

◇ 研究报告 ◇

基于路径选择的深海水下运动目标被动深度估计*

刘炎堃^{1,2} 郭永刚^{1†} 李整林¹ 李风华¹ 张波¹

(1 中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室 北京 100190)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

摘要: 深海水下运动目标的深度估计是目标分辨与识别中的重要一环。基于深海运动目标在深海中的直达波与海面反射波的到达时延与位置之间的关系,寻找时延图上运动目标的候选路径,利用候选路径模拟目标的运动路径,提出了一种可用单水听器实现的水下运动目标深度估计方法。通过用候选路径的估计时延与实际接收时延的比较对路径进行筛选,从而减少了需要的位置先验信息。2018 年在南中国海进行的深海实验数据处理的结果表明该估计方法可行,对于实验中距离 15 km 以内的拖曳声源,深度相对估计误差可以达到 15% 以内。

关键词: 多径时延;路径选择;深度估计

中图法分类号: TB566

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2020)05-0647-09

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2020.05.001

Depth estimation of moving underwater source based on routes choosing

LIU Yankun^{1,2} GUO Yonggang¹ LI Zhenglin¹ LI Fenghua¹ ZHANG Bo¹

(1 State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Depth estimation of moving targets in deep water is an important part of target discrimination and recognition, which is investigated in this paper. Since the delays between the direct and surface-reflected arrivals are related to source position, the possible moving routes can be chosen to represent the source movement. This can be implemented with a single hydrophone, and the priori information of target's position is diminished by selecting routes with proper estimate time delay. The results of deep ocean experimental data processing conducted in the South China Sea in 2018 indicate that this method works. For the tow sound source within a distance of 15 km in the experiment, the relative estimation error of the depth can be within 15%.

Keywords: Multi-path time delay; Routes choosing; Depth estimation

2020-01-13 收稿; 2020-03-31 定稿

*国家自然科学基金项目 (11434012, 11874061), 中国科学院联合基金项目 (6141A010501)

作者简介: 刘炎堃 (1995-), 男, 江西赣州人, 硕士研究生, 研究方向: 水声物理。

†通信作者 E-mail: guoyg@mail.ioa.ac.cn

0 引言

深海水下运动目标被动定位一直是水声研究的重点内容之一。匹配场算法已在声源定位领域获得了广泛应用,其基本原理是已知声速和海底深度等参数,对声场进行建模,通过比较测量场和拷贝场来对声源进行定位^[1]。匹配场算法的分辨率受海洋水文、海底底质等环境参数影响^[2]。当海洋的声速剖面未知时且信号记录时间足够长的情况下,McCargar等^[3]、Kniffin等^[4]基于深度的信号分离技术,可以利用直达波和海面反射波的信号相关结构来对声源定位;该方法使用了改进的傅里叶变换来还原目标的位置。Lei等^[5]利用布放在深海的两个水听器之间的互相关函数,对所有可能的位置进行扫描,使互相关函数值达到最大的位置即被视为是声源位置。匹配场技术和相关结构定位技术均需要两个或多个水听器同时进行工作,且需对空间进行扫描,往往有很大的计算量。

海洋声道的多径特性同样可以被用于定位声源。孙梅等^[6]研究了在射线模型下,水平振速与垂直振速的传播损失与声线到达接收点处的掠射角以及收发水平距离之间的关系,分析了深海直达波区域声传播特性。王梦圆等^[7]在此基础上,提出利用脉冲声信号的直达波和海面反射波的到达时延,研究了估计水下声源距离的方法。Gong等^[8]分析了使用拖曳水平阵进行被动目标定位的方法,并验证了卡尔曼滤波器方法对于运动声源的良好效果。Baggeroer等^[9]与Duan等^[10]研究了在深海可靠声路径中,位于临界深度以下的水听器可以在高信噪比的条件下接收到信号直达波和海面反射波,从而可以准确获得声传播的多径时延。Yang等^[11-13]研究了在可靠声路径下,使用布设于深海的水听器或水听器阵列,利用直达波和海面反射波的到达时延和信噪比等信息对声源进行定位。在使用宽带信号时,仅仅使用单水听器就能通过自相关函数获得信号传播的时延信息;利用扩展卡尔曼算法,使用时延信息进行位置估计可以大大减少计算量^[13]。然而在该方法中,定位算法需要先定义声源的初始状态,再进一步对声源进行定位算法的迭代。对声源的初始状态的定义不同将导致最后算法的定位效果的不同。

