信号个数，从而导致MVDR波束形成器失效，无法估计目标方位。为了有效估计相干目标方位，本文介绍了一种矢量重构(Eigenvector reconstruction, EVR)解相干理论，该方法是利用信号子空间来实现的。本文首先利用互协方差矩阵$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$消除各向同性环境噪声，然后仅利用信号子空间的EVR方法进一步提高算法的噪声抑制能力。

互协方差矩阵$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$可表示为

$$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}=2\bar{\sigma}_1^2\left(\sum_{h=1}^{H}\beta_h\dot{\boldsymbol{a}}(\theta_h)\right)\left(\sum_{h=1}^{H}\beta_h\dot{\boldsymbol{a}}(\theta_h)\right)^{\mathrm{H}}.\tag{22}$$

当信号完全相干时，$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$的秩为1。同时，互协方差矩阵$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$还可表示为

$$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}=\sum_{n=1}^{2N+1}\lambda_i\boldsymbol{u}_n\boldsymbol{u}_n^{\mathrm{H}},\tag{23}$$

式(23)中，$\lambda_1\geqslant\lambda_2=\cdots=\lambda_{2N+1}=0$为$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$的特征向量，$\boldsymbol{u}_n$为对应于$\lambda_n$的特征矢量。由式(22)和式(23)可知，$\boldsymbol{u}_1$是属于由$\dot{\boldsymbol{a}}(\theta_1),\cdots,\dot{\boldsymbol{a}}(\theta_H)$张成的信号空间，即可表示为

$$\boldsymbol{u}_1=\sum_{h=1}^{\mathrm{H}}\alpha_h\dot{\boldsymbol{a}}(\theta_h),\tag{24}$$

式(24)中，α_h为常数。由式(24)可知，$\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)}$的最大特征值对应的特征向量是所有相干信号的导向矢量的线性组合。将最大特征值λ_1对应的特征向量$\boldsymbol{u}_1$划分为一系列相互重叠的子向量$\boldsymbol{z}_n$：

$$\boldsymbol{z}_n=[e_n,e_{n+1},\cdots,e_{n+d-1}]^{\mathrm{T}},\tag{25}$$

式(25)中，e_n是$\boldsymbol{u}_1$中第n个元素，$n=1,\cdots,d$，d为每个子向量的长度。利用$\boldsymbol{z}_n$得到矩阵$\boldsymbol{Y}$：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y}&=[\boldsymbol{z}_1,\cdots,\boldsymbol{z}_b]=\tilde{\boldsymbol{A}}[\boldsymbol{q},\boldsymbol{D}\boldsymbol{q},\boldsymbol{D}^2\boldsymbol{q},\cdots,\boldsymbol{D}^{b-1}\boldsymbol{q}]\\&=\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}},\end{aligned}\tag{26}$$

式(26)中，$\boldsymbol{q}=[\alpha_1,\cdots,\alpha_H]^{\mathrm{T}}$；$b$为将$\boldsymbol{u}_1$分成子向量的个数；$b$和$d$满足$b+d-1=2N+1$；$\tilde{\boldsymbol{A}}=[\boldsymbol{I}_d,\boldsymbol{0}_{d\times(2N+1-d)}]\dot{\boldsymbol{A}}$，$\boldsymbol{0}_{d\times(2N+1-d)}$为$d\times(2N+1-d)$维零矩阵；$\boldsymbol{D}=\mathrm{diag}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_H}]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}[\alpha_1,\cdots,\alpha_H]$，$\tilde{\boldsymbol{B}}=[\tilde{\boldsymbol{b}}_1,\cdots,\tilde{\boldsymbol{b}}_n,\cdots,\tilde{\boldsymbol{b}}_H]$，$\tilde{\boldsymbol{b}}_n=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_h},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(b-1)\theta_h}]^{\mathrm{T}}$，$n=1,\cdots,H$。

