超声复合振动系统中的“局部共振”现象
—20 年来的应用和机理分析情况

应崇福　　范国良

(中国科学院声学研究所　北京 100080)　(华北光电技术研究所　北京 100015)

2001 年 10 月 25 日收到

摘要　本文作者及当时合作者在《应用声学》的创刊号中报道了超声振动系统中“局部共振”现象的发现及其一项应用。20 年来，国内一些作者或者分别介绍了本现象在不同场合的应用，或者分别分析了这个现象的机理。值此《应用声学》庆祝创刊 20 周年之际，本文回顾了这些前期工作，提出了自己的一种关于机理的观点，并对“局部共振”现象的实用意义作了新的评价，希望能进一步促进这个现象的应用和对它的讨论。

关键词　超声振动系统，局部共振，应用，机理

The phenomenon of “local resonance” in compound ultrasonic vibration systems—Applications and mechanism analyses during the 20 years after its discovery

YING Chongfu

(*Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080*)

FAN Guoliang

(*North China Research Institute of Electro-Optics, Beijing 100015*)

Abstract　In the first issue of APPLIED ACOUSTICS 20 years ago, the present authors reported, with two co-authors, the discovery of the phenomenon of "local resonance" and its application. During the past two decades, a number of authors either narrated their applications of the phenomenon to various systems of ultrasonic machining, or analyzed the mechanism of the phenomenon. At this opportunity of the 20th anniversary of APPLIED ACOUSTICS, we here present a review of these earlier works, propose a novel view on the mechanism and emphasize the practical applicability, more significant than initially appraised, of the phenomenon.

Key words　Ultrasonic compound vibration systems, Local resonance, Applications, Mechanism

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

1 引言

在《应用声学》1982 年创刊号上，范围良、应崇福、林仲茂、彭翔联合发表了一篇论文，题目是“一种新型的超声加工深小孔的工具系统”[1]。(这篇论文在当时的几个月前曾在 ULTRASONICS 的国际学术会议上口头宣读。)《应用声学》正在喜庆创刊 20 周年纪念，这篇论文因此也已有 20 年的历史。论文在国内外首先发现了一个与超声振动有关的新现象，当时我们称之为“局部共振”现象；论文同时利用了这个现象，用来进行玻璃的深小孔加工。论文当时引起了一定的关注，却并非突出的重视。可是，论文发表后 20 年来，国内陆续有好几位作者，或者在实际工作中以不同的方式利用了“局部共振”现象，或者从不同的角度探讨了现象的机理。看来，这个现象有相当的活力。对现象的几乎所有机理分析文章，又全是在《应用声学》上发表的。值此《应用声学》纪念创刊之际，回顾一下 20 年来有关“局部共振”工作的原始和进展，同时作些讨论和展望，也许是有意义的，希望能藉此进一步促进它在实用上和理论上的再深入、再提高。

本文将先简单介绍文献 [1] 的主要内容，随后简要介绍我们所知道的 20 年来各方面对“局部共振”现象的应用和机理分析，然后提出我们自己对机理的一点看法。最后谈一些对应用前景的展望。

2 现象的简要回顾

文献 [1] 在超声加工深小孔的研究中发现，在工具杆很细长时，它能独立于换能器和变幅杆组成的“D”（“Driving”）系统，具有自有的“局部共振”现象，即工具杆的振动模式相当于通常的细杆一端固定、一端自由。实验情况如下：图 1 是由换能器、变幅杆、工具杆所组成复合振动系统的一个例子，图中左端的细管状杆，便是 ϕ 6mm、壁厚为 1mm 的

图 1 具有细长工具杆的超声复合振动系统

不锈钢工具杆。在工具杆长为 320mm 时，分别测量复合振动系统和单独“D”系统（换能器加变幅杆）的频率特性，结果见图 2 和图 3。从图 2 可见，当改变换能器的电源频率，工具杆端面位移有多个峰值。分析其中几个极大位移的频率，找出了这样一个规律，图 2 中的 3.80、11.39、19.50、26.70、kHz 这几个频率，正好与同长度的细杆当一端固定、一端自由的理论纵振动频率 f_{LN} 接近，

$$f_{LN} = (2N+1)\frac{C}{4L} \tag{1}$$

而设不锈钢细杆中纵波声速 C 近似为 5×10^6mm/s 时，

$$f_{L0} = 3.90 \quad f_{L1} = 11.70$$
$$f_{L2} = 11.50 \quad f_{L3} = 27.3$$

这里 f_{LN} 以 kHz 计. 理论值与图 2 中的实验值略有差异，粗略地可用 C 略偏离 5×10^6mm/s 来解释。

随后，文献 [1] 采用了两种方法观测了工具杆的振动模式，一种是借助热成像技术，以确定工具杆沿长度的应力分布，另一种是在工具杆上撒粉，以确定其位移分布。两种方法都证实了，以适当频率激励换能器时，工具杆和变幅杆的连接处总是位移节点，工具杆的自由端总大概是位移腹点，而在这两点之间会有整数的位移节点。