本文在多径时延算法^[13]的基础上,提出了一种利用直达-海面反射波时延来对运动目标进行深

度估计的算法,对声源可能的运动路径预先进行了选择,从而避免了对初始状态的定义,减少了需要的先验信息。对于每条运动路径,都可以看作是卡尔曼滤波的算法的观测输入,进而得到对运动的预测。通过比较预测位置的时延和理论计算出的时延,可以选择出最优的路径组,从而完成对目标深度的估计。

1 路径预选择与估计

根据射线模型,由声源位置到达接收位置的声线将经历水体折射和边界反射。图1为从声源发出,到达间距为 Δd 的两个接收点的直达声线与海面反射声线的传播示意图。其中, S 为声源点, S' 为声源关于海面的镜像点; R_1 、 R_2 为接收点。利用声线跟踪技术可以确定到达目标参考点的一系列特征声线。柱面坐标 (r, z) 系下的高斯射线方程^[14]表示为

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{1}{c(r, z)} \frac{dy}{dx} \right) = -\frac{1}{c^2(r, z)} \nabla c(r, z), \quad (1)$$

其中, $r = r(s)$ 及 $z = z(s)$ 是射线的柱坐标,它们是弧长 s 的函数; $c(r, z)$ 为声速。设声线的曲率为 $p(s)$,宽度为 $q(s)$,单条高斯射线可以被表示为

$$u(s, n) = A \sqrt{\frac{c(s)}{rq(s)}} \exp \left\{ -i\omega \left[\tau(s) + \frac{p(s)}{2q(s)} n^2 \right] \right\}, \quad (2)$$

其中, A 为常数, n 为与中心射线的垂直距离, ω 为声源信号的角频率。 $\tau(s)$ 为传播时间即相位延迟,满足:

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{c(s)}. \quad (3)$$

据此,可以从理论上得到射线的传播时间,从而计算出直达波和海面反射波之间到达时间的时延。

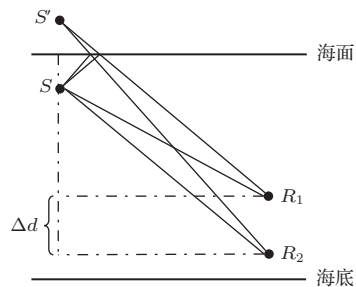


图1 声源-接收器声线示意图

Fig. 1 Schematic diagram of source-receiver acoustic rays

图2为海深 5500 m、位于深度 4500 m 的水听器对应的仿真时延图, 仿真中使用的是 Munk 声速剖面。从图2中可以看到, 给定一个时延, 有无数个可能的深度、距离与该时延值对应, 这些深度、距离形成的位置组成了一条时延线; 整个时延图呈现出明显的随深度变化的趋势。当声源目标运动时, 水听器能接收到一系列的直达、海面反射波信号, 从而可以计算得到一系列的时延线。每条时延线可以看作是所有点的一个子集, 一个可能的路径可以看作是在 n 条时延线上的点的连线; 每条路径都可以看作是时延线之间的一条连线, 对运动路径的预选即寻找可能表示目标运动的连线, 这可以通过动态规划的方法实现。

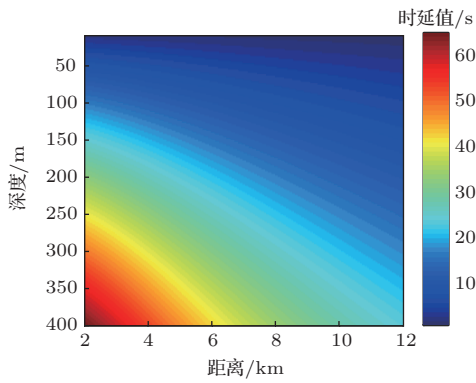


图2 水听器对应的直达-海面反射波时延图

Fig. 2 Time-delay map of direct-to-surface reflection waves for hydrophones

1.1 路径的预选择

为了确定所有时延线之间的连线中哪些可以更好地表示目标的运动, 假设某个由 N 条时延线组成的路径为 S , 定义代价函数如下:

$$\text{Cost}(S) = \sum_2^N F(\mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{a}_k), \quad (4)$$

