

浅海中沉积层参数对多途到达时差反演声速剖面的影响

张忠兵^{1,2} 马远良¹ 鄢社锋¹

(¹ 西北工业大学声学工程研究所 西安 710072)

(² 西北核技术研究所 西安 710024)

2001年2月23日收到

摘要 本文以简正波模型和声线模型为基础,通过计算机仿真,研究了浅海多途到达时延差结构与沉积层密度、声速、传播损失系数等参数的关系。针对100m左右浅海和600–1300Hz的信号频率,对两种模型仿真结果进行了比较。结果表明,声线模型仿真得到的多途到达时延差结构与简正波模型仿真的结果基本一致。沉积层参数失配对基于声线模型的多途到达时差反演SSP的影响为:反演声速剖面的均方根误差的变化小于1.45m/s,平均误差的变化小于2.60m/s。这说明,在所使用的频段内,浅海沉积层参数对多途到达时差反演浅海声速剖面的影响不大,工程应用中可以忽略不计。

关键词 声速剖面,反演,沉积层参数

The effect of sediment parameters on sound speed profile inversion using time differences of acoustic ray arrivals in shallow water

ZHANG Zhongbing^{1,2} MA Yuanliang¹ YAN Shefeng¹

(¹ Institute of Acoustic Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072)

(² Northwestern Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024)

Abstract The effect of sediment density, speed, attenuation of compressional wave on sound speed profile inversion using time differences of acoustic ray arrivals in shallow water is investigated, by normal mode modeling and ray modeling through computer simulation. Simulated results show that assuming the water depth is around 100 meters and the signal frequency employed is around 600–1300Hz, the use of ray arrival differences for sound speed profile inversion is feasible. It is satisfactory for combating sediment parameters mismatching and greatly reduces the amount of copy vector calculation for wide-band signals.

Key words Sound speed profile, Inversion, Sediment parameters

1 引言

海洋声学反演作为监测大尺度范围海洋温

度变化的一种有力工具已有二十多年历史,海洋声学反演系统可以远距离监测海洋中随时间变化的平均海流和海洋温度^[1]。目前许多研究

工作者又利用匹配场反演 (MFI) 方法逆推浅海海底的地声参数^[2,3]。基于传输时间的海洋声学反演也广泛应用于反演声速剖面的扰动,例如将传输时间扰动与声速连续扰动的关系进行线性化处理能够完成反演^[4]。从声线理论模型的观点看,水听器接收信号可以看作是声源发出的声线经过不同传播路径到达水听器共同作用的结果。采用多途到达时差反演浅海声速剖面,克服了通过观测数据估计多途到达时间的困难^[5],但在浅海环境中考虑声波同海洋边界(海面 and 海底)相互作用对声场的影响十分重要。本文研究多途到达时差随着浅海沉积层的密度、衰减系数、声速等几种参数的变

化,以及这几种参数对多途到达时差反演浅海声速剖面的影响。

2 沉积层结构

沉积层是指覆盖在海底上的一层非凝固态物质,由海洋生物的残骸、泥、砂等物质组成,其厚度变化范围较大。声波与沉积层相互作用的特征主要由沉积层结构及其特性决定,许多研究工作者采用理论和实验的方法深入研究了沉积层结构及声学特性,Hamilton^[6]较全面地总结了沉积层的声学特性,并将沉积层分为9类,如表1所示:

表 1 沉积层典型类型及特性

类 型	粗砂	细砂	特细砂	泥砂	砂泥	泥	砂 - 泥 - 粘土	粘泥	泥质粘土
密度 (g/cm ³)	2.034	1.957	1.866	1.806	1.787	1.767	1.583	1.469	1.421
声速 (m/s)	1836	1753	1697	1668	1664	1623	1580	1546	1520
衰减系数 K _p (dB/m/kHz)	0.479	0.510	0.673	0.692	0.756	0.673	0.113	0.095	0.078