考虑到工具杆虽处身复合振动系统之中，却能以特殊的模式独立共振，文献 [1] 对此当时提出了“局部共振”的名称。为简便起见，本文下面将用“局”字来代表“局部共振”。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

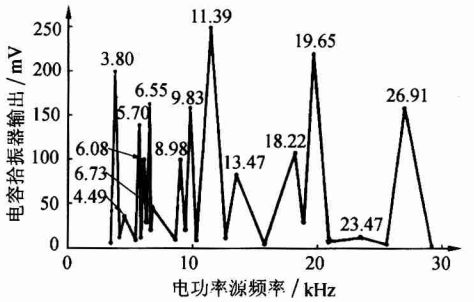

图 2　复合超声振动系统中工具杆端部位移振幅随电发生器频率的变化

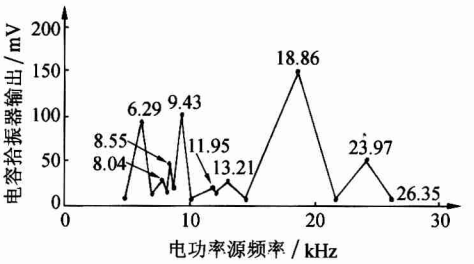

图 3　换能器和变幅杆组成的“D”系统中变幅杆输出端面位移振幅随电发生器频率的变化

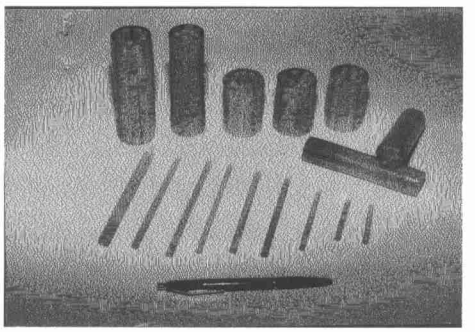

图 4　采用“局部共振”原理，从激光晶体上套出的棒和坯

文献 [1] 还实验研究了形成“局”的条件，发现工具杆必须细；细是相对于与之联接的变幅杆端面的粗细而言。实验表明，工具杆直径 D_L 对变幅杆联接端端面直径 D_{Tr} 之比，D_L/D_{Tr}，需小于约 0.3。

上面所举例有普遍意义。就是说，只要“D”系统在一定频率范围内在振动，在相应范围，任意长度的细长工具杆会存在“局”现象。这样一来，实现工具杆的共振便十分方便，因为现在，只要调节激励“D”系统的电源频率，便可以容许工具杆在一定范围内任意变化长度而仍维持共振。文献 [1] 就利用了这个“局”现象，采用一根工作中逐渐磨短的工具杆，例如，在玻璃上用 33 分钟钻出深达 225mm 的直径 6mm 小孔。

3　现象的已有应用

本节简述，我们所知道的，文献 [1] 发表以后，“局”现象的已有应用。

1987 年，范国良和张维贤，采用“局”原理，解决了直径 4mm–10mm、长度 60mm–150mm 的激光晶体棒的成形加工 [2]。图 4 显示从晶体上加工取出的一些晶体棒。

