换能器辐射阻抗变化对匹配层参数的影响

唐义政　　俞宏沛　　温　宁　　李建成

(杭州应用声学研究所　富阳 311400)

2001 年 8 月 28 日收到

摘要　匹配层换能器在实用中往往由于辐射阻抗的变化破坏了“最佳”匹配层参量的选取 [1]。本文从反映阻抗概念给出了必要的匹配层厚度修正 [2]，并以实例计算证明了修正公式的实用意义。

关键词　匹配层，辐射阻抗，带宽

Effect of changing the transducer impedance on the matching layer parameter

TANG Yizheng　　YU Hongpei　　WEN Ning　　LI Jiancheng

(*Hangzhou Applied Acoustics Research Institute,　Fuyang 311400*)

Abstract　Practically radiation impedance of a transducer has effects on parameter optimization of its matching layer. Thus radiation impedance should be taken into account to modify optimum parameters which result from transducer harmonic frequency. In this paper, an equation is derived to gain the optimum thickness of the layer and its effectiveness is demonstrated by examples.

Key words　Matching layer, Radiation impedance, Frequency-band

1　引言

匹配层技术的应用能有效地拓宽换能器的工作频率，但在实际应用中辐射面的大小不一，特别在布阵使用中，由于障板和互辐射的作用，基阵的谐振频率比单个基元高，这是因为换能器辐射抗减小所造成的。单个基元在选取了最佳匹配层参数后，因为辐射阻抗的变化，会破坏“最佳”匹配层参数的选择；只有对匹配层参数作适当的修正，才能有效的保持匹配层拓宽频带的功能。

另一方面，匹配层厚度的选取在理论上取换能器谐振频率波长的四分之一，即认为这时可获得最大的带宽，但这仅仅是对于辐射面尺寸比工作波长大的多，辐射抗比较小，换能器谐振频率不因辐射抗的存在产生偏移时，上述的结论才能成立。实际上，对纵振换能器的单个基元，考虑了布阵后障板及互辐射影响和布阵后的波束形成，辐射面的等效圆直径 $2a$ 一般取为工作波长的二分之一，即 $ka \approx 1.5$，这时单个基元的辐射抗密度接近最大，在水负载作用下谐振频率下降得多，这就会破坏匹配层的最佳状态，因而后者需要进行修正和调整。

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

2 辐射阻抗与等效线路的分析

用等效网络理论分析换能器的方法是将换能器参与振动的部件分别等效为四端网络，根据力学和电学边界条件进行连接，用网络乘积原理进行简化，最后等效一端为电学量一端为力学量的四端网络。在机械力学端接上水负载的辐射阻抗，把匹配层看作弹性体，等效为四

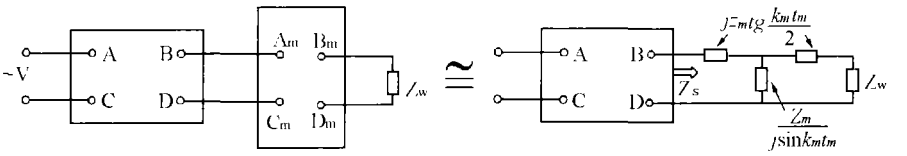

图 1 匹配层换能器的简化等效网络

端机械网络插在换能器前辐射面与水介质之间。简化的网络等效图如图 1[1] 所示：

图 1 中，匹配层的网络系数 $A_m = D_m = \cos k_m t_m$ ， $B_m = jz_m \cdot \sin k_m t_m$ ， $C_m = j\sin k_m t_m / z_m$ ，式中 k_m 、 t_m 分别为匹配层的波数和厚度， $z_m = s\rho_m c_m$ 为匹配层的特性声阻抗， Z_s 为反映阻抗。当 t_m 取 $\lambda_0/4$ 时， $k_m t_m = \frac{2\pi f}{c_m} \cdot \frac{c_m}{4f_0} = \frac{\pi f}{2f_0}$ ， f_0 为换能器未加匹配层时的谐振频率。

水负载 $z_w = z_{w_0}(\alpha + j\beta)$

式中 $z_{w_0} = s\rho_w c_w$ 为水介质的特性声阻抗， α 为辐射阻密度， β 为辐射抗密度。

如果水中负载是在无限障板中圆活塞，则辐射阻抗 [3]

$$z_w = z_{w_0}(\alpha + j\beta) \tag{1}$$

其中

$$\alpha = 1 - \frac{j_1(2ka)}{ka} \approx \frac{M^2}{2}\left[1 - \frac{M^2}{6} + \frac{M^4}{72} - \frac{M^6}{1440} + \cdots\right] \tag{2}$$

$$\beta = \frac{S_1(2ka)}{ka} \approx \frac{8M}{3\pi}\left[1 - \frac{4}{15}M^2 + \frac{16M^2}{525} - \frac{64M^6}{33075} + \cdots\right] \tag{3}$$

