

# 基于矢量传感器的频率估计算法 在水声通信中的应用\*

乔 钢<sup>†</sup> 桑恩方

(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

**摘要** 本文给出了基于矢量传感器的 ESPRIT 频率估计算法,并将其应用于频率调制水声通信系统中。与声强频率估计算法相比, ESPRIT 频率估计可在小样本的情况下,获得高精度的频率估计。仿真和湖试结果表明,基于矢量传感器的 ESPRIT 频率估计算法可以提高通信速率并降低对通信系统的带宽要求。本算法对信噪比的要求较高,目前看,较适用于近程高速水声通信。

**关键词** 矢量传感器, ESPRIT 算法, 频率估计, 声强

## Application of frequency estimation algorithm based on a single vector sensor in underwater acoustic communication

QIAO Gang SANG En-Fang

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

**Abstract** A method of high resolution frequency estimation based on a single vector sensor using ESPRIT algorithm is proposed and applied to the underwater acoustic (UWA) communication system of frequency modulation. Higher resolution frequency estimation could be obtained by this algorithm using fewer snapshots comparing with the sound intensity frequency estimation. Results of simulation and lake experiment show that the proposed algorithm could improve the communication speed and reduce the demands on the bandwidth of communication system. Because higher signal-to-noise ratio is demanded, this algorithm can be used in high speed short distance UWA communication at present.

**Key words** Vector sensor, ESPRIT algorithm, Frequency estimation, Sound intensity

2003-12-04 收稿; 2005-06-02 定稿

\* 哈尔滨工程大学基础研究基金项目资助项目(批准号 HEUF04081)

作者简介: 乔钢(1974-),男,黑龙江省肇东市人,哈尔滨工程大学副教授,博士,主要从事水声通信技术研究。

桑恩方(1940-),男,教授,博士生导师。

<sup>†</sup> 通讯联系人 Email: qiaogang@hrbeu.edu.cn

## 1 引言

矢量传感器能同时测量声场中的声压标量和质点振速矢量, 矢量信息的获得为实现新的信号处理算法提供了基础<sup>[1]</sup>。基于矢量传感器的频率调制水声通信系统, 利用声强量解码代替传统的声压量解码, 可以提高处理增益, 增加通信的距离, 降低误码率。

频率调制通信系统的解码过程通常是利用基于傅里叶变换的谱分析完成的。对于频移键控系统来说, 要提高通信速率可以在一个码元周期内同时发送多个频率, 即多频编码(MFSK), 从而一次解出多个 bit 的数据, 但这样做的代价是增加了系统的带宽。另一种方法是减小信号的码元宽度, 在单位时间内发送更多的编码数据, 由于基于周期图法的谱估计的频率分辨率为  $1/T$  ( $T$  为码元宽度), 因此同样付出了增加带宽的代价。

如果在解码的过程中利用高分辨率频率估计算法, 就可以减小不同码元对应的频率间隔, 降低对系统带宽的要求。或者在频率间隔不变的情况下, 用更少的数据进行频率估计, 可以减小码元宽度, 提高通信速率。在高信噪比的近距离高速水声通信中, 当带宽限制成为主要矛盾时, 可以利用高分辨率算法在保证高速通信的前提下, 降低对系统的带宽要求。本文利用 ESPRIT (Estimating Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, 利用子空间旋转不变技术估计信号参数)<sup>[2]</sup> 算法实现了基于矢量传感器的高分辨率频率估计, 该算法应用于水声通信中可以提高系统的通信速率, 降低通信系统的带宽。

