

◇ 李启虎院士八十华诞学术论文 ◇

一种检测低信噪比下未知波形时 变相干信号的方法*

王宏磊[†] 马远良

(西北工业大学航海学院 西安 710072)

摘要 从获取的数据中检测目标信号,是雷达、声呐等领域重要的研究内容。时频域严重畸变的回波信号以及时变线谱信号的自适应检测,具有重要意义。为了挖掘和推广自适应相干累积(ACI)技术在未知时变信号检测领域的的能力,该文给出了 ACI 算法的基本原理,并进行了系统性的理论推导,得到了 ACI 算法的宽带时变自回归滑动平均模型(ARMA)和窄带复解析模型。利用这些模型解释了产生信号相干累积的机理,分析得出了产生相干累积的条件,揭示了这种时变系统的许多奇异特性。结合仿真实验和实际海上实验数据对 ACI 算法展开验证,结果表明 ACI 算法对于低信噪比下未知波形信号具有优异的检测能力,展示出 ACI 算法在水下探测等相关领域存在广泛的实际应用前景。

关键词 自适应相干累积, ARMA 模型, 窄带复解析模型, 低信噪比

中图分类号: TB566 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-310X(2019)04-0477-07

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2019.04.002

A method for detection of low SNR signals with unknown and variant waveforms

WANG Honglei MA Yuanliang

(School of Marine Science and Technology, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract Detection of targets' signal from acquired data is an important research content in radar, sonar and other signal processing fields. The adaptive signal processing techniques have high practical application values due to the characteristic that no/less prior knowledge of signal is required. The adaptive detections of echo signals seriously distorted in time frequency domain and line spectrum varied in time are of great significance. In order to exploring and extending the ability of adaptive coherent integration (ACI) in unknown time-varying signal detection, the fundamental theory of ACI algorithm is presented in this paper. Broadband time-varying autoregressive moving average (ARMA) model and narrow-band complex analytic model of ACI are theoretically deduced. The mechanism of signal coherent integration is explained by using these models. At the same time, the conditions of signal coherent integration are analyzed and presented. In the process of analysis, some unique characteristics of ACI are discussed. Finally, the performance of ACI algorithm is verified by computer simulations and experiment data on the sea. The results show that ACI algorithm has excellent detection ability for signals with unknown waveform under low signal to noise ratio. The studies in this paper show that ACI algorithm has a wide application prospect in underwater detection and other similar fields.

Key words Adaptive coherent integration, ARMA model, Narrow-band complex analytic model, Low signal to noise ratio

2019-04-19 收稿; 2019-06-19 定稿

*国家自然科学基金项目(51809213), 中央高校基本科研业务费资助项目(G2018KY0303)

作者简介: 王宏磊(1987-), 男, 陕西汉中, 博士, 助理教授, 研究方向: 水声信号处理, 海洋物理场。

[†] 通讯作者 E-mail: wanghonglei@nwpu.edu.cn

0 引言

对目标信号的检测是雷达、声呐等信号处理系统的首要任务,检测到目标信号后才能够进行定位、跟踪和分类识别等后续的处理。自适应信号检测方法具有不需要或较少需要目标信号先验信息的特性,更加符合实际应用场景,因此受到人们的广泛研究。最小均方算法(Least mean square, LMS)作为一种基本的自适应算法,由于其简单、计算量小而得到广泛的应用,同时人们在其基础上不断地发展出很多其他的自适应算法。

自适应相干累积算法(Adaptive coherent integration, ACI)也是LMS算法的一种改进算法,它是本文作者马远良院士于1983年首次提出的^[1-2],其框图与自适应线谱增强器类同,如图1所示。ACI算法最大的特点是,在保持LMS算法简单性的同时不但提高了学习和跟踪的性能,而且能够自动进行信号能量的相干累积。马远良院士提出ACI算法之初,是希望对LMS引入动量项使之加速收敛。后来发现,当动量项权系数趋近于1时,出现了奇特的信号累积现象,并将它命名为“自适应相干累积”。与ACI形式上相同的算法在西方公开文献中出现,是在4年之后伴随着神经网络出现的,并被称为Momentum-LMS(MLMS)算法^[3]。在MLMS算法中,动量项的比例系数取值远小于1,该系数趋近于1被当作不稳定状态^[4-5]。但实际上,恰恰是这种所谓“不稳定状态”,具有从噪声中自动累积信号能量的作用。ACI与MLMS形式相同,但动量项取值不同,产生的作用及其运行机理完全不同。