利用$\boldsymbol{Y}$可得前向Hermitian矩阵：

$$\boldsymbol{R}_1=\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{H}}=\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}},\tag{27}$$

式(27)中，$\boldsymbol{C}_1=\boldsymbol{Q}\tilde{\boldsymbol{B}}^{\mathrm{T}}$。

利用前向Hermitian矩阵$\boldsymbol{R}_1$构建后向矩阵$\boldsymbol{R}_2$：

$$\boldsymbol{R}_2=\tilde{\boldsymbol{I}}_d\boldsymbol{R}_1^*\tilde{\boldsymbol{I}}_d=\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{C}_2\boldsymbol{C}_2^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}},\tag{28}$$

式(28)中，$\boldsymbol{C}_2=\boldsymbol{W}\boldsymbol{C}_1^*$，$\boldsymbol{W}=\mathrm{diag}[\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2N+1-d)\theta_1},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(2N+1-d)\theta_H}]$；$\tilde{\boldsymbol{I}}$表示反对角线是1，其余都是0的$d\times d$维矩阵，$(\cdot)^*$表示共轭。

通过利用$\boldsymbol{R}_1$、$\boldsymbol{R}_2$得前后Hermitian矩阵：

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{R}_1+\boldsymbol{R}_2=\tilde{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{G}\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}},\tag{29}$$

式 (29) 中，$\boldsymbol{G} = \boldsymbol{C}_1 + \boldsymbol{C}_2$。最后，基于 Hermitian 矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的 MVDR 空间谱为

$$P_{\mathrm{MVDR}} = \frac{1}{\tilde{\boldsymbol{a}}(\theta)\boldsymbol{R}^{-1}\tilde{\boldsymbol{a}}(\theta)}, \tag{30}$$

式 (30) 中，$\tilde{\boldsymbol{a}}(\theta) = [\boldsymbol{I}_d, \boldsymbol{0}_{d\times(2N+1-d)}]\tilde{\boldsymbol{a}}(\theta)$，$\theta$ 为扫描角度。

4 仿真计算结果

本节通过仿真计算来验证该方法的方位估计性能。假设接收阵列为 8 元声矢量圆阵，半径为 0.35 m，声矢量传感器的振速方向分别沿着圆阵的径向和切向；两宽带相干信号 $s_1(t)$、$s_2(t) = \beta s_1(t)$ ($\beta = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/5}$) 为零均值的、带宽为 $\mathrm{BW} \in [0.5\ \mathrm{kHz}, 2.5\ \mathrm{kHz}]$ 的高斯信号；声源和声矢量圆阵于同一水平面。假设噪声场是各向同性的，即声矢量传感器同点接收噪声的声压和振速分量是不相关的；任意两个声矢量传感器接收的噪声也是不相关的。

4.1 不同处理方法的空间谱图对比

两个宽带信号分别从 100° 和 150° 入射至声矢量圆阵。图 2 给出了不同信噪比 (Signal to noise ratio, SNR) 条件下的声压 (简称 P-P-EVR)、Nehorai 方法 (简称 PV-PV-EVR)、两种声压振速联合处理方法 (分别简称 P-V_c-EVR、P-(V_r+V_ϕ)-EVR) 的空间谱对比结果。