其中, $\text{Cost}(S)$ 为路径 S 的代价函数, \mathbf{a}_k 为包含一个点的距离 R_k 、深度 D_k 和速度 \mathbf{v}_k 的矩阵, 即

$$\mathbf{a}_k = [D_k, R_k, v_k^R, v_k^D]^T, \quad (5)$$

其中, v_k^R 、 v_k^D 分别为在 \mathbf{a}_k 状态下的水平、垂直速度。函数 $F(\mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{a}_k)$ 为 \mathbf{a}_{k-1} 和 \mathbf{a}_k 两个点之间的代价。为了限制运动的速度、方向变化, 函数 $F(\mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{a}_k)$ 定义如下:

$$F(\mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{a}_k) = \alpha |\mathbf{v}_{k-1} - \mathbf{v}_k|^2 + \beta |v_k^D|^2, \quad (6)$$

$$\alpha + \beta = 1,$$

其中, $F(\mathbf{a}_{k-1}, \mathbf{a}_k)$ 中的第一项 $\alpha |\mathbf{v}_{k-1} - \mathbf{v}_k|^2$ 是对速度矢量变化的限制, 而第二项 $\beta |v_k^D|^2$ 是对垂直方向位移的限制。参数 α 和 β 体现了对目标运动的大致推测: α 设置的越大, 趋于匀速的连线代价越小; β 设置的越大, 趋于水平的连线代价越小。这样设置的目的是为了路径趋于水平、匀速运动的路径, 以模拟真实的目标运动。

假设已经获取了 M 个时延, 对应在时延图上有 M 个点集。设每个点集 A_m ($m = 1, 2, \dots, M$) 上都有 N 个点, 记为 A_{m,k_m} ($k_m = 1, 2, \dots, N$)。设以 A_{m,k_m} 为终点的路径为 S_{m,k_m} , S_{m,k_m} 上的所有的点可以表示为从 m 个点集上各取一个点后所形成的集合:

$$S_{m,k_m} = \{A_{1,k_1}, A_{2,k_2}, \dots, A_{m-1,k_{m-1}}, A_{m,k_m}\}, \quad (7)$$

$$k_1, k_2, \dots, k_{m-1}, k_m \in [1, 2, \dots, N].$$

则代价函数的计算可以表示为

$$\text{Cost}(S_{m,k_m}) = \min_{k_{m-1}=1,2,\dots,N} \text{Cost}(S_{m-1,k_{m-1}}) + F(A_{m-1,k_{m-1}}, A_{m,k_m}). \quad (8)$$

公式(8)显示了每一个以 A_{m,k_m} 为终点的候选路径的代价函数计算都仅与以前一个点集中的点为终点的候选路径代价函数 $\text{Cost}(S_{m-1,k_{m-1}})$, $k = 1, 2, \dots, N$ 有关。至此, 对于任意的 $k_m, k_m = 1, 2, \dots, N$, 都可以在 $O(N)$ 的时间内计算出 $\text{Cost}(S_{m,k_m})$ 。在深度上均匀选取 q 条候选路径进行运动估计。 q 越大, 路径越密集, 深度分辨率越高; q 越小, 路径越稀疏, 深度分辨率越低。在实际实验中, q 被设置为 50, 路径终点之间的深度间隔约为 3 ~ 5 m。在计算代价函数时记录下该轮计算里的每一个点对应的上一轮计算中的点, 即可直接回溯得到路径。在给定 k_m 时, 回溯的公式如下:

$$k_{m-1} = \underset{k_{m-1}}{\text{argmin}} \text{Cost}(S_{m,k_m})$$

$$= \underset{k_{m-1}}{\text{argmin}} \text{Cost}(S_{m-1,k_{m-1}}) + F(A_{m-1,k_{m-1}}, A_{m,k_m}). \quad (9)$$

图3为通过回溯计算后得到的部分候选路径, 实际使用的候选路径均匀分布在选定的深度范围(从最浅的时延线深度到 300 m)内, 为了图片的清晰并未全部画出。计算路径代价的算法时间复杂度为 $O(MN)$, 路径回溯的算法时间复杂度为 $O(qM)$ 。由于 $q \leq N$, $O(qM) \leq O(MN)$, 因此, 路

径的预选择算法的时间复杂度为 $O(MN)$,和整个空间中点的个数呈线性关系,而当每次迭代更新路径时,需要的计算时间复杂度仅为 $O(N)$ 。这种只与前一轮计算的结果相关的无后效性有利于减少大数据集和在线运算情况下的计算复杂度。