3 沉积层参数对多途到达时延差的影响

3.1 声传播模型和时延估计

在水中声源发射的信号以声波的形式向外辐射,理论上用传播模型描述声的传播。目前水声模型有简正波模型、声线模型以及其它模型。简正波模型和声线模型是两种常用的水声模型,它们具有不同的优缺点。KRAKEN^[7]简正波模型可以较好地反映沉积层对声传播的影响,本节采用该模型来研究多途到达时延与沉积层参数变化的关系。

由位于水中 (r_s, z_s) 处的单频、点声源激励,在位置 (r, z) 产生的声场可以表示为^[8]

$$p(e, z, \omega_0) = \frac{i}{\rho(z_s)\sqrt{8\pi r}} e^{-i\pi/4} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(z_s)\phi_m(z) \frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}} \quad (1)$$

式中 ω₀ 为声源的频率, ρ(z_s) 为声源处的介质密度, k_m 和 φ_m(z) 分别为简正波第 m 阶模式的特征值和特征函数。

声源和接收点之间的传播介质可以看作线性信道。根据式 (1) 计算声源每个频率分量在接收点处产生的声场,得到信道的传输函数,因而接收信号的频率响应为

$$Y(\omega) = H(\omega)S(\omega) \quad (2)$$

式中 S(ω) 为声源信号 s(t) 的傅氏变换。对式 (2) 求傅氏反变换得到接收点处的接收信号波形为

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (3)$$

当声源信号波形已知时,可以采用匹配滤波方法从接收信号 y(t) 中估计多途时延^[9]

$$\{\hat{\tau}, m = 1, 2, \dots, M\} = \arg \left\{ \max_{\tau} \sum_{n=1}^N \|y_n^H s(\tau)\|^2 \right\} \quad (4)$$

式中 M 为信号的多途到达数, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置, y_n 为接收信号时间序列, $s(\tau)$ 为声源信号 $s(n)$ 延迟时间 τ 后得到的序列, y_n 和 $s(\tau)$ 的表达式分别为

$$y_n = [y_n(1), y_n(2), \dots, y_n(k)]^T \quad (4a)$$

$$s(\tau) = [s(-\tau), \dots, s((K-1)T_s - \tau)]^T \quad (4b)$$

3.2 沉积层参数变化对多途到达时延差的影响

设声源信号是频率范围为 600Hz-1300Hz、脉冲持续时间 0.1s 的线性调频信号 (LFM), 离散化为时间序列时的采样频率。声源深度为 80m, 水听器深度为 100m, 声源和水听器相距 10km, 并且假设它们之间的海洋环境与距离无关。沉积层参数如图 1 所示, 声速剖面 (SSP) 选用图 1 中的 SSP1。在 600Hz-1300Hz 范围内以频率间隔 0.3Hz 等间隔划分频率, 用 KRAKEN 简正波模型计算声源每个频率分量在水听器处产生的声场, 这些频率分量对应的声场构成信道在 600Hz-1300Hz 范围内的传输函数 $H(\omega)$ 。根据式 (2) 和式 (3) 计算得到水听器接收的时间序列波形如图 2a 所示 (上图对应沉积层参数为 $C_b=1650\text{m/s}$, $\rho=1.8\text{g/cm}^3$, $\alpha=0.5\text{dB}/\lambda$; 下图对应沉积层参数为 $c_b=1750\text{m/s}$, $\rho=1.8\text{g/cm}^3$, $\alpha=0.5\text{dB}/\lambda$)。为了提高时延估计的精度, 仿真时不考虑环境噪声的影响, 由式 (4) 估计多途到达时延差 (以最先到达信号的时间为基准, 其它信号到达时间与基准时间的差) 如图 2b 所示。从图 2b 中可见, 声源信号以多途形式传播到达水听器, 而且多途到达时延可以分成多组, 上图所示的 46 个多途到达相对时延为例, 对多途到达进行分组。前 10 个多途到达的相对时延均比较接近 (0-20ms), 将这 10 个多途到达作为一组, 其它 36 个多途到达以相对时延之间的差约等于 10ms 的标准进行分组, 则每四个为一组, 分为 9 组。因此, 图 2b 上图所示的 46 个多途到达分为 10 组,