马远良院士在1984年中国电子学会首届全国信号处理学术会议上,公开发表了关于这个问题的

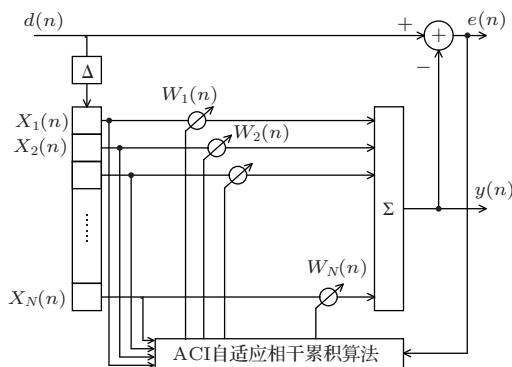


图1 自适应相干累积器的框图

Fig. 1 Diagram of ACI

第一篇论文,“检测单频或调频脉冲信号的自适应相干累积”^[2],之前该算法记录在英国拉夫堡大学电子工程系的Department Memo中(Ma Y L, Griffiths J W R, 1983)^[1]。从1984年以来,ACI的独特性质,引起了许多国内学者持续的研究,进行了许多推广或改进,并在实际水声检测系统中成功应用。马远良的合作者李林山等^[6-9]的工作,既涉及算法的改进与分析,更涉及运用DSP芯片的硬件实现和水声回波检测的海上试验,成效十分显著。近年来,作者所在研究团队又做了一些新的实验,得出不同寻常的结果^[10]。因此,为了系统深入分析ACI算法的原理和理论依据,明确展示该算法的性能和优越性,有必要重新对ACI算法进行更深入的研究和讨论。

从更广阔的维度上看,对于未知波形时变信号的相干检测,尤其在极低信噪比(SNR)条件下的相干检测,迄今仍然是信号处理理论中的一个缺口。非相干的累积检测方法倒是有一些,而能应用于未知波形时变信号的自适应相干累积检测理论和技术几乎找不到。现有的多种最优滤波器或估计器,例如匹配滤波器、维纳滤波器、卡尔曼滤波器等,都需要一定的先验信息,它们也都不能够实现未知波形信号的相干累积。所以具有非常奇异特性的自适应相干累积,仍然值得继续深入地加以研究。

本文将系统地阐述自适应相干累积的理论,内容包括ACI的宽带时变自回归滑动平均模型(ARMA)、窄带复解析模型,并给出产生相干累积的条件、仿真实验和真实海上实验数据的处理结果。

1 自适应相干累积器的时变ARMA模型^[1-2]

ACI权向量迭代公式如下:

$$\mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) + \delta \cdot [\mathbf{W}(n) - \mathbf{W}(n-1)] + 2\mu [d(n) - y(n)] \cdot \mathbf{X}(n), \quad (1)$$

式(1)中,输出信号 $y(n) = (\mathbf{W}(n))^T \mathbf{X}(n)$,输入信号 $d(n) = s(n) + v(n)$,其中 $v(n)$ 表示噪声,以及 $\mathbf{X}(n) \triangleq [x(n), x(n-1), \dots, x(n-M-1)]^T$,其中 $x(n) \triangleq d(n-\Delta)$; μ 为自适应步长因子; δ 为自适应相干累积系数; M 为滤波器阶数; Δ 为时延。

对于宽带信号加高斯白噪声输入,取 $\Delta = 1$ 。将式(1)退化到 $n = 0$ 的初始状态,得到

$$\begin{aligned} & \mathbf{W}(n+1) \\ &= \mathbf{W}(n) + 2\mu \sum_{m=1}^n \delta^{n-m} \mathbf{X}(m) [d(m) - y(m)] \\ & \quad + \delta^{n-1} [\mathbf{W}(1) - \mathbf{W}(0)]. \end{aligned} \quad (2)$$