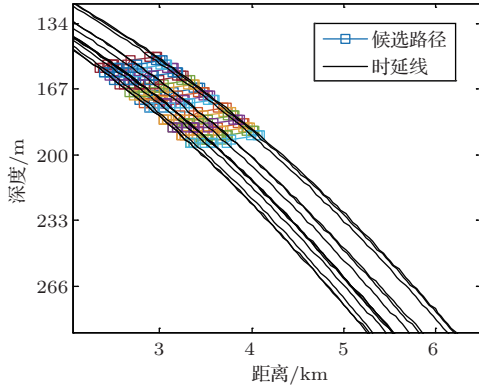


图3 由路径预选择算法得到的部分候选路径

Fig. 3 Candidate paths pre-selected by path choosing algorithm

1.2 基于卡尔曼滤波进行运动状态估计

卡尔曼滤波器是一种线性系统中高效的自回归滤波器^[15]。在假设噪声为高斯过程的情况下,卡尔曼滤波可以给出满足最小均方误差的结果。由于选择的运动路径中的点是离散的,且运动可以看作是一个线性的系统,卡尔曼滤波器可以很好地对运动进行估计。

设状态向量为 \mathbf{x}_k , \mathbf{x}_k 的定义如下:

$$\mathbf{x}_k = [D_k, R_k, v_k^R, v_k^D]^T. \quad (10)$$

设状态对应的白噪声为 ω_k ,则状态方程为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \begin{bmatrix} D_{k+1} \\ R_{k+1} \\ v_{k+1}^D \\ v_{k+1}^R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_k \\ R_k \\ v_k^D \\ v_k^R \end{bmatrix} + \omega_k, \quad (11)$$

其中, Δt 为接收到信号的时间间隔, ω_k 服从分布 $N(0, Q)$, Q 为状态误差的协方差为

$$Q = B \begin{bmatrix} \sigma_{aD}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{aR}^2 \end{bmatrix} B^T, \quad (12)$$

其中, σ_{aD}^2 和 σ_{aR}^2 为测量误差在深度和距离方向的标准差, B 的值为

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \Delta t & 0 \\ 0 & \Delta t \end{bmatrix}. \quad (13)$$

以每一个预选择路径上的点 \mathbf{a}_k 作为目标状态的观测,设测量误差为 \mathbf{u}_k ,则 \mathbf{a}_k 可以表示为

$$\mathbf{a}_k = H\mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k. \quad (14)$$

由于是在笛卡尔坐标系下进行测量,观测矩阵 H 是一个单位阵。 \mathbf{u}_k 的协方差矩阵中值的大小和选择路径的深度分辨率有关:深度分辨率越高,值应被设置的越小;深度分辨率越低,值应被设置的越大。使用卡尔曼滤波算法后的效果如图4所示。图4展示了在声源为150 m、水深为4700 m的仿真环境中,对于给定的4个时延得到的路径上做运动状态估计的示意图。在得到了每条路径下个时刻的估计位置后,通过射线声学模型可以得到其对应的时延,即在图2的时延图中和估计位置对应的理论时延值 t_t 。设水听器得到的时延为 t_r ,则某路径 A 对应的时延误差 $T(A)$ 为

$$T(A) = |t_t - t_r|^2. \quad (15)$$

使用多条预选路径组成的集合 \mathbf{P} 来进行声源的深度估计。 \mathbf{P} 里的路径有着所有预选路径中最小的时延误差,即对于任意的 $p \in \mathbf{P}$ 和 $q \notin \mathbf{P}$,有