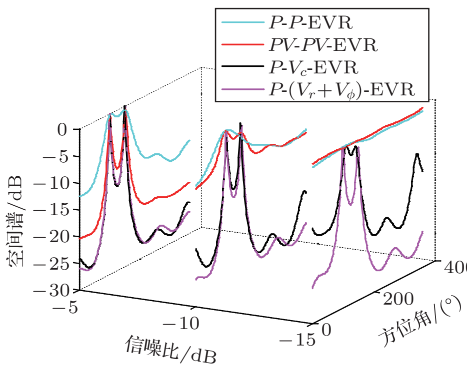

图 2 不同协方差矩阵构造方法的空间谱对比

Fig. 2 Spatial spectrums of different covariance matrix construction methods

从图 2 可以看出，P-P-EVR 在 SNR = −5 dB 时可估计两个目标方位，但当 SNR 降低时，P-P-EVR 方法失效。PV-PV-EVR 方法可在 SNR = −5 dB 和 −10 dB 时可估计目标方位，但当 SNR 降低到 −15 dB 时，PV-PV-EVR 也无法估计方位。相比较而言，P-V_c-EVR、P-$(V_r + V_\phi)$-EVR 两种方法均可以有效地消除各向同性噪声，具有较强的噪声抑制能力。由于 $\dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}(V_r+V_\phi)} - \dot{\boldsymbol{R}}_{P\text{-}V_c} = \dot{\boldsymbol{A}}\dot{\boldsymbol{R}}_s(2\boldsymbol{I}_H - \boldsymbol{\Phi}_c)\dot{\boldsymbol{A}}^{\mathrm{H}} > \boldsymbol{0}_H$，在低信噪比时 P-$(V_r + V_\phi)$-EVR 比 P-V_c-EVR 具有更低的旁瓣和较高的谱峰。因此，利用 P-$(V_r + V_\phi)$ 构造的互协方差矩阵相比其他方法构造的协方差矩阵更适合弱目标的方位估计。

4.2 基于 P-$(V_r + V_\phi)$ 的不同解相干方法

4.2.1 空间谱对比分析

假设两个相干信号分别从 100° 和 160° 入射至声矢量圆阵。图 3 给出了在不同信噪比条件下 P-$(V_r + V_\phi)$-EVR 方法以及对基于 P-$(V_r + V_\phi)$ 矩阵的前后向平滑 (简称 FBSS)、Teoplize 矩阵构造方法 (简称 Teop) 的空间谱结果。

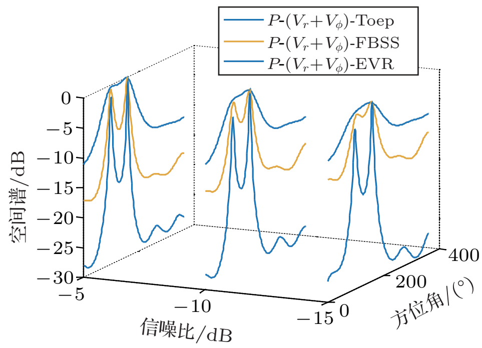

图 3 基于 P-$(V_r + V_\phi)$ 的不同解相干方法的空间谱结果

Fig. 3 Spatial spectrums of different decorrelation methods based on the P-$(V_r + V_\phi)$ versus SNRs

由图 3 结果可知，P-$(V_r + V_\phi)$-Toep 方法没有两个明显谱峰，主要原因是该方法在解相干时损失了较多的阵列孔径；P-$(V_r + V_\phi)$-FBSS 方法在 SNR = −5 dB 时有两个明显的谱峰，可以有效地估计相干目标方位，但当信噪比 SNR 下降，该方法的空间谱估计性能降低，在 SNR = −15 dB 时已基本无法估计两个相干目标方位；而在信噪比 SNR 下降到 −15 dB 时，P-$(V_r + V_\phi)$-EVR 方法仍有两个明显的谱峰。因此，P-$(V_r + V_\phi)$-EVR 方法具有更强的解相干能力。

4.2.2 统计性能分析

本节主要采用200次蒙特卡罗实验分析P-(V_r+V_ϕ)-Toep、P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-EVR方法的方位估计均方根误差(Root-mean-square error, RMSE)和分辨概率(Resolution probability, RP)。方位估计的RMSE可表示为

$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{HU}\sum_{n=1}^{U}\left\{\sum_{h=1}^{H}(\hat{\theta}_{n,h}-\theta_h)^2\right\}},\quad(31)$$