假定初始条件为 $\mathbf{W}(1) = \mathbf{W}(0) = \mathbf{0}$, 式(2)变为

$$\begin{aligned} & \mathbf{W}(n+1) = \mathbf{W}(n) \\ & \quad + 2\mu \sum_{m=1}^n \delta^{n-m} \mathbf{X}(m) [d(m) - y(m)], \end{aligned} \quad (3)$$

显然, 式(3)的收敛条件是 $\delta < 1$. 利用式(3), 运算获得 $\mathbf{W}(2), \mathbf{W}(3), \dots, \mathbf{W}(n)$ 的展开式, 再做同类项合并, 并用几何级数求和公式计算同类项之和, 可归纳得出下述公式:

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(n) &= 2\mu \sum_{p=1}^{n-1} \left(\frac{1 - \delta^p}{1 - \delta} \right) \mathbf{X}(n-p) \\ & \quad \cdot [d(n-p) - y(n-p)]. \end{aligned} \quad (4)$$

由此求得的自适应相干累积器的输出信号为

$$y(n) = \sum_{p=1}^{n-1} a_p(n) \cdot d(n-p) - \sum_{p=1}^{n-1} a_p(n) \cdot y(n-p), \quad (5)$$

式(5)中, 线性和的系数 $a_p(n)$ 对于距离当前时刻较远的历史数据有持续的累加作用, 而且动量项系数 δ 愈接近于1, 累加的程度愈大. 因为 $[(1 - \delta^p)/(1 - \delta)]$ 是一个慢衰减量 δ 构成的等比级数的和数, $a_p(n)$ 的表达式为

$$a_p(n) = 2\mu [(1 - \delta^p)/(1 - \delta)] \cdot \hat{R}_p(n), \quad (6)$$

$$\hat{R}_p(n) = \sum_{k=1}^M x(n-k+1) \cdot x(n-p-k+1), \quad (7)$$

其中, $p = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, M$. n 为当前时刻, M 为数据向量的维度, 即滤波器阶数.

由式(5)~(7)可知, 自适应相干累积算法可以表示为一个时变的 ARMA 模型, 如图2所示.

值得注意的是, 式(7)代表在时刻 n 的数据块 (窗口宽度为 M) 对于前移 p 时刻的数据块之间的短时自相关函数. 这个短时自相关函数, 经公式(6)增强后成为自回归滑动平均模型中的权向量. 而“自回归”处理, 自然地意味着输入量的累积. 公式(5)还可看作是用加权的短时自相关函数序列作为参考信号, 对输入数据进行近似的匹配滤波, 然后又对输出数据序列再次进行近似的匹配滤波. 这一过程将一直持续下去, 即使信号短暂断续, 它仍能

继续进行相干累积. ACI 对于未知脉冲信号之所以能够进行累积, 是因为短时自相关函数具有较强的信号跟踪能力. ACI 的累积过程之所以具有“相干性”, 是因为进行了全过程的近似匹配滤波处理. 从公式(6)可知, 动量项系数 δ 小于但接近于1 是对于输入数据向量短时自相关函数产生放大作用的决定性因素, 产生自适应相干累积的机理即在于此. δ 取值愈接近于1 则放大量愈大, 因此相干累积效应愈强.

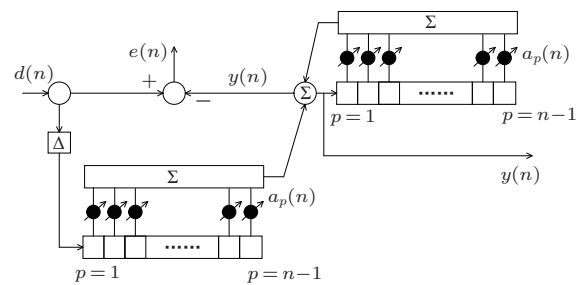


图2 ACI的宽带时变ARMA模型

Fig. 2 Broadband time-varying ARMA model of ACI

由式(5)可得所述 ARMA 模型的传递函数为

$$\begin{aligned} H(z, n) &= \frac{\sum_{p=1}^{n-1} a_p(n) z^{-p}}{1 + \sum_{p=1}^{n-1} a_p(n) z^{-p}} = \\ &= \frac{a_1(n) z^{-1} + a_2(n) z^{-2} + \dots + a_{n-1}(n) z^{-(n-1)}}{1 + a_1(n) z^{-1} + a_2(n) z^{-2} + \dots + a_{n-1}(n) z^{-(n-1)}}, \end{aligned} \quad (8)$$