$$T(p) \leq T(q). \quad (16)$$

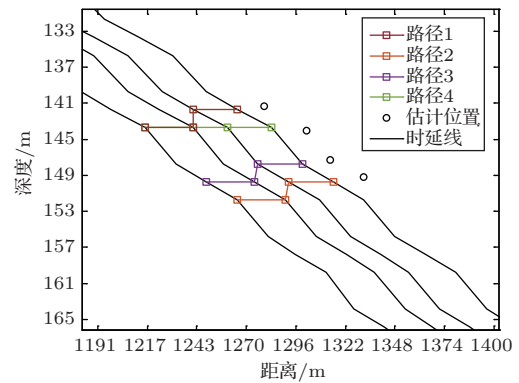


图4 卡尔曼滤波做运动估计示意图

Fig. 4 Schematic diagram of Kalman filter results

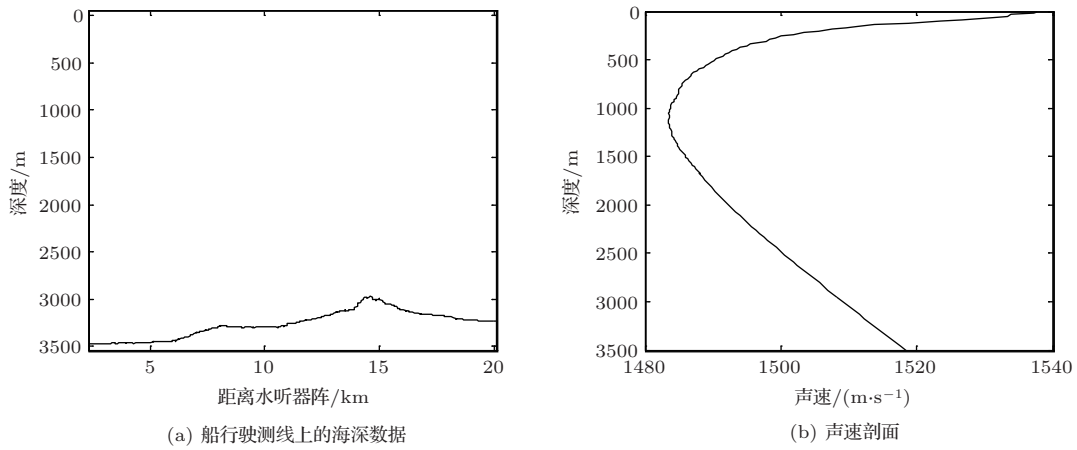


图8 实验测得海深及声速剖面
Fig. 8 Sea depth and sound profile

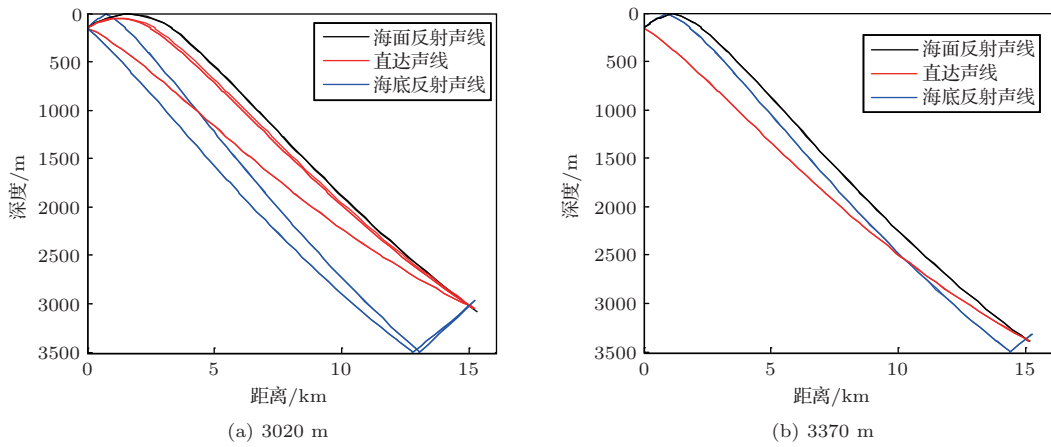


图9 不同接收深度的本征声线图
Fig. 9 Acoustic rays in different receiver depth

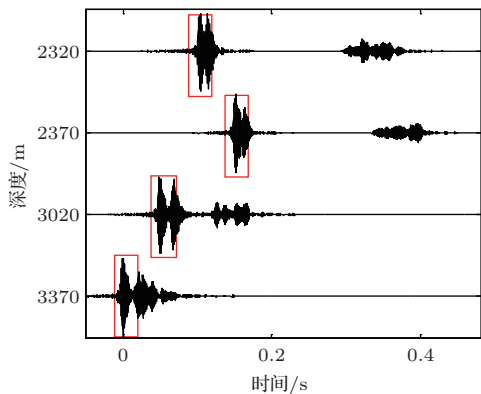


图10 4个不同深度的潜标信号进行脉冲压缩后的结果
Fig. 10 Pulse compression of four submersible signals at different depths

利用声速剖面,预先计算得到2320 m、2370 m、3020 m、3370 m深的水听器对应的直达波与海面反射波的时延图,参见图11。获得接收信号时延之

后,即可对不同深度的水听器在图11上寻找对应的时延线。根据接收信号中得到的时延信息,利用公式(9)计算获得路径,并将路径看作是卡尔曼滤波的一次观测进行运动估计。将运动估计的结果与预先计算的时延图中进行比对,可以得到最接近的路径,从而迭代一次估计的声源深度。在迭代的过程中,不同深度的水听器接收到的信号在计算上是完全独立的。由于少数时延值不一定能获取到稳定的最优路径组,在第一次迭代之前预先使用了10个时延值进行了路径选择算法。

