

# 空气声被动定位的误差分析 \*

王 昭 李 宏 赵俊渭                      李京华 施坤林

(西北工业大学声学工程研究所 西安 710072) (中国兵器工业第 212 研究所 西安 710065)

1998 年 12 月 15 收到

**摘要** 本文讨论了空气中声被动定位系统的误差来源, 给出了相应的误差公式, 并分析了各种误差对测向及测距精度的影响, 为确定和提高被动声定位系统的精度提供了有价值的参考数据。

**关键词** 被动定位, 时延, 误差

## Error analysis of acoustic passive localization in the air

Wang Zhao Li Hong Zhao Junwei

(Northwestern Polytechnical University, Institute of Acoustic Engineering, Xi'an 710072)

Li Jinghua Shi Kunlin

(Research Institute 212 of China Ordnance Industry, Xi'an 710065)

**Abstract** The error source of acoustic passive locating system are discussed, and the corresponding error formulae are given. At the same time, the influence of error to the precision of direction estimation and range estimation is analyzed. The above results are valuable in determining and improving the precision of passive locating system.

**Key words** Passive localization, Time delay, Error analysis

## 1 引言

被动声定位是反直升机武器系统声复合引信技术中的一项重要技术<sup>[1]</sup>, 它包括被动声测向及被动声测距。测向和测距的精度受到测量环境干扰及测量系统误差等诸多因素的影响, 难于满足要求。对影响定位精度的诸因素进行分析, 找出提高被动定位精度的途径, 是这一技术必须解决的关键问题。本文通过对影响定位精度诸因素的定性及定量的深入分析, 为确

定和提高被动定位精度提供了有价值的参考。

## 2 定位误差分析

### 2.1 被动定位原理

时延(信号到达不同传声器的时间差)法被动定位是被动声探测系统广泛采用的方法<sup>[2]</sup>。空中的直升机对于雷弹系统来说可以看成点目标, 有三个自由度。因此要确定其坐标, 最少需四个阵元组成的声传感器阵列。由于十

\* 国防科技重点实验室基金资助

字形阵列具有分维特性（指二维参量可分开估计），且阵列冗余度也较小，因此，十字阵是较为合适的阵形。

对十字形声传感器阵列，可建立如图 1 所示的直角坐标系。四个阵元的坐标分别为  $S_1(D/2, 0, 0)$ 、 $S_2(0, D/2, 0)$ 、 $S_3(-D/2, 0, 0)$ 、 $S_4(0, D/2, 0)$ ，目标声源  $T$  的坐标为  $(x, y, z)$ ，目标到坐标原点的距离为  $r$ ，俯仰角为  $\theta$ ，方位角为  $\varphi$ ， $D$  为十字阵对角线阵元间距。

假设目标为点声源，目标产生的声源以球面波形式传播，声源到达阵元  $S_1$  的传播时间为  $t_1$ ，相对于  $S_1$  声源到达阵元  $S_2$ 、 $S_3$ 、 $S_4$  的时延，分别为  $\tau_{12}$ 、 $\tau_{13}$ 、 $\tau_{14}$ 。目标距离  $r$ 、俯仰角  $\theta(0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ)$ 、方位角  $\varphi(0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ)$  与时延  $\tau_{12}$ 、 $\tau_{13}$ 、 $\tau_{14}$  及阵元间距  $D$  的关系式可推导如下：

$$\varphi \approx \arctg \frac{\tau_{14} - \tau_{12}}{\tau_{13}} \quad (1)$$

$$\theta \approx \arcsin \frac{\sqrt{\tau_{13}^2 + (\tau_{14} - \tau_{12})^2} \cdot C}{D} \quad (2)$$

$$r \approx \frac{(\tau_{12}^2 + \tau_{14}^2 - \tau_{13}^2) \cdot C}{2 \cdot (\tau_{13} - \tau_{12} - \tau_{14})} \quad (3)$$

其中， $C$  为声速。由以上公式可知，

(1) 与定位精度有关的量，时延  $\tau_{12}$ 、 $\tau_{13}$ 、 $\tau_{14}$ 、声速  $C$  和阵元间距  $D$  的测量误差都会使定位精度受到影响。

(2) 方位角  $\varphi$  只与  $\tau_{12}$ 、 $\tau_{13}$ 、 $\tau_{14}$  有关，而与  $C$ 、 $D$  无关，因此，有效声速  $C$  和布阵间距误差  $D$  产生的误差对方位角  $\varphi$  的影响可以忽略不计。