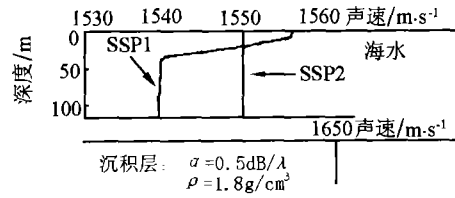
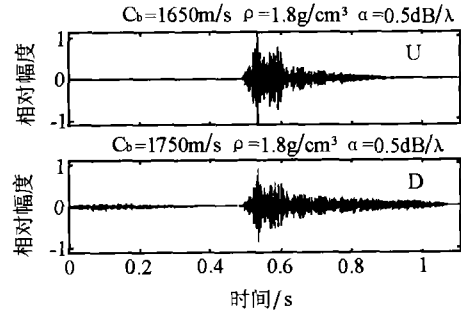
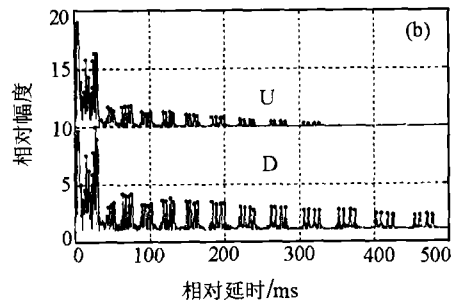


图 1 声速剖面和沉积层参数



(a) 接收信号波形



(b) 相对时延

图 2 信号波形和相对时延

其中第 1 组的多途到达为 10 个, 第 2 组至第 10 组的多途到达均为 4 个。

在保持声速剖面 SSP1、声源和水听器的位置以及声源信号参数不变的条件下, 仅仅改变沉积层参数, 对应不同的沉积层参数, 分别用 KRAKEN 简正波模型计算声场, 在得到水听器接收波形后, 估计多途到达的相对时延。根据不同沉积层参数得到多途到达的相对时延与图 2b 所示的结果类似, 同样可以进行分组。为了便于分析沉积层参数变化对多途到达结构的影响, 以图 1 所示的沉积层参数与声速剖面 SSP1 仿真计算得到的相对时延 (图 2b 上图所示) 为参考值, 将不同沉积层参数仿真计算得到的相对时延与参考值进行比较, 结果如表 2

表 2 多途到达相对时延随沉积层参数的变化

沉积层参数			多途 到达 / 个	每组最大的差值 /ms									
c_b /m/s	ρ /g/cm ³	α /dB/λ		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1650	1.8	0.5	46	ref	ref	ref	ref	ref	ref	ref	ref	ref	ref
1600	1.8	0.13	34	0.30	0.10	0.05	0.10	0.10	0.15	0.15	---	---	---
1600	1.8	0.50	30	0.25	0.1	0.05	0.20	0.15	0.15	---	---	---	---
1600	1.3	0.50	30	0.10	0.05	0.05	0.20	0.10	0.15	---	---	---	---
1600	2.0	0.50	30	0.45	0.10	0.10	0.15	0.10	0.15	---	---	---	---
1600	1.8	0.8	30	0.20	0.10	0.05	0.20	0.15	0.15	---	---	---	---
1650	1.8	0.7	46	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
1650	2.0	0.7	50	0.05	0.05	0.00	0.05	0.05	0.00	0.00	0.00	0.05	0.05
1700	1.8	0.5	58	0.10	0.10	0.15	0.10	0.10	0.1	0.10	0.10	0.10	0.10
1700	1.8	0.7	58	0.10	0.10	0.10	0.15	.10	0.10	0.10	0.05	0.10	0.15
1700	2.0	0.8	58	0.10	0.10	0.10	0.15	0.10	0.10	0.10	0.05	0.10	0.15
1750	1.8	0.5	58	0.15	0.15	0.20	0.15	0.05	0.20	0.05	0.10	0.05	0.15
1750	1.8	0.7	58	0.10	0.15	0.05	0.15	0.05	0.10	0.05	0.10	0.15	0.15
1750	2.0	0.7	58	0.10	0.10	0.15	0.20	0.10	0.20	0.10	0.15	0.10	0.10