## 2 基于矢量传感器的 ESPRIT 频率估计算法

设各向同性噪声场中的矢量传感器共接收到  $K$  个不同频率的单频信号, 三维矢量传感器可以看成是空间共点的四元阵, 同时测量声

场中的声压量  $p(t)$  和质点振速的三个正交分量  $\{v_x(t), v_y(t), v_z(t)\}$ , 矢量传感器输出的数据模型为<sup>[3]</sup>:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} p(t) \\ v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^K \begin{bmatrix} 1 \\ \cos \phi_i \sin \theta_i \\ \sin \phi_i \sin \theta_i \\ \cos \theta_i \end{bmatrix} b_i e^{j2\pi f_i t + \beta_i} + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中  $\phi_i$  ( $0 \leq \phi_i < 2\pi$ ) 和  $\theta_i$  ( $0 \leq \theta_i < \pi$ ) 分别表示第  $i$  个入射源的水平方位角和仰角,  $b_i$  为第  $i$  个信号的幅度,  $f_i$  为第  $i$  个信号的频率,  $\beta_i$  为第  $i$  个信号的初相, 在  $0$  到  $2\pi$  之间随机分布。  $\mathbf{n}(t)$  为矢量传感器测得的噪声矩阵:

$$\mathbf{n}(t) = [n_p(t) \ n_x(t) \ n_y(t) \ n_z(t)]^T \quad (2)$$

其中,  $n_p(t)$  为零均值, 方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声, 在各向同性噪声场中,  $n_x(t)$ ,  $n_y(t)$ ,  $n_z(t)$  的方差都为  $\sigma^2/3$ 。

$\mathbf{y}(t)$  的  $M \times M$  维的协方差矩阵  $\mathbf{R}_y$  可分解为:

$$\mathbf{R}_y = \mathbf{A} \mathbf{B} \mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I} \otimes \mathbf{R}_n \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{B}$  为  $K \times K$  的对角阵,  $\mathbf{I}$  为  $M \times M$  的单位阵,  $\mathbf{R}_n$  为  $4 \times 4$  的对角阵,  $\otimes$  表示 Kronecker 积,  $\mathbf{I} \otimes \mathbf{R}_n$  为  $4M \times 4M$  的矩阵。

$$\mathbf{B} = \text{diag}[b_1^2/2, b_2^2/2, \dots, b_K^2/2] \quad (4)$$

$$\mathbf{R}_n = \text{diag}[1, 1/3, 1/3, 1/3] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= [\mathbf{a}(f_1) \otimes \mathbf{h}_1 \ \dots \ \mathbf{a}(f_K) \otimes \mathbf{H}_K]_{4M \times K} \\ &= \mathbf{A}_p \diamond \mathbf{H} \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\diamond$  表示 Khatri-Rao 积, 它表示  $\mathbf{A}_p$  和  $\mathbf{H}$  列向量的 Kronecker 积。借用天线阵的术语, 矩阵  $\mathbf{A}$  可称为空时流形矩阵,  $\mathbf{A}_p$  相当于时间流形,  $\mathbf{H}$  为矢量传感器阵列流形。

$$\mathbf{A}_p = [\mathbf{a}(f_1), \mathbf{a}(f_2), \dots, \mathbf{a}(f_K)]_{M \times K} \quad (7)$$

$$a(f_i) = [1 \ e^{j2\pi f_i} \ \dots \ e^{j2\pi(M-1)f_i}]^T \quad (8)$$

$$H = [h_1 \ h_2 \ \dots \ h_K] \quad (9)$$

$$h_i = [1 \ \cos \phi_i \ \sin \theta_i \ \sin \phi_i \ \sin \theta_i \ \cos \theta_i]^T \quad (10)$$

其中,  $h_i$  为第  $i$  信号在矢量传感器的投影向量。

通过下述方式构造  $A_1$  和  $A_2$ :

$$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ \text{最后四行} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{最前四行} \\ A_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

由于空时流形矩阵  $A$  具有时间旋转不变的特性,  $A_1$  和  $A_2$  通过  $\Phi$  联系起来:

$$A_2 = A_1 \Phi \quad (12)$$

其中  $\Phi$  为对角阵, 具体形式为:

$$\Phi = \text{diag}[e^{j2\pi f_1} \ e^{j2\pi f_2} \ \dots \ e^{j2\pi f_K}] \quad (13)$$