## 2.2 时延误差对定位精度的影响

时延  $\tau_{12}$ 、 $\tau_{13}$ 、 $\tau_{14}$  的统计误差特征相同，设  $\tau_{1i}(i=1,2,3,4)$  的方差为  $\delta_{\tau_i}^2$ ，时延误差引起的方位角  $\varphi$ 、俯仰角  $\theta$  及距离  $r$  的测量误差由公式 (1)、(2)、(3) 可推得分别为，

$$\delta_{\varphi\tau} = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau_{12}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau_{13}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\tau_{14}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2} \approx \frac{C \cdot \sqrt{1 + \cos^2\varphi}}{D \cdot \sin\theta} \cdot \delta_{\tau} \quad (4)$$

$$\delta_{\theta\tau} = \sqrt{\left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau_{12}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau_{13}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2 + \left(\frac{\partial\theta}{\partial\tau_{14}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2} \approx \frac{C \cdot \sqrt{1 + \sin^2\varphi}}{D \cdot \sin\theta} \cdot \delta_{\tau} \quad (5)$$

$$\delta_{r\tau} = \sqrt{\left(\frac{\partial r}{\partial\tau_{12}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial\tau_{13}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial\tau_{14}}\right)^2\delta_{\tau_1}^2} \approx \frac{8 \cdot C}{\sin^2\theta} \cdot \frac{1}{1 - \sin^2 2\varphi} \left(\frac{r}{D}\right)^2 \delta_{\tau} \quad (6)$$

对 (4)、(5)、(6) 式简化如下，

$$\frac{C}{D \cdot \sin\theta} \delta_{\tau} \leq \delta_{\varphi\tau} \leq \frac{C\sqrt{2}}{D \cdot \sin\theta} \delta_{\tau} \quad (7)$$

$$\frac{C}{D \cdot \cos\theta} \delta_{\tau} \leq \delta_{\theta\tau} \leq \frac{C\sqrt{2}}{D \cdot \cos\theta} \delta_{\tau} \quad (8)$$

$$\delta_{r\tau} \geq \frac{8 \cdot C}{\sin^2\theta} \cdot \left(\frac{r}{D}\right)^2 \delta_{\tau} \quad (9)$$

此时，相对测距误差为，

$$\frac{\delta_{r\tau}}{r} \geq \frac{8 \cdot C}{\sin^2\theta} \cdot \frac{r}{D^2} \cdot \delta_{\tau} \quad (10)$$

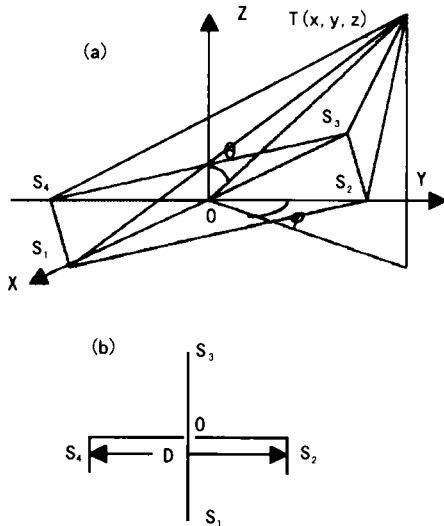


图 1 十字阵阵形图及定位图

(a) 定位图 (b) 阵形图

综上所述，测向误差与方位角  $\varphi$ 、俯仰角  $\theta$ 、传感器间距  $D$ 、有效声速  $C$  及时延误差有关，而与声源与阵的中心距离无关。提高阵

元间距  $D$  可减小测向误差。

测距误差不仅与方位角  $\varphi$ 、俯仰角  $\theta$ 、传声器间距  $D$ 、有效声速  $C$  及时延误差有关，还与声源与阵的中心距离有关。提高阵元间距  $D$  可减小测距误差。

### 2.2.1 时延估计算法产生的误差

不同的时延估计算法，时延估计误差也不同。文献 [3] 给出了几种不同处理方法的时延估计误差。假定目标和噪声是不相关的平稳随机过程，最佳时延估计方差达到了 Cramer-Rao 下限：

$$\delta_\tau^2 \geq \left\{ 2T \int_0^\infty (2\pi f)^2 \frac{|\gamma(f)|^2}{1 - |\gamma(f)|^2} df \right\}^{-1} \quad (11)$$

式中  $T$  是观察时间， $\gamma(f)$  是相干函数，且有：

$$\begin{aligned} |\gamma(f)|^2 &= \frac{G_{ss}^2(f)}{[G_{ss}(f) + G_{nn}(f)]^2} \\ &= \frac{S^2}{(S + N)^2} \end{aligned} \quad (12)$$