所示。表 2 中 ref 表示参考值，--- 表示没有对应的相对时延组可同参考值进行比较，多途到达数大于 46 时只将前 46 个相对时延同参考值进行比较。

从表 2 中可以看出，相对时延的变化为：沉积层声速在 1600m/s-1750m/s 之间、密度在 1.3g/cm³-2.0g/cm³ 之间和衰减系数在 0.13dB/λ- 0.8 dB/λ 范围内变化时，相对时延（前 46 个以内的多途到达）随沉积层的变化不大于 0.45ms，最大值出现在第 1 组，而第 2 组至第 10 组的最大变化值为 0.2 ms。当沉积层声速为 1600m/s 时，改变沉积层密度和衰减系数所引起相对时延变化的最大值为 0.45ms；当沉积层声速为 1650m/s、1670m/s、1750m/s 时，改变沉积层密度和衰减系数所引起相对时延变化的最大值分别为 0.05ms、0.15ms 和 0.20ms。

当沉积层声速固定而沉积层密度和衰减系数变化时，多途到达数略有变化；沉积层声速从 1600m/s 变化为 1750m/s 时，多途到达数变化达 28 个。从沉积层声速与临界角的关系可以解释沉积层声速引起多途到达数的变化。在浅海环境中，每个多途信号经过海底和海面的多次反射后才能到达接收点。声源发射信号的掠射角不同，信号到达接收点的路径也不同。

当掠射角 θ 小于临界角 $\theta_c = \cos^{-1}(c_w/c_b)(c_w$ 和 c_b 分别为水中和沉积层的声速) 时，信号被海底全反射回到水中。当沉积层声速增大时，临界角也增大，因而声源以较大掠射角入射到海底的信号也能被全反射回到水中，经过海面和海底反射的次数也增多。由于反射次数的增加，信号传播经过的路径长，则需要的传播时间也就要长。相反，当沉积层声速变小时，临界角也随之而变小，只有以较小掠射角入射到海底的信号才能经过全反射回到水中，到达接收点时经过海面和海底的反射次数也就较少，所需要的传播时间也就较短。

4 用特征声线计算时间到达结构

声线模型将声源发射的信号看作声线向外辐射，每条声线携带能量向前传播，接收点的声场是到达接收点所有特征声线的能量叠加。用 BELLHOP^[10] 声线模型计算多途到达时间差，并与 KRAKEN 简正波模型计算的结果进行比较。设声源信号频率为 1000Hz，声源深度为 80m，水听器深度为 100m，声源和水听器相距 10km，沉积层参数如图 1 所示，声速剖面分别取图 1 所示的 SSP1 和 SSP2。计算这

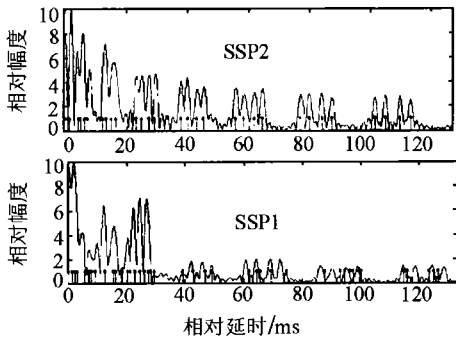


图3 声线模型计算的到达时间结构
(垂直短线为声线模型计算的结果,连续波的峰值对应的
相对时延为简正波模型计算的结果)