图12为实验中使用的各个深度水听器信号中得到的前40个时延值。从图12中可以看出,随着声源逐渐远离水听器阵,各水听器接收到的直达波和海面反射波之间的时延值逐渐下降,且越深的水听器对应的时延值越高,与图11一致。其中,由于噪声干扰,位于2370 m的水听器计算时延值出现了错误的峰值的情况,使时延值曲线产生了较大起伏。

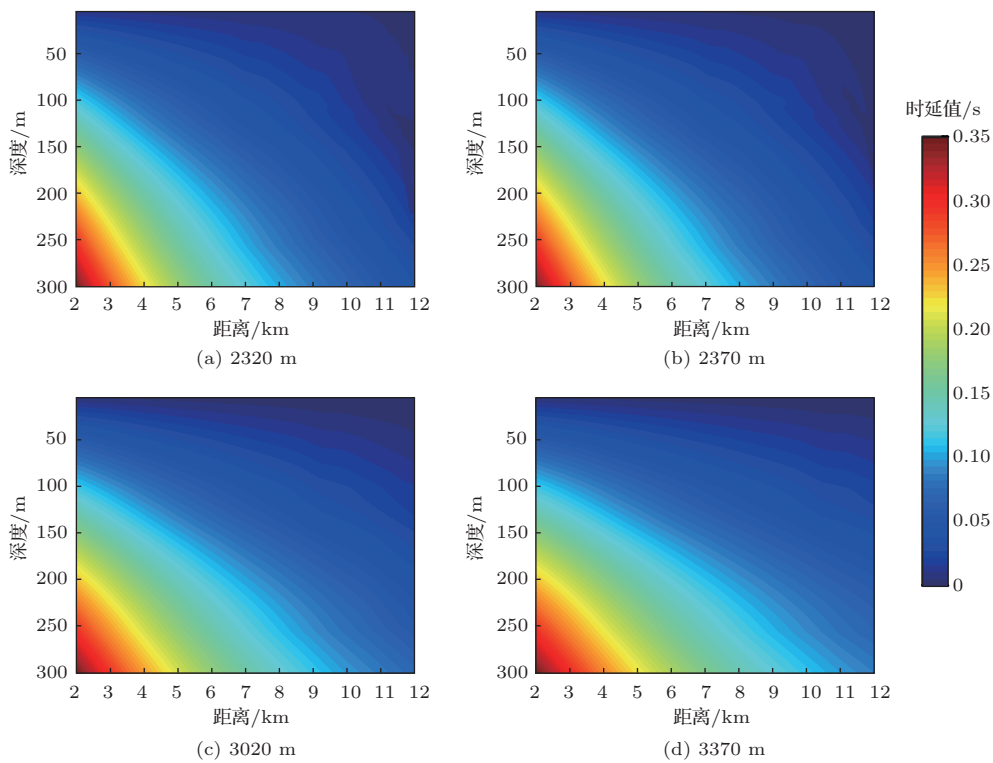


图 11 不同接收深度下的直达波与海面反射波的时延图

Fig. 11 Time delay map of direct waves and sea reflections under different receiver depth

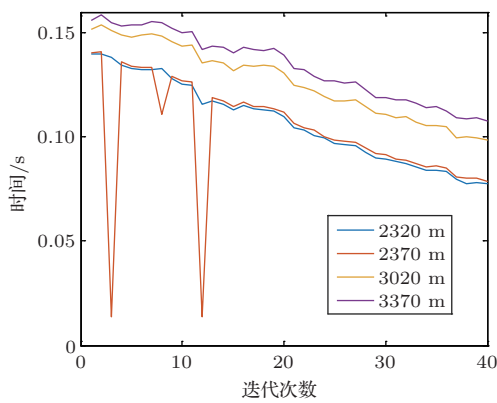


图 12 使用互相关得到的实验中各深度水听器前 40 个时延值

Fig. 12 The first 40 delay values of each depth hydrophone in the experiment using cross correlation

图 13 比较了用线性插值替换异常的时延值与异常时延值对应的时延线,可见异常值将导致目标可能的位置出现偏差,使路径产生一定程度的畸变,导致公式(8)定义的代价函数值突增。图 14 展示了算法对实验数据进行深度估计的结果。图 14(a)为单独使用某个水听器的数据计算的深度迭代图,其中蓝色带星号的曲线是由与拖曳声源固定在一起