这是一个时变的传递函数. 随着 n 的增加, 短时自相关函数 $\hat{R}_p(n)$ 以及权系数 $a_p(n)$ 将发生变化, $H(z, n)$ 亦随之变化, 由此实现对信号的不断跟踪和不断累积. 利用式(8)可进行 ACI 信号检测与跟踪性能的仿真分析.

2 自适应相干累积器的窄带复解析模型

在窄带条件下, 数据向量的时延可近似为复相移, 向量加权运算等效为幅度与相位控制的复数乘运算, 所以第1节的 ACI 算法全部可以转变为复解析函数表示. 由此可构建自适应相干累积器的复数域模型, 这样就可以更清楚地分析和观察 ACI 的奇特性. 假定相应的复解析函数保留原数据向量和权向量的符号不变, 复数权函数的迭代公式变为

$$\begin{aligned} \mathbf{W}(n+1) &= \mathbf{W}(n) + \delta \cdot [\mathbf{W}(n) - \mathbf{W}(n-1)] \\ &\quad + 2\mu [d(n) - y(n)] \cdot (\mathbf{X}(n))^H. \end{aligned} \quad (9)$$

对 $\mathbf{X}(n+1)$ 做加权运算得

$$\begin{aligned} y(n+1) &= (\mathbf{W}(n))^T \mathbf{X}(n+1) \\ &+ \delta [(\mathbf{W}(n))^T \mathbf{X}(n+1) - (\mathbf{W}(n-1))^T \mathbf{X}(n+1)] \\ &+ 2\mu [d(n) - y(n)] \cdot (\mathbf{X}(n))^H \mathbf{X}(n+1). \end{aligned} \quad (10)$$

假设 $\mathbf{X}(n+1)$ 中包含有确定性相干信号 $\mathbf{S}(n+1)$ 和高斯随机噪声 $\mathbf{V}(n+1)$, 即

$$\mathbf{X}(n+1) = \mathbf{S}(n+1) + \mathbf{V}(n+1). \quad (11)$$

窄带确定性相干信号满足近似关系 $\mathbf{S}(n+1) \cong e^{j\omega} \mathbf{S}(n) \cong e^{j2\omega} \mathbf{S}(n-1)$, ω 为瞬时角频率。可是 $\mathbf{X}(n+1)$ 中包含有噪声成分 $\mathbf{V}(n+1)$, 同样的近似关系不成立。合理的处理方法是, 时延一个或两个采样间隔的数据中, 一部分完全符合确定性信号的近似关系, 另外一部分则与原信号正交, 两者相加保持原来的幅度近似不变。也就是,

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(n+1) &\cong [e^{j[\omega+\phi_1(n)]} \mathbf{X}(n)] \\ &= [e^{j\omega} \mathbf{X}(n)] \cdot [\cos(\phi_1(n)) + j \sin(\phi_1(n))], \end{aligned} \quad (12)$$

以及

$$\begin{aligned} \mathbf{X}(n+1) &\cong [e^{j[\omega+\phi_1(n)]} \mathbf{X}(n)] \\ &= e^{j[\omega+\phi_1(n)]} [e^{j[\omega+\phi_2(n)]} \mathbf{X}(n-1)] \\ &= [e^{j[2\omega+\phi_1(n)+\phi_2(n)]} \mathbf{X}(n-1)], \end{aligned} \quad (13)$$