式(31)中，H、U分别表示信号数目和蒙特卡罗实验次数；$\hat{\theta}_{n,h}$表示第n次对第h个信号的估计结果。如果对于第n次实验，当

$$\left|\hat{\theta}_{n,1}-\theta_1\right|+\left|\hat{\theta}_{n,2}-\theta_2\right|<\left|\hat{\theta}_{n,1}-\hat{\theta}_{n,2}\right|$$

成立时，便认为这次实验成功地分辨了两个目标信号，RP表示成功分辨两个目标信号的实验次数占总实验次数的百分比。

图4给出了不同信噪比条件下P-(V_r+V_ϕ)-EVR、P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-Toep的RMSE曲线，其中两相干信号分别从100°和160°入射至声矢量圆阵。由图4可以看出当信噪比增大时，P-(V_r+V_ϕ)-EVR、P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-Toep方法的估计误差变小；而且相比P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-Toep方法，在信噪比较低的情况下P-(V_r+V_ϕ)-EVR也具有较高的估计精度。

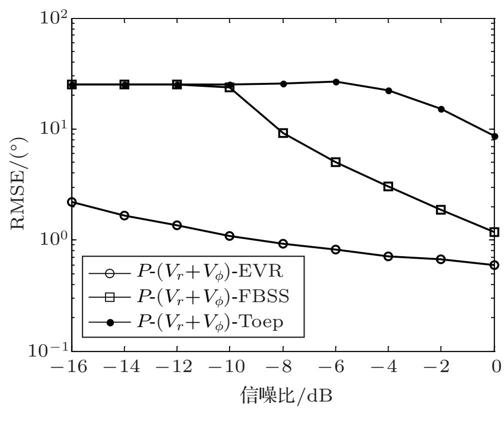

图4　不同信噪比条件下P-(V_r+V_ϕ)-EVR、P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-Toep 的RMSE 曲线

Fig. 4　RMSE curves of the P-(V_r+V_ϕ)-EVR, P-(V_r+V_ϕ)-FBSS, and P-$(V_r+\mathrm{V}_\phi)$-Toep versus SNRs

图5给出了不同角度间隔下P-(V_r+V_ϕ)-EVR、P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-Toep的RP曲线，其中SNR=0 dB。两个相干信号分别从100°和100°+$\Delta\theta$入射至声矢量圆阵，$\Delta\theta$的取值范围是以2°为间隔从20°增加到64°。从图5仿真计算结果可知，当两信号角度间隔不小于36°时，P-(V_r+V_ϕ)-FBSS方法可完全分辨两个信号；当角度间隔不小于50°时，P-(V_r+V_ϕ)-Toep方法可分辨两个信号；而P-(V_r+V_ϕ)-EVR方法在信号角度间隔达到26°时便可以完全分辨两个信号。

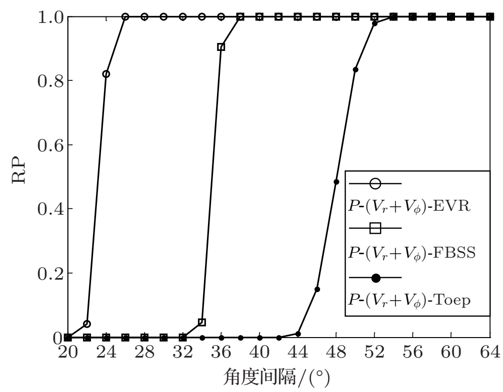

图5　不同角度间隔下 P-(V_r+V_ϕ)-EVR、P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-Toep 的RP 曲线

Fig. 5　RP curves of the P-(V_r+V_ϕ)-EVR, P-(V_r+V_ϕ)-FBSS, and P-(V_r+V_ϕ)-Toep versus angular separation