1996 年，罗有成、杨立华和张维贤，在范国良、蔡常礼前期工作的支持下，利用“局”原理，研制成“精密数控超声旋转加工机” [3]，并进行激光陀螺小孔加工。

1985 年，林仲茂和范国良采用“局”原理，设计了“油泵油咀深盲孔的超声清洗装置”，于 1987 年获得国家发明专利（专利号 85.00711.2）

在上面一些应用中，工具杆是简单的直杆或薄壁直管。在下面两则应用中，则工具已比较复杂，似乎不宜简单叫“杆”。

1992 年，赵继、王立江和孟继安所应用的“局”对象是超声切削系统中的“弯曲振动刀杆” [4]，如图 5 中的部分“3”。这个“弯曲

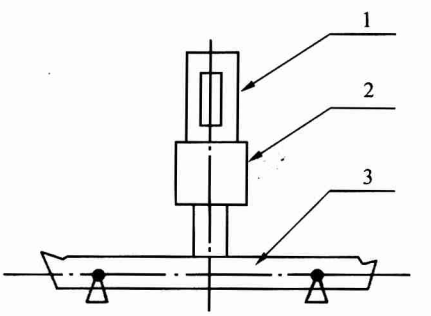

图 5　超声振动切削系统。1— 换能器；2— 变幅杆；3— 弯曲振动刀杆

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

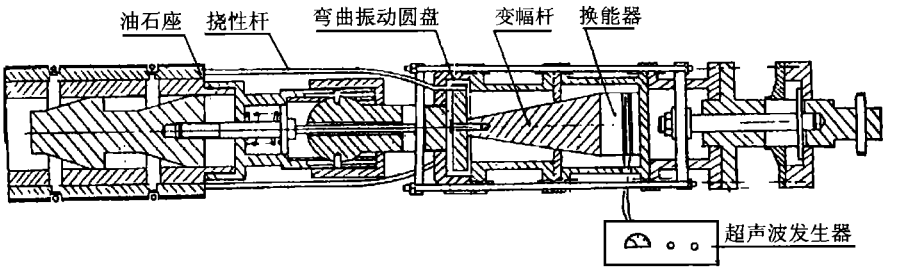

图 6　超声振动珩磨系统。这里的“ D ”系统包含“弯曲振动圆盘”

振动刀杆”有它独特的“局”模式，不再是前面的式（ 1 ）所描述，但刀杆照样可进行局部共振，从而大为简化了整个超声切削系统的设计和操作。

第二个例是：1998 年赵波和何定东把“局原理应用到超声珩磨 [5]，这里的工具“杆”是图 6 中的“挠性杆 — 油石座”子振动系统。

也许这里还可以提到一篇不全属应用的文章 [6]，作者们证明了在压电换能器和阶梯形变幅杆情况下“局”现象的存在。

4　现象的机理讨论

4.1　已有的分析

“局”现象先后得到不同形式的应用，多年来对它的机理，也不断有不同角度的探讨。1982 年汪承灏 [7]，1994 年周光平、鲍善惠、程存弟 [8]，1998 年鲍善惠 [9] 都曾作过理论分析。据了解，还有尚未发表的讨论。

文献 [7] 指出文献 [1] 的工具杆是个非半波长的变幅器，并按“广义变幅器理论”进行了分析，认为工具杆实际上是个 1/4 波长的变幅杆，又认为由磁致伸缩换能器和锥形变幅杆组成的驱动系统 —D 系统，因为负载下 Q 值变低，能在相当宽的频带内工作。

文献 [8] 采用全谐振的观点，就是认为，“局”现象实质是由 D 系统和工具杆所组成复合系统的某些按半波长方式共振频率，与工具杆固定一自由条件下的谐振频率一致和接近时出现的现象。

文献 [9] 提出了较新颖的观点，认为“局”现象是弱耦合振动的一种表现，以耦合振动的维恩图作了一些定量计算，计算结果大部比较接近文献 [1] 的实验结果。因为这篇论文是较近提出的，我们这里想对它作些讨论。我们认为，文献 [9] 的分析存在下列问题。首先是所用算式是否适用。ω_+ 和 ω_- 是耦合系统在自由振动时的特殊简谐模式的两个频率。那么，文献 [9] 中所讨论系统能否满足特殊模式的初始条件？更重要的是，所讨论系统是受激的，不是自由的。也许一个变通办法是把所讨论系统看作原是受激的，而激励源的频率正是 ω_+ 或 ω_-，不过这样做会引起一些其它问题，而且这时本分析方法将接近文献 [8] 的方法。其次是文献 [9] 没有确定变幅杆与工具杆联结处总是个位移节点。其三是如文献 [9] 所说，导致拟合程度最好的“ μ ”值各不一样，尤其是对于“ d ”点不存在这样一个 μ 值。

4.2　我们的看法

对“局”现象的解释，我们想提出另一个分析出发点。在建筑体中，关于结构的振动，有一个重要的实际问题，是怎样消除或减弱人们不需要的干扰振动。这时有一种办法，是附加一个叫做“动力吸收器”（ dyndmic absorber ）的消振装置。吸收器有几种不同的结构，我们这里先引述和本文所讨论问题相类似的一种。这只是一根长棒，附加在一个谐振的基座上，如图 7 所示 [10]。设棒长为 L，截面面积为 A；振动基座的谐振频率为 ω，谐振幅度为 u_0。