其中, ϕ_1 和 $\phi_2(n)$ 取值为 0 表示没有噪声, 有噪声时应有 $0 < [\phi_1(n) + \phi_2(n)] < (\pi/2)$ 。代入公式 (10) 可得

$$\begin{aligned} y(n+1) &= (\mathbf{W}(n))^T \mathbf{X}(n) e^{j[\omega+\phi_1(n)]} \\ &+ \delta \cdot [(\mathbf{W}(n))^T \mathbf{X}(n) e^{j[\omega+\phi_1(n)]} \\ &\quad - (\mathbf{W}(n-1))^T \mathbf{X}(n-1) e^{j[2\omega+\phi_1(n)+\phi_2(n)]}] \\ &+ 2\mu [d(n) - y(n)] \cdot (\mathbf{X}(n))^H \mathbf{X}(n) e^{j[\omega+\phi_1(n)]} \\ &= [(1+\delta) - 2\mu r_x] y(n) e^{j[\omega+\phi_1(n)]} \\ &\quad - \delta y(n-1) e^{j[2\omega+\phi_1(n)+\phi_2(n)]} \\ &\quad + 2\mu e^{j[\omega+\phi_1(n)]} r_x d(n) \\ &= k_1(n) \cdot y(n) + k_2(n) \cdot y(n-1) \\ &\quad + k_3(n) \cdot d(n), \end{aligned} \quad (14)$$

其中, $k_1(n) = [(1+\delta) - 2\mu r_x] e^{j[\omega+\phi_1(n)]}$ 、 $k_2(n) = -\delta e^{j[2\omega+\phi_1(n)+\phi_2(n)]}$ 、 $k_3(n) = 2\mu r_x e^{j[\omega+\phi_1(n)]}$ 以及 $r_x = (\mathbf{X}(n))^H \mathbf{X}(n)$ 为复数据 $\mathbf{X}(n)$ 在时刻 n 的短时自相关函数, 当输入时变信号加噪声幅度平稳时, 可认为 r_x 在短时间内近似不变。公式 (14) 表示一个复数域的二阶 ARMA 时变滤波器模型, 如图 3 所示。

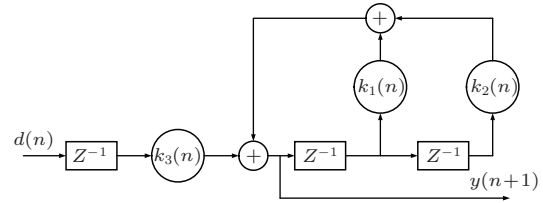


图 3 ACI 的窄带复解析模型

Fig. 3 Narrow-band complex analytic model of ACI

对式 (14) 取 Z 变换,

$$\begin{aligned} y(z, n) &= \frac{k_3(n) z^{-1} D(z)}{1 - k_1(n) z^{-1} - k_2(n) z^{-2}} \\ &= H(z, n) \cdot D(z), \end{aligned} \quad (15)$$

式 (15) 中, $D(z) = Z\{d(n)\}$ 为 $d(n)$ 的 Z 变换。

时变传递函数

$$\begin{aligned} H(z, n) &= \frac{k_3(n) z}{z^2 - k_1(n) z - k_2(n)} \\ &= \frac{k_3(n) z}{[z - \gamma_1(n)] \cdot [z - \gamma_2(n)]}, \end{aligned} \quad (16)$$

极点位置为

$$z = \gamma_1(n) = \frac{1}{2} [k_1(n) + \sqrt{k_1(n)^2 + 4k_2(n)}] \quad (17)$$

以及

$$z = \gamma_2(n) = \frac{1}{2} [k_1(n) - \sqrt{k_1(n)^2 + 4k_2(n)}]. \quad (18)$$

脉冲响应为式 (16) 的逆向 Z 变换,

$$h(t) = \left[\frac{k_3(n)}{\gamma_1(n) - \gamma_2(n)} \right] \cdot [\gamma_1(n)^t - \gamma_2(n)^t]. \quad (19)$$

输出数据序列则为

$$y(n) = h(t) * d(n), \quad (20)$$

式 (20) 中, 符号 “*” 表示卷积。

由式 (16) 和式 (19) 可以看出, 出现相干累积的条件在于极点向径 $\gamma = |\gamma_1|$ 或 $|\gamma_2|$ 的大小。只要有 $\gamma > 1$, 也就是极点跳到单位圆外, 就会发生累积现象。