式中， $G_{ss}(f)$ 、 $G_{nn}(f)$  分别是信号和噪声的自功率谱， $S$  和  $N$  分别代表信号和噪声功率。进一步假设信号和噪声是限带白噪声，可得，

$$\begin{aligned} \delta_\tau &= \left( \frac{3}{8\pi^2 T} \right)^{1/2} \cdot \frac{\sqrt{1 + 2S/N}}{S/N} \\ &\quad \cdot \frac{1}{\sqrt{f_2^3 - f_1^3}} \end{aligned} \quad (13)$$

式中， $f_2$ 、 $f_1$  为信号处理系统的工作频带的上下边界。

由此可知，时延估计误差与信噪比、观察时间、工作频带有关。在反直升机雷弹声引信系统的具体情况下，取观测时间  $T=200\text{ms}$ ，信噪比  $S/N=5-15\text{dB}$  时，其时延估计的误差下界为  $\delta_{\tau 1}=2-8\mu\text{s}$ 。

### 2.2.2 声信号传播起伏引起的时延误差

声在空气传播时，幅度和相位会发生随机起伏。引起相位传播起伏的因素主要有三个：如有限地面阻抗、风及温度梯度的折射及大气湍流 [4]。文献 [4] 给出了球面波传播情况下，

应用声学

大气湍流引起的相位起伏方差为：

$$\begin{aligned} D_s(r, \rho) &= 2 \langle [\varphi(r + \rho) - \varphi(r)]^2 \rangle \\ &= \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k^2 r L \cdot \left( 1 - \frac{\varphi(\rho/L)}{\rho/L} \right) \\ &= \left[ 1 - \frac{\int_0^{\rho/L} \exp(-u^2) du}{\rho/L} \right] \\ &\quad \cdot \sqrt{\pi} \langle \mu^2 \rangle k^2 r L \end{aligned} \quad (14)$$

式中， $\langle \mu^2 \rangle$  是声折射率起伏的均方值，其变化范围可从夏末平静的天气条件下的  $1 \times 10^{-6}$  到高达  $1 \times 10^{-5}$ ， $L$  是湍流尺度，其变化范围为  $1-5\text{m}$  [4]， $k=2\pi/\lambda$  是信号波数， $r$  是声源到阵中心的距离 ( $r \leq 250\text{m}$ )， $\rho$  为阵间距在与声传播方向垂直的平面上的空间投影距离。在反直升机雷的声阵具体应用条件下，取  $\rho=1.414\text{m}$ ， $L=1.25\text{m}$ ， $r=250\text{m}$ ， $\langle \mu^2 \rangle=1 \times 10^{-6} - 6 \times 10^{-6}$ ， $f=100\text{Hz}$ ，将以上各数据代入可得， $\delta_\varphi = 1.38^\circ - 3.38^\circ$ ，由于时延与相位之间存在线性关系， $\varphi=2\pi f\tau$ ，因此相位误差可换算成时延误差， $\delta_{\tau 2}=\delta_\varphi/(2\pi f)=38.2\mu\text{s}-93.8\mu\text{s}$ 。

### 2.2.3 声测量系统引起的时延误差

这类误差是由于传声器各路之间电气性能不一致而产生的。如：传声器各通道之间的相位差、前置放大器各路之间的相位差、基阵系统输出相位差等。通过消声室实际测量可知，我们所采用的声接收系统的相位误差经过补偿为  $0.5^\circ-1^\circ$ ，取  $f=100\text{Hz}$ ，同理，时延误差  $\delta_{\tau 3}=\delta_\varphi/(2\pi f)=13.9\mu\text{s}-27.8\mu\text{s}$ 。

因为上述各种时延误差是不相关的，总的时延误差应为：

$$\delta_\tau = \sqrt{\delta_{\tau 1}^2 + \delta_{\tau 2}^2 + \delta_{\tau 3}^2} \quad (15)$$

令时延误差  $\delta_\tau=1-80\mu\text{s}$ ，代入公式 (7)、(8) 的上界，经过计算可得时延误差对测向精度影响的曲线如图 2 和图 3 所示。

由图 2 看出，当不考虑其它误差的影响，时延误差引起的方位角误差随着俯仰角的增大而减小。在俯仰角为  $15^\circ$  时，时延误差小于  $38\mu\text{s}$  时，方位角误差小于  $2^\circ$ 。