两种声速剖面的特征声线时,取掠射角范围为 $\pm 17^\circ$ 。经过海底反射次数小于10次的特征声线到达时延差(以最先到达特征声线的到达时间为基准,其它特征声线到达时间与基准时间的差)如图3中的垂直短线所示。

从图3中可以看出,相对时延大于20ms时,声线模型得到SSP2的到达时间差结构与采用简正波模型得到的结果基本一致,两者对应相对时延的最大差值为0.83ms;声线模型得到SSP1的到达时间差结构分组与采用简正波模型得到的结果一致,第二、第四、第五组中声线模型得到的到达声线数多,第三组两者的到达数一致。如果从声线模型计算得到SSP1的每组时延差中选取四个与简正波模型得到的到达时延相对应,对应相对时延的最小差值为0.12ms、最大差值为2.34ms。

到达接收点的小掠射角的特征声线较密集,而且它们之间的时间差也比较小。由于采用KRAKEN简正波模型计算到达时间时信号的带宽有限,则可分辨的最小到达时间差也就受到限制。因而到达时延小于20ms(第一组)时,声线模型得到的到达数比简正波模型计算到达数多。

如果固定声速剖面SSP1、SSP3,改变沉积层参数,在掠射角范围为 $\pm 17^\circ$ 内用声线模型计算到达时间差。计算结果表明:经过海底反射次数小于10次的特征声线到达时延差不

受沉积层参数变化的影响,该结果与KRAKEN计算的结果一致。

采用BELLHOP声线模型仿真时,也改变声源信号的频率(在600Hz-1300Hz的范围内取不同的值)进行了仿真研究,仿真得到的结果与上面采用声源信号频率为1000Hz时的仿真结果一致。

上述仿真结果验证了一个重要的假设:当信号频率较高时(例如本文所假定的600Hz-1300Hz),用声线模型计算时间到达结构是可行和可信的,在应用于声速剖面反演时,可以大大地减小计算拷贝场的运算量。

5 反演方法及沉积层参数对声速剖面反演的影响

5.1 多途到达时差反演算法^[5]

根据时延估计方法得到垂直基阵每个水听器接收信号的相对时延差,以向量形式 d_i 表示相对时延差,

$$d_i = [\Delta T_{i1}, \Delta T_{i2}, \dots, \Delta T_{iM-1}]^T \quad (5)$$

式中 M 为到达第 i 个水听器的多途信号数, $\Delta T_{ij}(i=1,2,\dots,N;j=1,2,\dots,M-1)$ 为到达第 i 个水听器的第 j 个相对时延差。相对时延差向量 d_i 作为反演过程中的观测值,实际应用时可以通过接收基阵观测数据根据时延估计算法获得。

根据上节的结论,用声线模型跟踪求解到达第 i 个水听器特征声线所对应的到达时间 $t_{ij}(j$ 为特征声线的序号),以最先到达该水听器的特征声线到达时间为参考基准,计算拷贝到达时延差向量 O_i

$$O_i = [\Delta \tau_{i1}, \Delta \tau_{i2}, \dots, \Delta \tau_{iM-1}]^T, \quad (6)$$

式中 $\Delta \tau_{ij}(i=1,2,\dots,N;j=1,2,\dots,M-1)$ 为拷贝到达时延差。

用观测时延差向量与拷贝到达时延差向量之差的范数作为代价函数

$$F = \sum_{i=1}^N \|d_i - O_i\|_2 \quad (7)$$

搜索参数空间,重新计算拷贝到达时延差向量 O_i , 循环迭代直到代价函数 F 收敛。使代价函数 F 收敛的参数即为反演结果。

5.2 沉积层参数对 SSP 反演影响的仿真结果

将如图 1 所示的典型夏季浅海声速剖面 SSP1 重新画在图 4 中 (图中实线所示), 声源信号、声源位置以及和水听器间的距离仍然采用与 2.2 节仿真时相同的参数。两个水听器的深度分别为 80m、100m。用 KRAKEN 简正波模型分别计算两个水听器处的声场, 根据式 (2) 和式 (3) 得到水听器各自的接收波形, 估计得到到达每个水听器多途信号的相对时延作为观测时延差向量 d_i 。