“吸收”原理如下：假设棒内没有阻尼。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

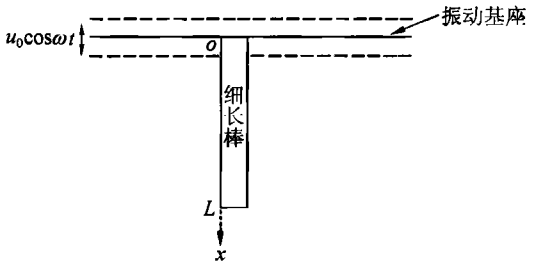

图 7　细长棒型动力吸收器

由于棒是细长的，它的运动可以用一维方程来描述：

$$E\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{2}$$

式中 $u=u(x,t)$ 是棒的质点位，ρ 是棒材料的密度，E 是棒材料的杨氏模量。如熟知，$E=\sigma/\varepsilon$, σ 是棒内的应力，ε 是棒内的应变，（1）式可写成

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{1}{C}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3}$$

式中 $C^2=E/\rho$, C 是细长棒内的声速。棒运动的边界条件则是

$$\text{在}x=0,\quad u=u_0\cos\omega t \tag{4a}$$

$$\text{在}x=L,\quad E\frac{\partial u}{\partial x}=0 \tag{4b}$$

按边界条件（4），求解方程（3），易得

$$\begin{aligned}u=&u_0\cos\omega t(\cos\frac{\omega}{c}x+\tan\frac{\omega}{c}L\cdot\sin\frac{\omega}{c}x)\\=&u_0\cos\omega t\frac{\cos\frac{\omega}{c}(L-x)}{\cos\frac{\omega}{c}L}\end{aligned} \tag{5}$$

现在长棒反作用于基座的力 F 是：

$$\begin{aligned}F=&AE\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0}\\=&AE\frac{\omega}{c}\tan\frac{\omega}{c}L\cdot u_0\cos\omega t\end{aligned} \tag{6}$$

当

$$\frac{\omega}{c}L=\frac{\pi}{2},3\frac{\pi}{2},\cdots,(2N+1)\frac{\pi}{2}$$

$$N=0,1,\cdots$$

即　$L=\frac{c}{2\pi f}(2N+1)\frac{\pi}{2}=\frac{1}{4}\frac{c}{f}(2N+1)$

即　$f=(2N+1)\frac{c}{4L}$

则有　$F\to\infty$

F 显然不应是无限大，由此 u_0 应等于零。即细长棒和基座的联结处是个位移节点。

式（6）给出 $F\to\infty$，这只是个理想的情况，实际上棒内有内摩擦，这时 F 不会变成无穷大，虽然一般情况会是很大。相应地，联结处的 u 不是 0，但一般很小。文献 [10] 并给出了棒内有内摩擦时的计算，这时应力 σ 和应变 ϵ 的关系是

$$\sigma=E\epsilon+E'\frac{\partial\epsilon}{\partial t} \tag{8}$$

E' 是棒内的内摩擦系数。现在棒的运动方程是

$$E\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+E'\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial t}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{9}$$

把基座在联结处的位移写作 $u_0e^{j\omega t}$，把 u 写作 $\mathrm{Re}(ue^{j\omega t})$，Re 表示复数的实数部（相应地 Im 表示复数的虚数部分），那么，类似式（2）到式（6）的推导，可以得出，现在吸收器反作用于基座的力 $F=AE\frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0}$ 是

$$\begin{aligned}F/AE\frac{\omega}{C}u_0\equiv\alpha=&\left\{\frac{1}{2}(\omega\frac{E'}{E})\right.\\&\left.+j\left[1+\frac{1}{2}(\omega\frac{E'}{E})^2\right]\right\}\tanh\beta L\\=&\mathrm{Re}\alpha+j\mathrm{Im}\alpha\end{aligned} \tag{10}$$

这里

$$\beta\equiv\frac{\omega}{C}\left[\frac{1}{2}(\omega\frac{E'}{E})+j\right] \tag{11}$$