由图 3 看出, 当不考虑其它误差的影响时, 时延误差引起的方位角误差随着俯仰角的增大而增大。在俯仰角为  $75^\circ$  时, 时延误差小于  $38\mu\text{s}$  时, 俯仰角误差小于  $2^\circ$ 。

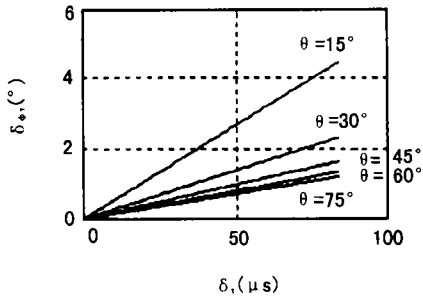


图 2 不同俯仰时角情况下, 时延误差与其引起的最大方位角误差关系曲线

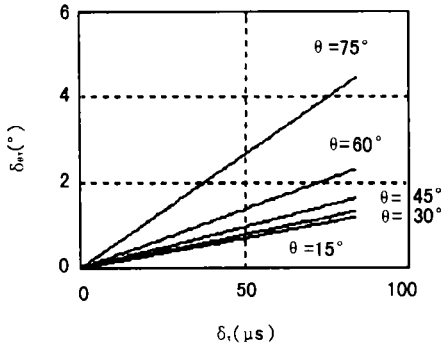


图 3 不同俯仰时角情况下, 时延误差与其引起的最大俯仰角误差关系曲线

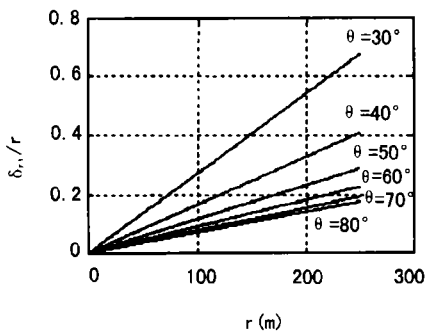


图 4 距离估计相对误差与距离关系曲线

图 4 给出,  $\delta_r=1\mu\text{s}$ ,  $r=0-250\text{m}$  时, 由公

式 (10) 算得的时延引起的距离估计相对误差与距离的关系曲线。由图 4 可知, 距离估计相对误差随距离增加而增加, 当俯仰角小于  $40^\circ$  时 (时延误差小于  $1\mu\text{s}$ ), 才能保证 200m 处距离估计相对误差小于 30% 的精度要求。

### 2.3 基阵传声器位置安装误差对定位精度的影响

传声器安装在雷上, 由于布撒、落地、打开支腿后, 传声器材间距会发生变化, 与理想值发生偏差, 会对定位精度产生影响。在本文中只考虑传声器间距对称地增大和缩小, 其它更复杂的情况留待今后作更详细的分析。

由公式 (1), 方位角  $\varphi$  不受基阵位置误差的影响, 由公式 (2) 可得基阵位置误差对俯仰角  $\theta$  的影响:

$$\delta_{\theta D} = \frac{\partial \theta}{\partial D} \delta_D = -\frac{\text{tg} \theta}{D} \delta_D \quad (16)$$

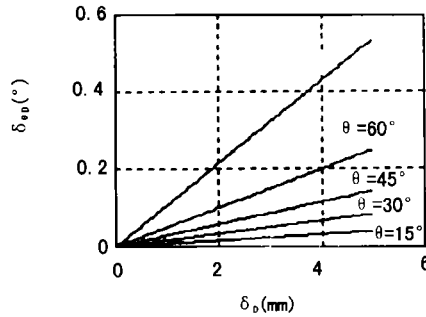


图 5 基阵位置误差与俯仰角误差的关系曲线

由图 5 可知, 在不考虑其他误差的情况下, 基阵间距误差引起的俯仰角误差随俯仰角增大而增大, 基阵间距误差变化不超过 5mm 时, 俯仰角为  $75^\circ$  时, 俯仰角误差小于  $0.6^\circ$ 。

### 2.4 有效声速误差对定位精度的影响

声在空气中传播时, 声速会受到温度和风的影响。根据声学理论可以知道, 对于理想气体, 小振幅声波的传播速度为:

$$C = \sqrt{\frac{\gamma R(273 + t)}{\mu}} \quad (17)$$

式中,  $\gamma$  是比热比, 对空气  $\gamma=1.402$ ;  $\mu$  为气体摩尔质量, 对空气  $\mu=29 \times 10^{-3}$  千克 / 摩