3 仿真和海上实验结果

3.1 仿真实验

为了对理论分析进行验证,本节对ACI的检测效果和性能进行了计算机仿真实验。以下展示的实例中,整个过程都不需要利用任何信号波形或时变规律的先验信息。

(1) 宽带高斯噪声中单频矩形脉冲信号(CW)的ACI检测

图4中CW脉冲信号频率2 kHz,脉冲宽度1 s,采样频率10 kHz,信噪比-20 dB。图5中ACI自适应步长 $\mu = 0.000113$,相干累积因数 $\delta = 0.92$,滤波器阶数 $M = 64$ 。

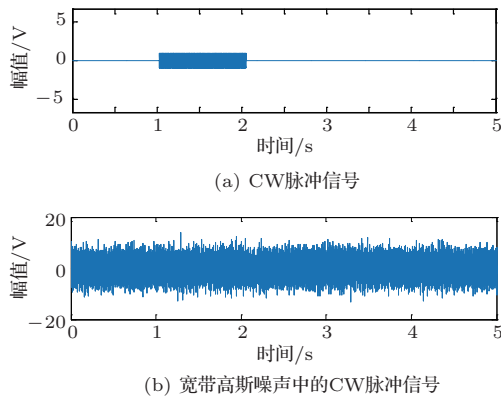


图4 宽带高斯噪声中CW脉冲信号

Fig. 4 CW pulse signal in wide-band Gaussian noise

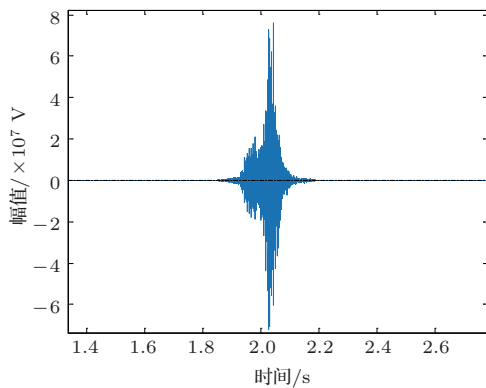


图5 宽带高斯噪声中CW脉冲信号的ACI检测效果

Fig. 5 Detection performance of ACI to CW pulse signal

(2) 宽带高斯噪声中CW脉冲串信号的ACI检测

图6中信号频率2 kHz,脉冲宽度1 s,脉冲间隔1 s,采样频率10 kHz,信噪比-20 dB。图7中ACI自适应步长 $\mu = 0.0001$,相干累积因数 $\delta = 0.855$,滤波器阶数 $M = 64$ 。

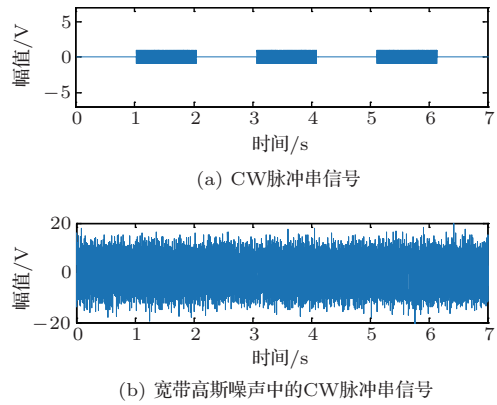


图6 宽带高斯噪声中CW脉冲串信号

Fig. 6 CW pulse train signal in wide-band Gaussian noise

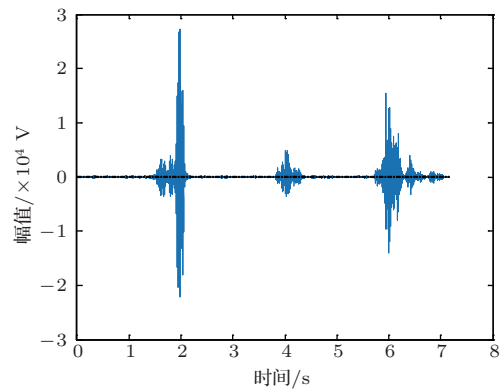


图7 宽带高斯噪声中CW脉冲串信号的ACI检测效果

Fig. 7 Detection performance of ACI to CW pulse train signal

(3) 宽带高斯噪声中线性调频脉冲信号(LFM)的ACI检测

图8中LFM脉冲信号 $s = \sin(2\pi f_0 t + \pi k t^2)$,信号初始频率 $f_0 = 1$ kHz,调频斜率 $k = 3906.25$,