5 实验数据处理结果

对水池实验数据进行分析处理，以验证本文方法的有效性。图6为实验所用的8元声矢量圆阵，半径为0.35 m。声矢量圆阵的两个振速通道方向分别沿着圆阵的径向、切向方向。实验将信号源产生高斯信号通过带通滤波器得到0.6 kHz到2.5 kHz的宽带信号，然后将这个宽带信号送入两套发射系统来产生两个相干的宽带信号。声源与声矢量圆阵位于水下同一深度，两个声源与圆心的距离分别为$d_{s,1}=16$ m、$d_{s,2}=16.6$ m。由远近场判据理论可知，实验中两声源均处于接收阵列的远场。实验过程中采集了声矢量圆阵接收的水池背景噪声数据，通过改变背景噪声接收数据大小并将其与声矢量圆阵接收的高信噪比目标信号数据进行叠加，获得不同信噪比条件下的声矢量圆阵接收数据。

图6　实验所采用的声矢量圆阵

Fig. 6　UCAVSA with 8 acoustic vector sensors and its radius $r = 0.35$ m

5.1　不同处理方法的空间谱图

图7给出了不同信噪比条件下P-P-EVR、PV-PV-EVR、P-V_c-EVR和P-(V_r+V_ϕ)-EVR方法的空间谱图。由图7实验结果可知，P-P-EVR方法无法估计两个相干目标方位；在信噪比SNR = 0 dB时，PV-PV-EVR方法有两个谱峰，但当信噪比SNR = −5 dB和−10 dB时，PV-PV-EVR方法已经失效，而P-V_c-EVR和P-$(V_r + V_\phi)$-EVR仍可以有效估计两个目标方位；与P-V_c-EVR相比，P-$(V_r + V_\phi)$-EVR方法具有更尖锐的谱峰和更低的旁瓣级。实验数据处理结果表明，与声压处理方法、Nehorai处理方法相比，声压振速联合处理方法具有更强地抑制噪声能力；且与P-V_c-EVR相比，P-$(V_r + V_\phi)$-EVR方法更适合用于低信噪比条件下的目标方位估计。

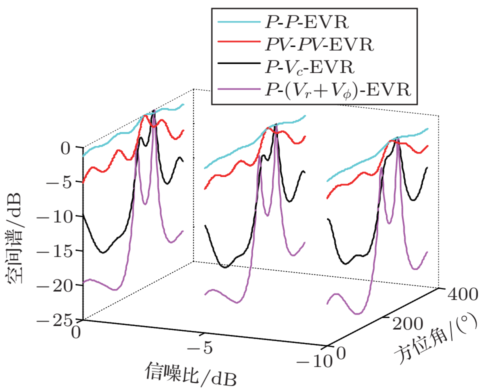

图7　不同信噪比条件下P-P-EVR、PV-PV-EVR、P-V_c-EVR和P-$(V_r + V_\phi)$-EVR方法的空间谱图

Fig. 7　Spatial spectrums of P-P-EVR, PV-PV-EVR, P-V_c-EVR and P-$(V_r + V_\phi)$-EVR versus SNRs

5.2　基于P-$(V_r + V_\phi)$的不同解相干算法的空间谱图

图8给出了不同信噪比条件下P-$(V_r + V_\phi)$-EVR、P-$(V_r + V_\phi)$-FBSS和P-$(V_r + V_\phi)$-Toep方法的空间谱图。由图8实验结果可知，P-$(V_r + V_\phi)$-Toep方法没有明显谱峰，无法准确估计两个目标信号方位；在信噪比SNR = −5 dB和−10 dB时，P-$(V_r + V_\phi)$-FBSS方法有两个明显的谱峰；当SNR下降至−15 dB时，P-(V_r+V_ϕ)-FBSS方法无法准确有效地估计出两个目标方位，而P-$(V_r + V_\phi)$-EVR方法仍可以准确估计两目标信号方位，有效地分辨两目标。实验数据处理结果表明，P-$(V_r + V_\phi)$-EVR方法具有更强的噪声抑制能力和解相干能力。