可见, 只要估计出对角阵  $\Phi$ , 信号所包含的不同频率分量的频率值  $\{f_i \ i = 1, \dots, K\}$  利用式 (13) 自然就得到了。

由于  $A$  不能由协方差矩阵  $R_y$  直接得到, 需要利用 ESPRIT 算法间接的估计  $\Phi$ 。根据子空间分解的理论,  $R_y$  可分解为信号子空间和噪声子空间<sup>[4]</sup>:

$$R_y = U_s \Lambda_s U_s^H + U_n \Lambda_n U_n^H \quad (14)$$

其中,  $\Lambda_s$  表示一个  $K \times K$  的对角矩阵, 它的对角线元素由  $K$  个最大特征值组成,  $U_s$  是  $K$  个最大特征值对应的特征向量, 构成信号子空间。  $\Lambda_n$  表示一个  $(4M - K) \times (4M - K)$  的对角矩阵, 它的对角线元素包括  $4M - K$  个最小特征值,  $U_n$  是  $4M - K$  个最小特征值对应的特征向量, 构成噪声子空间。

为了分析方便, 首先考虑没有噪声的情况, 通过分别去掉  $U_s$  矩阵的最后四行和最前四行分别获得  $U_1$  和  $U_2$ ,  $U_1$  和  $U_2$  通过  $\Psi$  联系起来:

$$U_2 = U_1 \Psi \quad (15)$$

若  $B$  非奇异, 则矩阵  $A$  和协方差矩阵的信号特征向量组成的子矩阵  $U_s$ , 二者所张成的迹空间相同<sup>[4]</sup>, 这意味着存在着一个  $K \times K$  的非奇异矩阵  $T$ , 使得:

$$\begin{aligned} U_1 &= A_1 T \\ U_2 &= A_2 T = A_1 \Phi T \end{aligned} \quad (16)$$

利用公式 (15) 和 (16) 可得:

$$\Psi = T^{-1} \Phi T \quad (17)$$

式 (17) 是说明  $\Phi$  和  $\Psi$  为相似矩阵,  $\Phi$  的对角线元素等于  $\Psi$  的本征值。

在有噪声的情况下,  $U_1$  和  $U_2$  分别用各自的估计值  $\hat{U}_1$  和  $\hat{U}_2$  代替, (15) 式中的等式近似成立, 并利用最小二乘法求得<sup>[4]</sup>:

$$\hat{\Psi} = \{(\hat{U}_1)^H \hat{U}_1\}^{-1} \{(\hat{U}_1)^H \hat{U}_2\} \quad (18)$$

矩阵  $\Phi$  通过对  $\hat{\Psi}$  进行本征分解而求得:

$$\text{eign}(\hat{\Psi}) = [e^{j2\pi f_1} \ e^{j2\pi f_2} \ \dots \ e^{j2\pi f_K}] \quad (19)$$

### 3 ESPRIT 算法频率估计用于水声通信

利用矢量传感器代替声压水听器作为接收器, 作谱分析时可以利用声强处理代替声压处理。定义频域复声强为<sup>[5]</sup>:

$$I(\omega) = p(\omega) v^*(\omega) \quad (20)$$

式中,  $I = [I_x \ I_y \ I_z]^T$  为向量, 包含三个正交方向的声强分量, 上标 \* 表示复共轭,  $p(\omega)$  和  $v(\omega)$  分别是  $p(t)$  和  $v(t)$  的傅立叶变换。