式中 $M = ka = \frac{2\pi}{\lambda}$ ， a 为活塞半径， λ 为波长。

辐射阻抗图如图 2 所示，实线为无限钢性障板情况，虚线为自由空间情况。

由图 2 看到当 $ka = 1.3$ 时 β 为最大值 0.7，当 $ka \to$ 时，单个换能器基元辐射面的一般取 1.2–1.5 之间，水负载中处在辐射抗密度最大区域，它的谐振频率漂移（降低）也就最多。

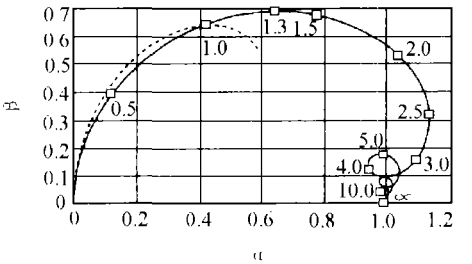

图 2 无限障板和自由空间中圆活塞辐射阻抗密度

水负载通过匹配层加在换能器上的反映阻抗 Z_s ，可由简化等效网络图 1 推导 [1,2] ：

$$\frac{1}{z_s} = Y_s = G_s + jB_s = K[\alpha z_{w_0} + j\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sin(2k_m t_m + \delta)] \tag{4}$$

其中

$$K = \frac{1/z_m}{A \cdot \cos^2 k_m t_m + z_m + \alpha z_{w_0} \beta \sin 2k_m t_m}$$

$$A = -\beta z_{w_0} \qquad B = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)z_{w_0}^2 - z_m^2}{\alpha z_m}$$

$$\delta = \mathrm{tg}^{-1}(A/B)$$

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

如果水负载通过匹配层反映在换能器原辐射端面上的辐射抗为等于零(串联), 即 $B_s=0$ 时, 则换能器的谐振频率 f_p 没有偏移, 仍为空气中的谐振频率。即 $f_p=f_0$, 这时需满足的条件为:

$$\sin(2k_mt_m+\delta)=0 \tag{5}$$

$$2k_mt_m+\delta=n\pi \tag{6}$$

(其中$n=1,2,3,\cdots$)

现在理论上选取最佳匹配层的厚度为换能器谐振频率时波长的四分之一, 即

$$t_{m_0}=\frac{\lambda_m}{4}=\frac{c_m}{4f_0} \tag{7}$$

f_0 为换能器在无负载抗时的谐振频率。

如果存在反映抗 B_s , 则换能器的谐振频率 f_0 就要降低到 f_p 。下面推导换能器谐振频率下降(偏移)幅度。当 $n=1, 2k_mt_m+\delta=\pi$, 因为

$$k_m=\frac{2\pi f_p}{c_m},\quad t_m=\frac{c_m}{4f_0}$$

所以

$$\frac{4\pi f_p}{c_m}4f_0=\pi-\delta \tag{8}$$

$$f_p=(1-\frac{\delta}{\pi})f_0 \tag{9}$$

则换能器谐振频率在辐射抗作用下漂移率是

$$\frac{f_p-f_0}{f_0}=\frac{\triangle f_p}{f_0}=-\frac{\delta}{\pi}-\frac{1}{\pi}$$
$$=\cdot\,\mathrm{tg}^{-1}\left[\frac{2\beta z_{w_0}/z_m}{1-(\alpha^2+\beta^2)z_{w_0}^2/z_m^2}\right] \tag{10}$$

上式表明换能器谐振频率偏移率与辐射抗 β 的大小成正比, 如果 $\beta=0$, 则换能器谐频无偏移(没有降低)。同时偏移率还与 z_{w_0}/z_m 比值有关, 比值越小, 漂移率就越大。

由于 β 的存在造成换能器谐频的漂移。同理可推导保持“最佳”匹配层的功能时匹配层厚度的修正, 同样利用 $2k_{m_0}t_n+\delta=\pi$, 有

$$\frac{4\pi f_0}{c_m}\cdot t_m=\pi-\delta$$
$$\frac{\pi t_m}{t_{m_0}}=\pi-\delta$$

k_{m_0} 为理论上最佳频率时匹配层材料的波数, t_m 为修正后匹配层的厚度, t_{m_0} 为理论上匹配层的最佳厚度。

所以 $t_m=(1-\delta/\pi)t_{m_0}$, 即 $t_m\le t_{m_0}=\lambda_0/4$ 。

$$\frac{\triangle t_m}{t_{m_0}}=\frac{t_m-t_{m_0}}{t_{m_0}}=-\frac{\delta}{\pi}-\frac{1}{\pi}$$
$$=\cdot\,\mathrm{tg}^{-1}\frac{2\beta z_{w_0}/z_m}{1-(\alpha^2+\beta^2)z_{w_0}^2/z_m^2} \tag{11}$$