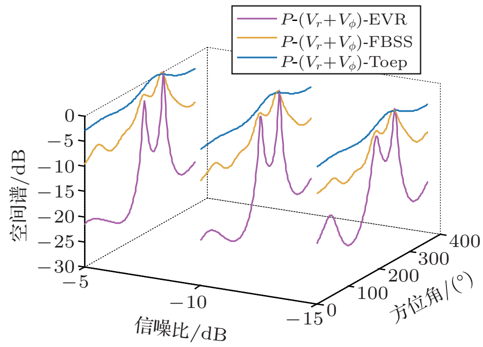

图8　不同信噪比条件下P-$(V_r + V_\phi)$-EVR、P-$(V_r + V_\phi)$-FBSS和P-$(V_r + V_\phi)$-Toep 方法的空间谱图

Fig. 8　Spatial spectrums of the P-(V_r+V_ϕ)-EVR, P-$(V_r + V_\phi)$-FBSS, and P-$(V_r + V_\phi)$-Toep versus SNRs

6　结论

本文将声压与切向、径向振速联合处理和矢量重构技术有效地结合起来，提出了一种声矢量圆阵宽带相干目标的MVDR方位估计方法，称为P-$(V_r + V_\phi)$-EVR方法。该方法基于相位模态变换技术，将声矢量圆阵变换为虚拟线阵；利用声压与各振速分量的空间相干特性，构建了虚拟线阵的声压P与径向、切向振速和$(V_r + V_\phi)$的互协方差矩阵；由于该互协方差矩阵的最大特征值对应的特征向量是虚拟线阵上所有宽带相干信号的线性组合，从而将该特征向量划分为相互重叠的子向量，构建前向和后向Hermitian矩阵，并通过平均处理得到前后向Hermitian矩阵，实现矢量重构；最后

通过MVDR波束形成器估计得到目标方位。仿真和实验数据处理结果表明：(1) 与 PV-PV-EVR方法相比，P-(V_r+V_ϕ)-EVR和P-V_c-EVR方法具有更强的噪声抑制能力；与P-V_c-EVR方法相比，由于P-(V_r+V_ϕ)处理方法可有效地增大信号功率，P-(V_r+V_ϕ)-EVR方法具有更低的旁瓣和较尖锐的谱峰；(2) 与P-(V_r+V_ϕ)-FBSS和P-(V_r+V_ϕ)-Toep方法相比，P-(V_r+V_ϕ)-EVR方法具有更强的解相干能力和更好的方位估计性能。

参 考 文 献

[1] Askari M, Karimi M, Atbaee Z. Robust beamforming in circular arrays using phase-mode transformation[J]. IET Signal Processing, 2013, 7(8): 693–703.

[2] Basikolo T, Arai H. APRD-MUSIC algorithm DOA estimation for reactance based uniform circular array[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2016, 64(10): 4415–4422.

[3] Goossens R, Rogier H, Werbrouck S. UCA Root-MUSIC with sparse uniform circular arrays[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 4095–4099.

[4] Wax M, Sheinvald J. Direction finding of coherent signals via spatial smoothing for uniform circular arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1994, 42(5): 613–620.

[5] Tran J M Q D, Hodgkiss W S. Spatial smoothing and minimum variance beamforming on data from large aperture vertical line arrays[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 1993, 18(1): 15–24.

[6] Choi Y H. On conditions for the rank restoration in forward/backward spatial smoothing[J]. IEEE Transactions on Antennas & Propagation, 2002, 50(11): 2900–2901.

[7] Hong S, Wan X R, Ke H Y. Spatial difference smoothing for coherent sources location in MIMO radar[J]. Signal Processing, 2015, 109: 69–83.

[8] Wen J, Liao B, Guo C. Spatial smoothing based methods for direction-of-arrival estimation of coherent signals in nonuniform noise[J]. Digital Signal Processing, 2017, 67: 116–122.

[9] Han F, Zhang X. An ESPRIT-like algorithm for coherent DOA estimation[J]. IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters, 2005, 4(1): 443–446.