声强分量按矢量相加合成总声强, 总声强的方向指向声源的方向<sup>[6]</sup>。

$$I(\omega) = \sqrt{\text{Re}^2[I_x] + \text{Re}^2[I_y]} \quad (21)$$

对于浅海的水平信道来说, 声能流沿水平方向传播, 垂直的方向受到界面的限制, 体现为驻波的形式, 有功声强为零, 所以求总声强

时忽略了垂直方向的声强分量  $I_z$ 。

通信系统中, 基于谱变换的解码方式受到瑞利限 ( $BT=1$ ) 的限制, 因此在系统带宽和通信速度上必须折衷考虑。在带宽受限的水声信道中, 非相干的频率调制系统难以实现高数据率的通信。但利用 ESPRIT 的频率估算法不受瑞利限的限制, 在高信噪比的情况下可以实现高分辨率的频率估计。这启发我们可以将 ESPRIT 算法引入到水声通信中。在通信速率不变 (码元宽度  $T$  不变) 的情况下, 降低对系统带宽 ( $B$  减小) 的要求。或是在保持系统带宽不变 ( $B$  不变) 的情况下, 提高通信速率 ( $T$  减小)。

## 4 仿真和试验研究

### 4.1 仿真研究

先通过计算机仿真比较 BFSK 调制通信系统中声强谱和 ESPRIT 两种算法的性能。仿真条件:  $f_1 = 7\text{kHz}$ ,  $f_2 = 8\text{kHz}$ , 信噪比  $\text{SNR} = -3\text{dB}$ , 采样频率  $f_s = 50\text{kHz}$ , 码元宽度  $T = 1\text{ms}$ , 码元个数  $N = 5000$ 。

对声压和振速信号补零后做 128 点的 FFT 变换到频域, 分别求出  $I_x$  和  $I_y$  后合成总声强。由于水声信号的幅度起伏, 用固定的门限判决谱峰位置的做法不可取。对 BFSK 信号来说, 信号的频率只有两种可能 ( $f_1$  和  $f_2$ ), 其它频率分量皆为噪声。因此解码时仅比较这两个频点的幅值, 如果  $f_1$  处的谱峰大于  $f_2$  处的谱峰, 判决为数据 '0', 反之则判决为数据 '1'。将  $f_1$  处的谱峰值作为横坐标,  $f_2$  处的谱峰值作为纵坐标, 显示的结果见图 1(a)。对角线上的点对应数据 '0', 对角线下面的点对应数据 '1'。

利用基于矢量传感器的 ESPRIT 算法对每个码元的数据进行频率估计, 结果见图 1(b)。如果频率接近  $f_1$ , 则判决为数字 '0', 如果频率接近  $f_2$ , 则判决为数字 '1'。