的测深仪提供的深度数据;从图 14(a)可以看到,当使用深度位于 2320 m、3020 m、3370 m 处的水听器接收到的信号进行声源深度估计时,估计的相对误差大致在 10% 以内。使用深度为 2370 m 的水听器接收到信号进行深度估计时,由于时延数据的不准确,迭代初期的最优路径选择并不稳定,估计深度变化较大,导致在前 20 次深度迭代总深度估计的误差大,最大值为第一次估计,相对误差的绝对值达到 70%;在第 23 次迭代后,深度估计的误差下降到了 15% 以内。去除异常的时延值后,2370 m 深水听器的深度估计曲线见图 14(b)。图 14(b)说明在时延值计算出现较大误差时,将使估计的深度变得不准确;而后在时延值计算准确时,2370 m 深水听器的深度估计结果误差变小。因此,计算过程中可以在每次迭代前预先抛弃一定迭代次数以前的时延值来进行下一步计算,避免原异常数据对后续计算的影响。利用 4 个水听器的数据同时对目标深度进行估计,把每次估计迭代中代价函数值最低的前 5 个深度都统计进结果中,则深度估计呈现的离散序列针状图见图 15。图 15 中每一列的深度宽度范围为 5 m。由于直达波与海面反射波的时延在时延图上对应的是一条线,在数据量少的时候可能出现深度

偏差比较大的估计。在图15中,深度位于区间[0 m, 100 m]和[200 m, 300 m]的估计点数约占所有点数的25.9%。对整个估计的离散点序列进行高斯曲线拟合:

$$f(x) = A \exp\left(\frac{-(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (18)$$

得到的置信水平在95%下的拟合参数见表1。从曲线的拟合结果来看,多次迭代中对声源运动中的深度估计值大致分布在真实深度的附近,分布的均值为145.8 m。

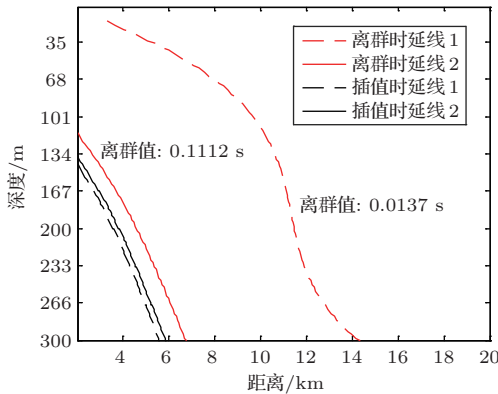


图13 2370 m水听器的时延异常值产生的时延线偏移

Fig. 13 Time delay line offset due to the outliers value of 2370 m hydrophone

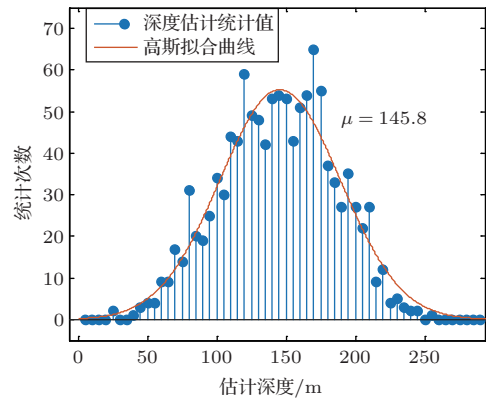
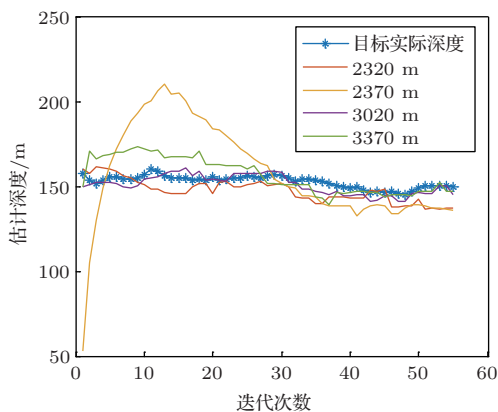


图15 各水听器每次估计中代价值前五的深度统计结果

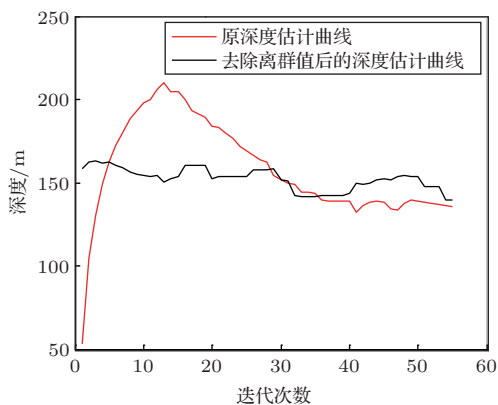
Fig. 15 Statistical results of hydrophones in top five depth estimation