[10] Wu Y, Li G, Hu Z, et al. Unambiguous directions of arrival estimation of coherent sources using acoustic vector sensor linear arrays[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2015, 9(3): 318–323.

[11] Choi Y H. ESPRIT-based coherent source localization with forward and backward vectors[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(12): 6416–6420.

[12] 安妍妍, 李赢, 时胜国, 等. 声矢量圆阵宽带相干信号的方位估计 [J]. 南京大学学报 (自然科学), 2017, 53(4): 621–628.
An Yanan, Li Ying, Shi Shengguo, et al. The direction-of-arrival estimation for wideband coherent sources using the circular acoustic vector sensor array[J]. Journal of Nanjing University (Natural Science), 2017, 53(4): 621–628.

[13] Cao J W, Liu J, Wang J Z, et al. Acoustic vector sensor: reviews and future perspectives[J]. IET Signal Processing, 2017, 11(1): 1–9.

[14] Wu Y, Hu Z, Luo H, et al. Source number detectability by an acoustic vector sensor linear array and performance analysis[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2014, 39(4): 769–778.

[15] Hawkes M, Nehorai A. Acoustic vector-sensor beamforming and Capon direction estimation[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(9): 2291–2304.

[16] Nagananda K G, Anand G V. Subspace intersection method of high-resolution bearing estimation in shallow ocean using acoustic vector sensors[J]. Signal Processing, 2010, 90(1): 105–118.

[17] Wang Y, Yang Y X, He Z Y, et al. Array gain for a conformal acoustic vector sensor array: an experimental study[J]. Chinese Physics B, 2016, 25(12): 124318.

[18] Nehorai A, Paldi E. Acoustic vector-sensor array processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(9): 2481–2491.

[19] Chen H W, Zhao J W. Wideband MVDR beamforming for acoustic vector sensor linear array[J]. IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation, 2004,151(3): 158–162.

[20] Chen H W, Zhao J W. Coherent signal-subspace processing of acoustic vector sensor array for DOA estimation of wideband sources[J]. Signal Processing, 2005, 85(4): 837–847.

[21] Nichols B, Sabra K G. Cross-coherent vector sensor processing for spatially distributed glider networks[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2015, 138(3): EL329–EL335.

[22] Zou N, Nehorai A. Circular acoustic vector-sensor array for mode beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(8): 3041–3052.

[23] Hawkes M, Nehorai A. Acoustic vector-sensor correlations in ambient noise[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2001, 26(3): 337–347.

[24] 惠俊英, 李春旭, 梁国龙, 等. 声压和振速联合信号处理抗相干干扰 [J]. 声学学报, 2000, 25(4): 389–394.
Hui Junyung, Li Chunxu, Liang Guolong, et al. Study on the physical basis of pressure and particle velocity combined proceessing[J]. Acta Acustica, 2000, 25(4): 389–394.

[25] Felisberto P, Rodriguez O, Santos P, et al. Experimental results of underwater cooperative source localization using a single acoustic vector sensor[J]. Sensors, 2013, 13(7): 8856–8878.

[26] 白兴宇, 杨德森, 赵春晖. 基于声压振速联合信息处理的声矢量阵相干信号子空间方法 [J]. 声学学报, 2006, 31(5): 410–417.
Bai Xingyu, Yang Desen, Zhao Chunhui. The coherent signal-subspace method based on combined information processing of pressure and particle velocity using the acoustic vector sensor array[J]. Acta Acustica, 2006, 31(5): 410–417.

[27] 杨德森, 朱中锐, 时胜国, 等. 声矢量圆阵相位模态域目标方位估计 [J]. 声学学报, 2014, 39(1): 19–26.
Yang Desen, Zhu Zhongrui, Shi Shengguo, et al. Direction-of-arrival estimation based on phase modal space for a uniform circular acoustic vector-sensor array[J]. Acta Acustica, 2014, 39(1): 19–26.