图 1(a) 为声强解码的结果, 可见图中代表 '0' 和代表 '1' 点基本上完全分离, 图 1(b) 为利

用 ESPRIT 算法解码的结果, 代表 '0' 和代表 '1' 点有部分的混叠。这说明信噪比较低、带宽较宽的情况下, 声强处理的性能更为稳健。

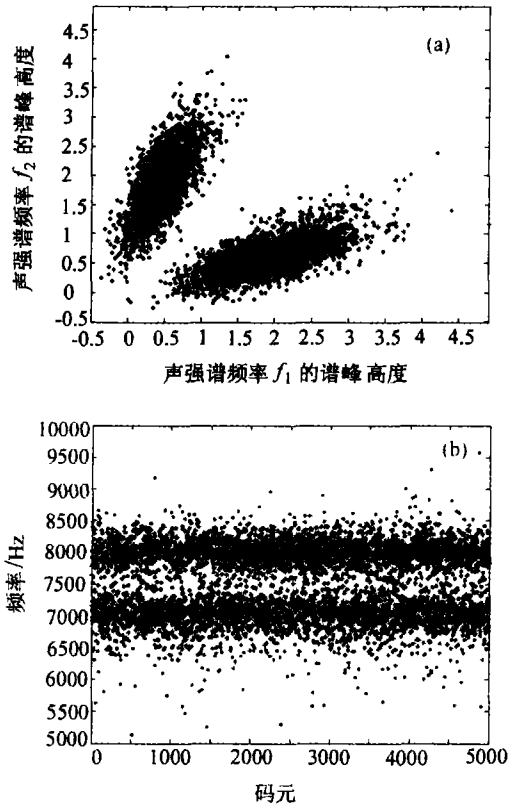


图 1 (a) BFSK 信号的声强解码的结果  
(b) BFSK 信号的 ESPRIT 算法解码的结果

提高信噪比和通信的速率, 降低系统的带宽, 考察 ESPRIT 和声强处理的性能。仿真条件:  $f_1 = 7\text{kHz}$ ,  $f_2 = 7.5\text{kHz}$ , 信噪比  $\text{SNR} = 6\text{dB}$ , 采样频率  $f_s = 40\text{kHz}$ , 码元宽度  $T = 0.5\text{ms}$ , 码元个数  $N = 5000$ 。声强处理和 ESPRIT 算法的处理结果分别见图 2(a) 和图 2(b)。

图 2(a) 和图 2(b) 的比较看出, 利用矢量传感器的 ESPRIT 算法对数据的长度的要求不高 (对码元宽度不敏感), 在高信噪比时估计的频率比较精确, 实现了 '0' 和 '1' 的完全分离。由于频率间隔和码元宽度的同时减小, 基于傅

立叶变换的声强谱已经不能区分这两个频率, 因而也无法正确的解码。这说明在高信噪比、带宽受限的情况下, ESPRIT 算法更具优势。

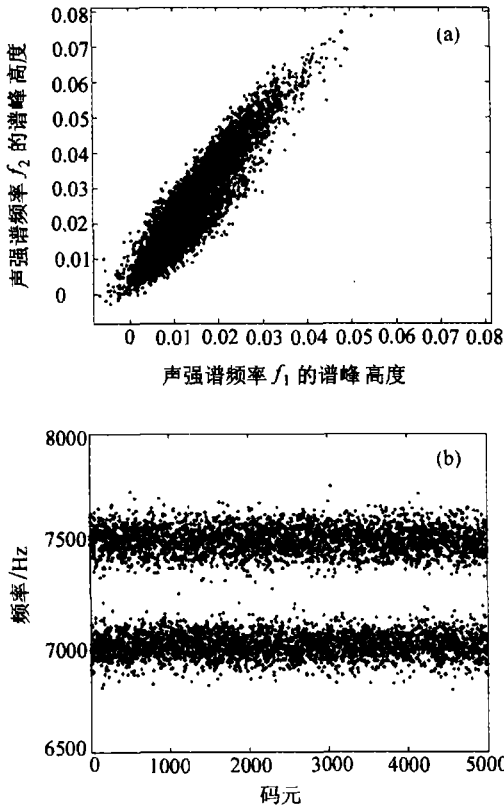


图 2 (a) BFSK 信号的声强解码的结果  
(b) BFSK 信号的 ESPRIT 算法解码的结果

### 4.2 试验研究

为了验证算法的有效性, 2003 年 10 月在吉林省松花湖水域进行了试验研究。发射船和接收船相距 5.5 公里。矢量传感器为国内首次研制成功的同振球型高频三维矢量传感器, 可以同步共点的测量声压和三个正交方向的质点振速分量, 测量的最高频率达到 10kHz。

发送的信号为 BFSK 信号 ( $f_1 = 7031\text{Hz}$ ,  $f_2 = 7812\text{Hz}$ ), 码元宽度  $T = 1\text{ms}$ , 每次发送 5000 个码。同步信号为线性调频信号, 扫频范围 6kHz~9kHz, 信号长度 20ms。矢量传感器接收的声压和三路振速信号用 50kHz 的采样