表1 置信水平为95%的深度估计曲线拟合参数
Table 1 Curve fitting parameters for depth estimation with a confidence level of 95%

参数	拟合值	置信区间上界	置信区间下界
A	55.24	52.01	58.46
μ	145.8	142.9	148.7
σ	43.54	40.90	46.48



(a) 各深度水听器的目标深度估计图



(b) 异常时延值对2370 m水听器的深度估计影响

图14 深度估计结果

Fig. 14 Depth estimation results

3 结论

本文提出了一种基于单水听器进行水下运动目标深度估计方法。利用直达-海面反射波时延预先构建出候选运动路径,避免了对目标初始状态的定义;使用候选路径对目标运动的轨迹进行模拟,从而实现了目标的深度估计。使用候选路径的方法可以避免每次迭代在整个空间进行搜索,减少了计算复杂度。实验结果验证了该方法的有效性。由于需要获取信号的到达时延值,该算法仅适用于深海直达声区。若运动目标在深度或运动速度大小上变化较大,将导致路径选择算法的失效,后续研究将进一步分析路径选择对最终深度估计的影响。

致谢 感谢参与2018年4月南中国海调查全体实验人员,他们的辛勤劳动为本文提供了珍贵可靠的实验数据。

参 考 文 献

- [1] Baggeroer A B, Kuperman W A, Mikhalevsky P N. An overview of matched field methods in ocean acoustics[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1993, 18(4): 401–424.
- [2] Tracey B H. Matched field range and depth resolution in range-dependent waveguides[J]. *Acoustics Research Letters Online*, 2005, 6(4): 274–279.
- [3] McCargar R, Zurk L M. Depth-based signal separation with vertical line arrays in the deep ocean[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2013, 133(4): EL320–EL325.
- [4] Kniffin G P, Boyle J K, Zurk L M, et al. Performance metrics for depth-based signal separation using deep vertical line arrays[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2016, 139(1): 418–425.
- [5] Lei Z, Yang K, Ma Y. Passive localization in the deep ocean based on cross-correlation function matching[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2016, 139(6): EL196–EL201.
- [6] 孙梅, 周士弘, 李整林. 基于矢量水听器的深海直达波区域声传播特性及其应用[J]. *物理学报*, 2016, 65(9): 094302.
Sun Mei, Zhou Shihong, Li Zhenglin. Analysis of sound propagation in the direct-arrival zone in deep water with a vector sensor and its application[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(9): 094302.
- [7] 王梦圆, 李整林, 秦继兴, 等. 深海直达声区水下声源距离深度联合估计[J]. *信号处理*, 2019, 35(9): 1535–1543.
Wang Mengyuan, Li Zhenglin, Qin Jixing, et al. Combined estimation of range and depth for underwater source in the direct zone in deep water[J]. *Journal of Signal Processing*, 2019, 35(9): 1535–1543.
- [8] Gong Z, Tran D D, Ratilal P. Comparing passive source localization and tracking approaches with a towed horizontal receiver array in an ocean waveguide[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2013, 134(5): 3705–3720.
- [9] Baggeroer A B, Scheer E K, Heaney K, et al. Reliable acoustic path and convergence zone bottom interaction in the Philippine Sea 09 Experiment[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2010, 128(4): 2385–2385.
- [10] Duan R, Yang K D, Ma Y L, et al. A reliable acoustic path: physical properties and a source localization method[J]. *Chinese Physics B*, 2012, 21(12): 124301.
- [11] Yang K D, Yang Q L, Guo X L, et al. A simple method for source depth estimation with multi-path time delay in deep ocean[J]. *Chinese Physics Letters*, 2016, 33(12): 124302.
- [12] Li H, Yang K D, Duan R, et al. Joint estimation of source range and depth using a bottom-deployed vertical line array in deep water[J]. *Sensors*, 2017, 17(6): 1315.
- [13] Duan R, Yang K D, Ma Y L, et al. Moving source localization with a single hydrophone using multipath time delays in the deep ocean[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 2014, 136(2): EL159–EL165.
- [14] Porter M B, Bucker H P. Gaussian beam tracing for computing ocean acoustic fields[J]. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1987, 82(4): 1349–1359.
- [15] Welch G, Bishop G. An introduction to the Kalman filter[R]. University of North Carolina at Chapel Hill, Chapel Hill, NC United States, 1995.
- [16] Wu S L, Li Z L, Qin J X. Geoacoustic inversion for bottom parameters in the deep-water area of the South China Sea[J]. *Chinese Physics Letters*, 2015, 32(12): 124301.