用声线模型跟踪特征声线求解拷贝到达时延差向量, (此时声源信号频率假设为 1000Hz, 取经过海底反射次数小于 10 次的特征声线); 用四阶经验正交函数 (EOF) 表示浅海 SSP、采用模拟退火^[11] 全局寻优方法搜索 EOF 系数。多途到达时差反演 SSP 时, 对于同一个水听器得到的拷贝向量维数 M_0 与观测向量维数 M_d 不相等时, 则两个向量的前 $M = \min(M_0, M_d)$ 个时延差用于代价函数式 (9) 的计算。图 4 所示的沉积层参数作为反演时所需的输入沉积层环境参数值, 反演得到的 SSP 如图 4 中带点线所示。将此 SSP 与声速剖面真值 (图 4 中实线所示的典型 SSP) 在对应深度上求它们之间声速差的绝对值, 对这些差值求均方根和平均值, 并且分别定义为反演声速剖面的均方根误差和平均误差。由图 4 中反演 SSP 和典型 SSP 得到的反演声速剖面均方根误差为 $\delta = 1.57\text{m/s}$ 、平均误差为 2.2m/s 。

在保持反演方法、寻优策略以及代价函数收敛条件不变的情况下, 改变沉积层密度、沉积层声速、沉积层声传播损失系数中的任一个参数时, 其它两种参数取图 4 中对应的沉积层参数值。将这些沉积层参数分别作为反演输入的沉积层环境参数值, 再用多途到达时差反演方法反演海水中的 SSP。反演声速剖面的均方根误差和平均误差随沉积层参数的变化如表 3

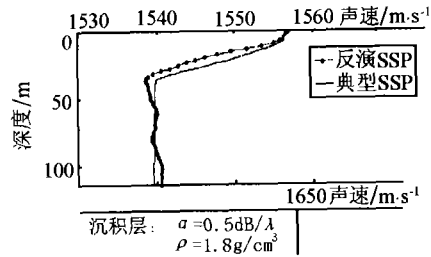


图 4 声速剖面和沉积层参数

所示。

从表 3 所示的结果可见, 沉积层密度从 1.30g/cm^3 变化到 1.90g/cm^3 时, 反演声速剖面的均方根误差变化的最大值为 1.45m/s , 平均误差变化的最大值为 2.60m/s ; 沉积层传播损失系数在 $0.1\text{--}0.8\text{ dB}/\lambda$ 范围内变化时, 反演声速剖面的均方根误差变化的最大值为 1.19m/s , 平均误差变化的最大值为 1.88m/s ; 沉积层声速的变化范围为 $1600\text{--}1800\text{m/s}$ 时, 反演声速剖面的均方根误差和平均误差几乎没有改变。

6 结论

本文通过仿真实验, 研究了在 100m 左右浅海、信号频率较高 (600–1300Hz) 时, 多途到达时延差随沉积层几种主要参数变化的关系。根据 KRAKEN 简正波模型仿真的结果表明: 多途到达时延差结构随着沉积层密度、衰减系数的变化不明显; 沉积层声速从低到高变化时, 由于临界角随之由小到大变化, 使得多途到达数增加, 因而多途到达时延差结构的变化较明显, 但是时延差的量值随沉积层声速的变化仍然不大。仿真结果表明, 在所述频段内用声线模型得到的多途到达时延差结构与简正波模型的结果基本一致, 说明在信号频率较高时采用声线模型计算到达时延差结构是可行的。仿真结果还表明, 在沉积层参数失配时, 采用较高的信号频率, 用声线模型得到多途到达时差反演 SSP, 具有较好的稳定性。由于采用较高的信号频率, 信号穿透海底的能力大大减小, 所以浅海沉积层参数对多途到达时差反演浅海声