$F/AE\frac{\omega}{C}u_0$ 随 $\frac{\omega}{C}L$ 的变化关系例示在图 8 中其实数部分和虚数部分随 $\frac{\omega L}{c}$ 的变化 [10]。图中以 $\frac{E'}{E}\omega$ 作为参数，取了两个值：一是 $\frac{E'}{E}\omega=0$，即 $E'=0$，这时棒内没有内摩擦力，式（10）成为式（6），F 自身是实数；另一个值是 $\frac{E'}{E}\omega=0.1$，这时 $\alpha\equiv F/AE\frac{\omega}{C}u_0$ 是复数，图中分别画出了 α 的实数部分和虚数部分。由图可见，当 $E'\neq 0$, 在 $\frac{\omega L}{C}=(2N+1)\frac{\pi}{2}$ 的附近，$N=0,1,2,\cdots$, $F/AE\frac{\omega}{C}u_0$ 不会是无限大，这也表示 u_0 可以是很小，但不是零。由图还可见，当 $E'\neq 0$ 棒上的位移节点不正在 $l=\frac{1}{4}(2N+1)\frac{C}{f}$ 处，l 是棒上的长度。文献 [1] 中的实验结果显示了类似倾向。

文献 [10] 还分析了另一种结构稍许不同的动力吸收器，如图 9 所示。这里的吸收器的质

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

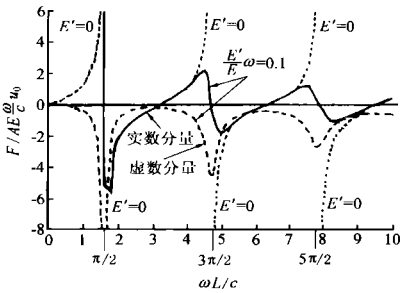

图 8　$F/AE\frac{\omega}{C}u_0$ 随 $\omega L/C$ 的变化

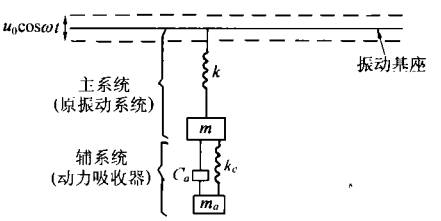

图 9　一种有集总质量的动力吸收器

量是集总的，而不是分布的，同时这里可以把振动基座类比换能器，把由 k 和 m 组成的主系统（原振动系统）类比变幅器，把由 C_a 、 k_a 和 M_a 组成的辅系统（吸收器）类比工具杆。文献 [10] 的分析表明，当辅系统的振动频率和振动基座的频率相调谐时，主系统的振动将大为减弱，而如果辅系统不受阻尼，主系统将完全停振。

从上述动力吸收器特别是图 7 中的吸收器的原理推导中，有两点结论，对于“局”现象来说，是颇有吸引力的。一是在变幅器和工具杆的联结处总会出现位移节点；二是工具杆的振动会出现自身规律的共振，即固定——自由方式的共振，就是文献 [1] 的“局部共振”。

但是，本机理假设也存在至少两点有待回答的问题。一是按照本假设，工具杆的共振，必须受到 D 系统在相应频率的激励，而如果查阅前面图 2 和图 3 的数据，会从图 2 看出，工具杆在 26.91kHz 有局部共振，而根据图 3 ，D 系统驱动频率的上限只约为 26.35kHz 。这个问题，也许可以作如下的解释：图 3 的数据是在 D 系统空载时测量的，而当接有工具杆时， D 系统承受了负载，而且由于工具杆的局部共振，是承受了很重的负载，因此 D 系统的频带可能加宽，上限达到或超过 26.91kHz 。文献 [7] 也曾指出这一点。是否这样，还应当进行实验核查。本机理假设的第二点问题要比第一点难解些。这第二点是：按照文献 [1] 的实验观察，“局”的产生是有条件的，在工具杆为实心直杆的情况，杆的截面比起变幅杆末端的必须小许多（在文献 [1] 的实验中，前者的直径必须小到后者直径的约 1/3 。这里值得提到我们曾经实测的另一组数据，这时工具杆是薄壁管。发现薄壁管的外直径并不要远小于变幅杆末端的直径，例如当变幅杆末端的直径为 30mm ，薄壁工具管的外直径可以是 28.8mm ，而仍产生“局”现象，不过这时工具管的壁厚只约 1.6mm ）。但在前面的动力吸收器的原理推导中，并没有提出吸收杆产生“局”现象的必要条件。这时是否隐含了类似条件（例如振动基座必需是恒流或恒压源），还有待进一步分析。在文献 [4] 中，“局”的应用对象是弯曲振动刀杆，这时只是对纵横振动的耦合采用了“自锁锥面连接”，并没有对刀杆本身采取什么措施。由上述情况看来，对 D 系统和工具系统的耦合要求，需要从理论和实验作进一步研究，而且可能对不同类型的工具系统有稍许不同的要求形式。