尔;  $R=8.31$  焦耳 / (开尔文 · 摩尔) 为气体常数, 于是, 对空气, (17) 式成为

$$C_t(t^{\circ}\text{C}) = 331.6 + 0.6 \cdot t^{\circ}\text{C} \quad (18)$$

理想气体中的声速仅与温度有关。实际声速可以根据 (18) 式进行修正。当温度误差控制在  $\pm 2^{\circ}\text{C}$  范围内时, 由此引入的声速误差为  $0.61 \times 2 = 1.22\text{m/s}$ 。

风直接影响空气中的声速, 如果风以速度  $W$  并沿着与声传播方向成一定角度  $\theta$  的方向吹, 会导致速度成为  $V+W\cos\theta$  或  $V-W\cos\theta$ 。

由公式 (2) 可知, 有效声速变化引起的测向误差公式如下:

$$\delta_{\theta C} = \frac{\partial\theta}{\partial C} \delta_C = \frac{\text{tg}\theta}{C} \delta_C \quad (19)$$

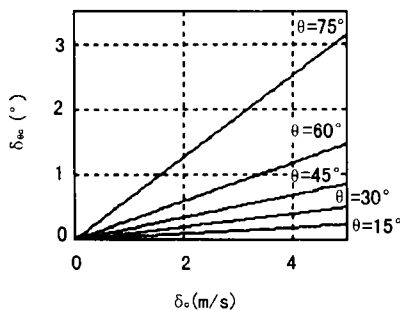


图 6 不同俯仰角情况下, 有效声速误差与其引起的俯仰角方差关系曲线

由图 6 可知, 在不考虑其他误差的情况下, 有效声速误差等于  $3\text{m/s}$  时, 俯仰角误差小于  $2^{\circ}$ 。

由公式 (3) 可知, 有效声速变化引起的相对测距误差公式如下:

$$\delta_{rC}/r = \delta_C/C \quad (20)$$

有效声速误差等于  $3\text{m/s}$  时, 相对测距误差小于  $1\%$ 。

### 3 综合定位误差分析

通过前面对影响定位精度诸因素的误差分析可知, 方位角  $\varphi$  受  $\delta_D$ 、 $\delta_C$  的影响可以忽

应用声学

略, 因此方位角  $\varphi$  的估计均方根误差为,

$$\delta_{\varphi} \approx \delta_{\varphi\tau} \approx \frac{C \cdot \sqrt{1 + \cos^2 \varphi}}{D \cdot \sin \theta} \cdot \delta_{\tau} \quad (21)$$

但俯仰角  $\theta$  受  $\delta_D$ 、 $\delta_C$  影响较大, 其估计均方根误差为,

$$\begin{aligned} \delta_{\theta} &= \sqrt{\delta_{\theta\tau}^2 + \delta_{\theta D}^2 + \delta_{\theta C}^2} \\ &\approx \sqrt{\frac{C^2(1 + \sin^2 \varphi)}{D^2 \cos^2 \theta} \delta_{\tau}^2 + \frac{\text{tg}^2 \theta}{D^2} \delta_D^2 + \frac{\text{tg}^2 \theta}{C^2} \delta_C^2} \end{aligned} \quad (22)$$

相对距离估计误差主要来自时延估计误差, 如式 (10)。

综上, 被动定位技术, 主要存在三方面误差: 算法误差、系统误差和随机误差, 其中后两种误差对系统精度的影响较大。

算法误差, 主要由不同的时延估计算法及不同的布阵方式产生, 可通过采用合理的布阵和高精度时延估算来减小此类误差。系统误差, 主要由传声器位置误差及测量系统电气性能不一致产生。减小此类误差, 需进行实验室及外场测量与综合校准。随机误差, 主要是信号传播起伏及风的影响而产生, 可通过卡尔曼滤波等后置处理及统计平均处理来减小。

### 4 结论

本文较系统的分析了影响声定位系统精度的各种因素, 给出了相应的误差公式和曲线, 指出了减小误差的方法及途径。这些分析为确定和提高被动声定位精度, 提供了理论分析依据, 对反直升机智能雷弹声复合引信的设计具有一定指导意义。

### 参 考 文 献

- 1 张元. 被动声探测技术. 南京理工大学博士论文. 1996, 45-46.
- 2 Friedlander B. *IEEE J. of Oceanic Eng.*, 1987, 12 (3): 234-245.
- 3 Knapp C, Carter G C. *IEEE ASSP*, 1976, 24(4): 320-327.
- 4 Daigle G A, Piercy J E, Embleton T F W. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1983, 74(5): 1505-1513.