表 3 反演声速剖面的均方根误差、平均误差随沉积层参数的变化值

密度 (g/cm ³)	1.30	1.50	1.70	1.80	1.90
均方根误差 (m/s)	1.20	1.98	0.53	1.57	1.82
平均误差 (m/s)	1.83	3.98	1.38	2.20	3.52
传播损失系数 (dB/λ)	0.10	0.30	0.40	0.50	0.80
均方根误差 (m/s)	1.72	0.53	0.89	1.57	1.28
平均误差 (m/s)	2.95	1.40	1.27	2.20	1.06
声速 (m/s)	1600	1650	1700	1750	1800
均方根误差 (m/s)	1.59	1.57	1.58	1.59	1.59
平均误差 (m/s)	2.22	2.20	2.10	2.10	2.10

速剖面的影响不明显, 在工程应用中可以忽略不计。

参 考 文 献

- Munk M, Wunsch C. *Deep-Sea Res., Part A*, 1979, **26**: 123-161.
- Jin G, Lynch J F, Chiu C S, et al. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1996, **101**(1): 193-205.
- Lindsay C E, Chapman N R. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1993, **18**(3): 224-231.
- Lu I T. *J.Computational Acoustics*, 1997, **5**(2): 193-218.
- 张忠兵, 马远良, 倪晋平等. 西北工业大学学报, 2002, **20**(1): 36-39.
- Hamilton E L. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1980, **68**(5): 1313-1340.
- Porter M. The KRAKEN normal mode program. SACLANTCEN Mem. SM-245(1991).
- Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, et al. *Computational Ocean Acoustics*. New York: AIP press, 1993.
- Jesus S M, Porter M B, Stephan Y, et al. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2000, **25**(3): 337-346.
- Porter M B, Buckner H P. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1984, **82** (4): 1349-1359.
- Kuperman W A, Collins M D, Perkins J S, et al. *J.Acoust.Soc. Am.*, 1990, **88**(6): 1802-1810.

(上接第 24 页)

外非常有意义的一点是, 在管中辐射压力均指向速度波腹平面, 这就是该平面悬浮状态比较稳定的主要原因。(图中的“+”、“-”表示出了辐射压的方向)

通过图 5 还可以看出, 颗粒在速度波腹平面下方所受到的辐射压力逐渐增大, 且有极大值。这个力的方向与颗粒重力方向相反, 起到平衡的作用。这就是所悬浮的颗粒粒径在一定范围内且粒径分布有一定规律的主要原因。

另外还需说明一点的是, 关于悬浮层的形成以及决定可以稳定悬浮状态的声场强度与声流的状态及其临界值有关, 关于驻波声流状态的可视化研究可以参见参考文献 [5]。

5 结 论

本文在低阶频率下的驻波管中研究了微小

颗粒的悬浮现象。与以往超声条件下的现象有所不同, 颗粒悬浮层间的距离为 $1/4\lambda$ 。速度波腹平面的颗粒悬浮层状态稳定, 且通过进一步的 PDA 测量发现, 其中的颗粒粒径分布有一定的规律; 速度波节平面的颗粒悬浮层处于不稳定的状态。这一结果在粉尘工业中有很大的应用前景。

致谢 本文在 PDA 实验中得到了清华大学热能工程系阎德忠老师的帮助, 在此表示感谢。

参 考 文 献

- Gould R K, Coakley W T, Grundy M A. *Ultrasonics*, 1992, **30**(4): 239-244.
- Whitworth G, Coakley W T. *J.Acoust.Soc.Am.*, 1992, **91**(1): 79-85.
- Hawkes J J. *J.Phys.*, D, 31, 1998: 1673-1680.
- King L B. *Pro.R.Soc.Lond.*, 1934, A147: 211-240.
- 吴嘉等. 声学学报, 2002, **27**(1): 23-26.