5　现象的应用前景

从已实现的一些应用情况看，“局”现象的应用特点是第一，工具系统的设计可以和驱动系统的设计几乎完全脱钩。驱动系统的主要功能是提供足够频带宽度的驱动能量，工具系统便可以按自身的规律进行共振设计；工具系统的共振频率自然应在驱动系统的频带之内，不过工具系统的存在可能有助于驱动系统频带的扩大。“局”现象的第二个应用特点是，工具可以在工作时连续受到磨损，却在相当大的磨损范围内不必更换，只需要调整驱动系统的驱动频率。这两个特点，一方面大为简化了工具系统的设计，有的工具系统甚至原来是难以实

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

现的，另一方面可以简化加工过程中的操作。

关于“局”现象能够适用到哪些种类的工具系统问题，目前似乎还看不到有什么限制。最初的发现是限于最简单的直杆和直管，后来用到了超声衍磨中挠性杆 — 油石座这种形状较复杂的纵振动工具系统，并进一步扩大用到弯曲振动的刀杆。实用时有一个不确定因素，是由于当前对工具系统和驱动系统之间的耦合要求还不很清楚，因此在企图试用到新的对象时，有时需要依靠实践来摸索怎样耦合。显然，亟待理论上寻求引导。

这样，经过 20 年的并非十分强化的探索，局部共振现象的重要性逐渐显示出来。在各种类型的超声加工、超声处理的复合振动系统中“局”原则有可能成为普遍适用的设计依据。

参 考 文 献

1 范国良，应崇福，林仲茂等. 应用声学， 1982, **1**(1): 2–7.

2 Fan Guoliang(范国良), Zhang Weixian(张维贤). Proc International Conference on Ultrasonic Technology, Toyohashi: 1987, 323–328.

3 罗有成，杨立华，张维贤. 激光与红外， 1996, (5): 332–334.

4 赵继，王立江，孟继安. 声学学报， 1992, **17**(1): 22–29.

5 赵波，何定东. 机械工艺师， 1998, (6): 4–6.

6 马玉英，丁大成. 物理学报， 1987, **36**(2): 208–215.

7 汪承灏. 应用声学， 1982, **1**(4): 48, 19.

8 周光平，鲍善惠，程存弟等. 应用声学， 1994, **13**(6): 39–42.

9 鲍善惠. 应用声学， 1998, **17**(4): 6–10.

10 Harris C M. Shock and Vibration Handbook, 3rd edition NewYork: McGraw-Hill, 1988. 6-19–6-22, 6-3–6-6.

(上接第 6 页)

但目前，微穿孔板所用板材较为单一，基本以钢板为主，且结构组合较少。并且对其加工安装及自身结构要求较严，给广泛应用带来了局限性。因此，在实际应用研究上，微穿孔板吸声材料及结构还有很多工作要做。即，在注重开展加工方法方面工作的同时，也应进一步开展微穿孔板结构系列化、组合化和标准化方面的工作，研究多种形式的微穿孔板组合结构。

例如：微穿孔板的并联结构。在一些需要噪声控制和需要改善厅堂音质以外，特别要研究开发微穿孔板结构定型产品和其在民用、工业产品上的应用。例如：在传统灯箱上微穿孔板护面代替传统护具，若设计得当，则成为具有吸声性能的灯箱。进行多种形式材质的微穿孔板的开发，特别是透明材质微穿孔板的开发，因为，许多问题不但需要吸声、隔声而且需要可透视采光。

对定型产品的开发研究，也应解决微穿孔板在应用中的另一个重要的问题，即安装问题。对微穿孔板的串联结构已有一些研究，它可以有效地扩展吸声频带。但对于微穿孔板的并联结构，在国内外还没有这方面的工作。并联结构方面的理论及实验研究，对微穿孔板异型结构的开发将有很大的帮助。

从理论和实践来看，微穿孔板和微缝板吸声体未来有着广阔的发展前途，在建筑材料声学化和声学材料装饰化上，将起到很大作用。

参 考 文 献

1 马大猷. 声学学报， 1998, **23**(1): 1–8.

2 马大猷. 中国科学， 1975, **18**(3): 38–50.

3 马大猷. 声学学报， 1997, **22**(5): 385–393.

4 马大猷. 声学学报， 2000, **25**(6): 481–485.

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net