3 试验结果

下面以一实例说明上述理论修正的应用。图 3 给出了由于换能器谐振频率漂移而造成匹配层的失调。

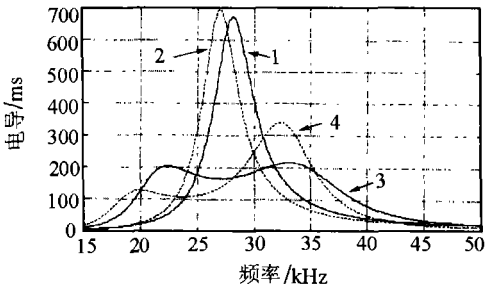

图 3 谐振频率的漂移引起匹配的失调

图 3 中曲线 1 是换能器不考虑辐射抗的作用, 即 $\beta=0$ 时的电导曲线, 谐振频率为 28.2kHz ; 曲线 2 是有辐射抗的影响造成谐振频率降低, 约为 27kHz ; 曲线 3 根据“最佳”匹配层理论, 在谐振频率时取 $\lambda/4$ 作为匹配层的厚度, 令匹配层材料的声速

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$c_m \approx 2.6 \times 10^3 \mathrm{m/s}$；$\rho_m \approx 1.6 \times 10^3 \mathrm{kg/m^3}$，$t_{m_0} = \lambda_m/4 = \frac{c_m}{4f_0} \approx 2.3\mathrm{cm}$，在不考虑辐射抗时计算的电导曲线；曲线 4 是以同样的匹配层参数，考虑了辐射抗的影响，换能器谐振频率产生漂移时计算的电导曲线。可以看出频带变窄，“最佳”状态遭受破坏。

上述换能器振子在 $ka \approx 1.5$ 时由前述的辐射阻抗公式计算 $\alpha \approx 0.7735$，$\beta \approx 0.6804$，将 $z_{w_0}/z_m = 1.5/3.9 \approx 0.385$ 代入修正公式：

$$\frac{\triangle t_m}{t_{m_0}} = -\frac{1}{\pi} \cdot \mathrm{tg}^{-1}\frac{2 \times 0.6804 \times 0.385}{1-(0.7735^2+0.6804^2)\times 0.385^2} = -\frac{1}{\pi}\mathrm{tg}^{-1}0.627 \approx 0.177$$

则 $t_m = (1-0.177)t_{m_0} = 0.823t_{m_0} = 1.89\mathrm{cm}$

将换能器匹配层厚度由 2.3cm 减为 1.89cm，并考虑辐射抗的影响进行电导曲线计算，表示在图 4 中，曲线 5 是匹配层厚度修正后计算的电导曲线，换能器基本上恢复了“最佳”状态。

关于匹配层声速的选取，图 5 给出四种不同声速下 ($2.4\times10^3\mathrm{m/s}$，$2.6\times10^3\mathrm{m/s}$，$2.8\times10^3\mathrm{m/s}$，$3.0\times10^3\mathrm{m/s}$) “最佳”厚度时的电导曲线。图 5 表明声速取值越大，电导带宽越宽，但中间的凹谷亦越深，声速大到一定时，带宽产生不连续。

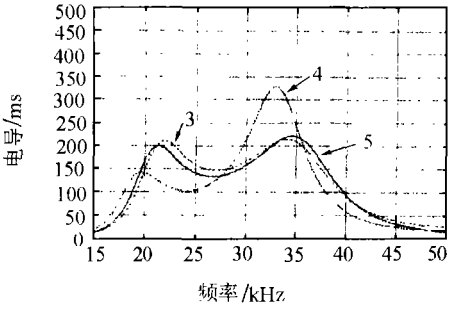

图 4 对匹配层厚度修正后的计算

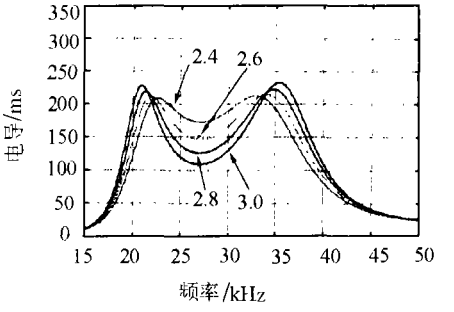

图 5 四种不同声速下“最佳”厚度时的电导曲线

4 结论

通过对匹配层换能器阻抗分析，可以得出如下结论：

(1) 按换能器振子谐振频率时波长的四分之一增加匹配层，换能器的谐振频率要发生偏移；

(2) 由匹配层换能器谐振频率得出的四分之一波长“最佳”匹配层厚度，由于换能器辐射抗的存在需要修正；

(3) 匹配层换能器的匹配层最佳厚度确定以后，匹配层材料的声速参数也需要适当修正，换能器才能获得更佳的宽带性能。

参 考 文 献

1 唐义政, 俞宏沛, 林家旺等. 声学与电子工程, 1999, (4): 21–24.

2 Conference Proceedings UDT Acropolis Convention Centre, Nice, france, 1999. 326–329.

3 何祚镛, 赵玉芳. 声学理论基础. 国防工业出版社, 1981. 237–248.

(C)1994-2021 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net