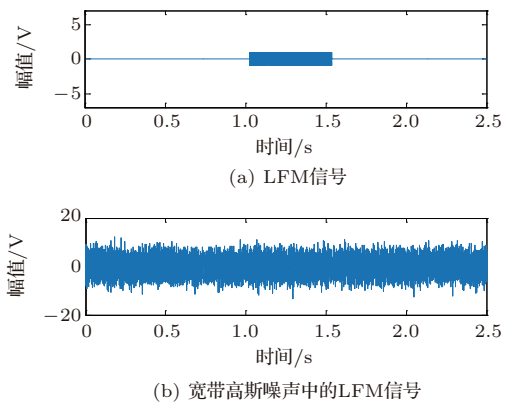


图8 宽带高斯噪声中LFM脉冲信号

Fig. 8 LFM signal in wide-band Gaussian noise

脉冲宽度 0.5 s, 采样频率 10 kHz, 信噪比 -20 dB。图 9 中 ACI 自适应步长 $\mu = 0.000113$, 相干累积因数 $\delta = 0.925$, 滤波器阶数 $M = 64$ 。

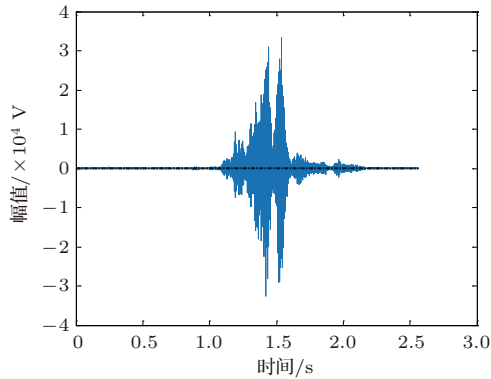


图 9 宽带高斯噪声中 LFM 脉冲信号的 ACI 检测效果
Fig. 9 Detection performance of ACI to LFM signal

在以上三例中, 如果用非相干能量检测器处理, 其时域检测阈约为 -12.5 dB (设检测概率为 0.5, 虚警概率为 10^{-4} , 检测指数 $d = 16$)。可见, ACI 具有显著的优越性。

从仿真实验的结果来看, 对于水声信号处理中几种常用的脉冲信号, 在极低信噪比下, ACI 都具有优异的检测性能。当然, 在实验过程中也发现, 参数的调整如自适应步长 μ 、相干累积因数 δ 、滤波器阶数 M 、时延 Δ , 甚至噪声的变化都会对结果产生影响。这些涉及具体应用的工程性问题, 总可以找到合适的方法去解决。

3.2 海上实验

3.1 节的仿真实验中, ACI 展现出了在极低信噪比下对未知 (或严重畸变) 信号优异的检测能力, 为了进一步对 ACI 实际应用能力进行验证, 本节基于实际海上实验数据, 展示 ACI 的检测能力。以下展示的实例中, 整个过程亦不需要利用任何信号波形或时变规律的先验信息。

图 10 为海上实验数据的时域图和时频图。实验中, 发射信号形式为 CW 脉冲, 信号频率 540 Hz, 脉冲宽度约 1 s (第 1 s 持续到第 2 s), 输入信噪比约为 -9 dB。图 11 为实验数据的 ACI 检测效果, 从时域图和时频图中均可以明显看出被检测到的 CW 脉冲信号, 并且从时频图中可以看出检测信号的频率为 545 Hz。海上实验数据再次证明了 ACI 检测方法的有效性和优异性能。