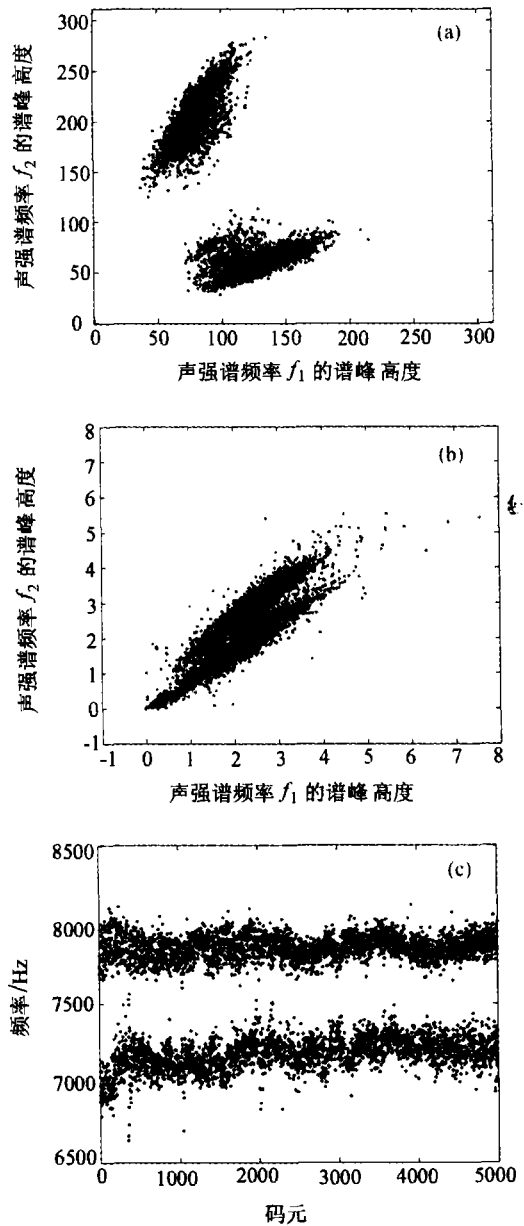


图 3 (a) 码元宽度  $T = 1\text{ms}$  时的声强解码结果  
(b) 码元宽度  $T = 0.4\text{ms}$  时的声强解码结果  
(c) 码元宽度  $T = 0.4\text{ms}$  时 ESPRIT 算法的解码结果

频率同步采集。

接收数据同步后, 求出总声强。码元宽度  $T = 1\text{ms}$  时, 相当于通信速率 1kbit/s, 每个码

元有 50 个采样点, 通过补零作 64 点的 FFT 得到声强谱, 解码的结果见图 3(a)。可见在码元宽度  $T = 1\text{ms}$  时, 利用声强解码可使 '0' 和 '1' 的数据完全分离, 5000 个码无误码。

利用图 3(a) 中的同一组数据, 每个码元取前 20 个采样点, 相当于码元宽度  $T = 0.4\text{ms}$  (通信速率  $2.5\text{kb/s}$ ), 解码的结果见图 3(b)。码元宽度的减小降低了声强谱在频域的分辨能力, 结果是 '0' 和 '1' 的数据发生混叠, 利用声强解码的误码率在  $10^{-2}$  左右。

对图 3(b) 的同一组数据进行处理, 利用 ESPRIT 算法解码的结果见图 3(c)。比较图 3(b) 和图 3(c), 利用 ESPRIT 算法解码与利用声强解码相比优势十分明显, '0' 和 '1' 的数据分的很清楚, 误码率在  $10^{-4}$  的量级上。

## 5 结论

根据理论分析和仿真计算的结果, 得出以

下结论: ESPRIT 方法对信噪比要求较高 (3dB 以上), 在信噪比较低 (0dB 以下), 通信速率不高的情况下, 声强处理的性能更为稳健。在系统带宽受限, 通信速率较高的情况下, 利用 ESPRIT 技术的高分辨率频率估计的方法, 在声强处理无效时, 仍能可靠的解码。

## 参 考 文 献

- 1 Shchurov V A. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1991, **89**(3): 1134~1157.
- 2 Roy R, Kailath T. *IEEE Trans. ASSP*, 1989, **37**: 984~995.
- 3 Ticharsky P, Wong K T. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2001, **49**(11):2498~2510.
- 4 张贤达, 保铮著. 通信信号处理. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- 5 J Adin Mann et al. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1987, **82**(1):17~30.
- 6 孙贵青. 声学学报, 2002, **27**(5):429~434.