实际应用中可能遇到的问题是, 不适当的 δ 值等参数带来过度猛烈的累积效应, 致使输出数据溢出。这与原理无关, 可通过系统参数的自适应调节予以解决。

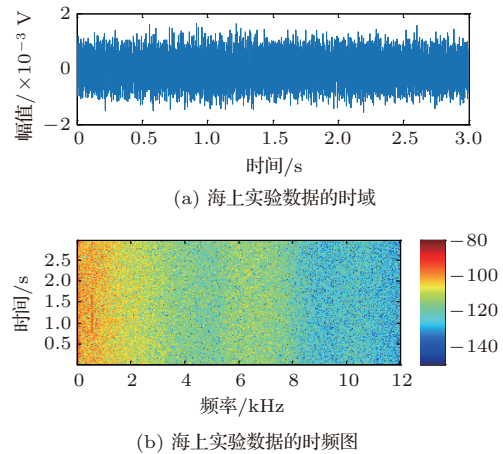


图 10 海上实验数据

Fig. 10 The experiment data on sea

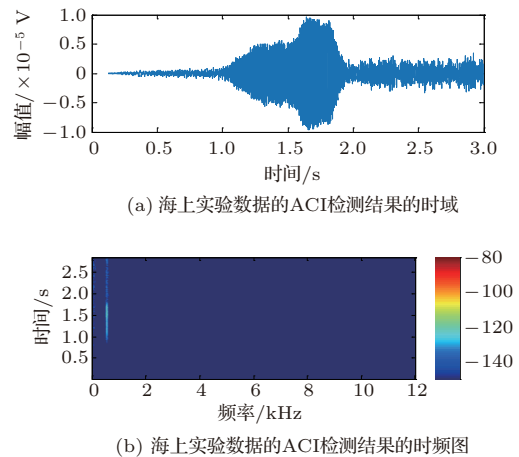


图 11 海上实验数据的 ACI 检测效果

Fig. 11 Detection performance of ACI to the experiment data

4 结论

本文给出了 ACI 算法的系统理论, 得出了对于 ACI 算法的奇特作用的合理解释。所导出的宽带时变 ARMA 模型以及窄带复解析模型可用于 ACI 的参数选择和性能分析。所提供的仿真实验和海上实验应用案例, 进一步证明了理论的正确性, 并为更广泛的应用提供指引。ACI 算法及其相关理论直接的应用领域包括未知波形信号电子侦查、超低信噪比宽带时变未知波形信号的自适应检测、长时间时

变线谱信号的累积检测、复杂信道中严重畸变回波信号的检测等。作者课题组将持续完善相关理论,希望本文有助于在诸多领域推广ACI的应用和进一步研究。

联系到神经生物学现象,ACI模型对于探索长久事件的回忆、未知线索的发现等人类认知问题的研究,也具有启发性。

参 考 文 献

- [1] Ma Y L, Griffiths J W R. Adaptive coherent integration[R]. Department of Electrical and Electronic Engineering, Loughborough University of Technology, Loughborough, England, 1983.
- [2] 马远良. 检测单频或调频脉冲信号的自适应相干累积[C]. 第一届全国信号处理学术会议论文集, 北京, 1984: 971-974.
- [3] Lippmann R P. An introduction to computing with neural nets[J]. IEEE ASSP Magazine, 1987, 4(2): 4-22.
- [4] Shynk J J, Roy S. The LMS algorithm with momentum updating[C]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1988: 2561-2564.
- [5] Tugay M A, Tanik Y. Properties of the momentum LMS algorithm[J]. Signal Processing, 1989, 18(2): 117-127.
- [6] 李林山, 李志舜, 马远良. 一种推广的自适应相干累积算法—基本原理与应用[J]. 西北工业大学学报, 1992, 10(2): 147-152.
- [7] 李林山, 李志舜, 马远良. 自适应相干累积算法权系数向量的概率密度函数[J]. 信号处理, 1993, 9(1): 56-62.
- [8] 李林山. GACI算法权系数的时间相关特性[J]. 西北工业大学学报, 1992, 10(3): 418-423.
- [9] 李林山, 李志舜, 马远良. 一种后置平滑自适应相干累积算法[J]. 信号处理, 1996, 12(1): 57-62.
- [10] 黄冠钦, 杨坤德, 马远良. 微弱信号的自适应相干累积检测[J]. 声学技术, 2011, 30(3Pt.2): 198-200.