

一种确定光纤传感器中 3×3 耦合器 输出信号相位差的新算法*

崔杰^{1,2†} 刘亭亭¹ 肖灵¹ 陈德胜^{2,3}

(1 中国科学院声学研究所医用声学实验室 北京 100080)

(2 中国科学院研究生院 北京 100080)

(3 中国科学院声学研究所声场声信息国家重点实验室 北京 100080)

摘要 本文提出了一种基于 Bessel 函数展开, 在频域内精确确定光纤传感器 3×3 耦合器输出信号相位差的算法。在 Mach-Zehnder 干涉仪原理的基础上, 通过建立 3×3 耦合器输出信号的数学模型和利用耦合器输出光功率的 Bessel 展开, 完成了算法的理论推导, 并且在实验室中进行了声学实验。数据处理结果表明, 该算法能够较精确地确定 3×3 耦合器输出信号的相位差, 且相位差与调制频率无关, 与理论相符。

关键词 光纤传感器 3×3 耦合器, Bessel 函数, 相位差

A new algorithm to determine the phase difference of the outputs of a 3×3 fiber-optic coupler

CUI Jie^{1,2} LIU Ting-Ting¹ XIAO Ling¹ CHEN De-Sheng^{2,3}

(1The Medical Acoustics Laboratory, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(2The Graduate University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

(3State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

Abstract An algorithm based on the Bessel function is presented to obtain the phase difference of the outputs of a 3×3 fiber-optic coupler in frequency domain. Based on the Mach-Zehnder interferometer, the mathematics model of the 3×3 fiber-optic coupler's outputs is established, and on utilizing the model as well as expression of the Bessel function, theoretical derivation of the algorithm is given. The processed results of an acoustic experiment indicate that the algorithm is precise, and can be applied to any fiber optic sensor. The phase difference is found not to depend on the modulated frequency, that agrees with the theory.

Key words 3×3 fiber-optic coupler, Bessel function, Phase difference

2006-05-11 收稿; 2007-10-08 定稿

* 国家自然科学基金(基金批准号 60673152)资助项目。

作者简介: 崔杰(1980-), 女, 山东人, 博士研究生, 研究方向为数字信号处理。

刘亭亭(1975-), 女, 副研究员。肖灵(1968-), 男, 研究员, 博士生导师。陈德胜(1979-), 男, 助理研究员。

† 通讯联系人 E-mail: cuij@mails.ioa.ac.cn

1 引言

解调技术是相位干涉型光纤传感器的关键技术之一, 解调方案包括有源解调和无源解调。3×3 耦合器解调方案属于无源解调, 解调电路比较简单, 适合用在 Mach-Zehnder 或 Sagnac 光纤干涉仪的输出端, 利用三路信号相位互差 $2\pi/3$ 的数学特性, 通过硬件或软件解调出所要测量的物理量^[1~5]。理想耦合器的三路输出信号相位差为 $2\pi/3$, 但是就目前的制造工艺来看, 要达到理想状态存在一定的困难, 如果偏差较大, 会在应用时造成较大误差, 以致影响光纤传感器的性能, 因此 3×3 耦合器解调方案目前距实用化尚有一定距离。所以, 确定输出信号的相位差并掌握其特性, 对于利用 3×3 耦合器进行信号解调有重要意义。

1982 年, R. G. Priest 提出用 3×3 的散射矩阵描述 3×3 耦合器的传输特性^[6], 同时给出了理想 3×3 耦合器的输出相位差与矩阵元素的模数的关系, 该结论经常被应用于 3×3 耦合器的研究中^[4,7]。Pietzsch 在散射矩阵的分析中考虑了耦合器的损耗, 得到更一般的矩阵形式; 利用矩阵的功率耦合系数, 在互易、无内反射、无偏振的条件下, 对于有损耗的耦合器, 只能得到输出相位差的范围^[8]。F. Schliep 同样在散射矩阵理论的基础上, 通过伪逆矩阵和最小二乘方法估计耦合器的损耗因子, 进而估计不对称耦合器的输出相位差; 同时指出输入偏振态会影响功率传输矩阵, 降低计算精度^[9]。以上研究仅限于理论层面的分析, 为了实际得到 3×3 耦合器的输出相位差, [10] 提出了一种基于 Mach-Zehnder 干涉仪的自零差方案, 通过对 3×3 耦合器的输出信号在时域范围内的代数运算得到相位差, 但是该方法结构较为复杂, 需要对光源进行调制, 且受光电转换、光路损耗等因素的影响, 具有一定的局限性。

本文在 Mach-Zehnder 干涉仪原理的基础上, 从波导耦合理论出发^[2]推导了 3×3 耦合器输出信号的数学模型, 并利用耦合器输出光

功率的 Bessel 展开推导了在频率域内确定输出信号相位差的算法。用基于 Mach-Zehnder 干涉仪的光纤水听器进行了实验, 利用获得的实验数据可以较为精确地求出 3×3 耦合器的输出相位差。本文提出的算法不受光源波动、光路损耗、光电转换不一致等因素的影响; 且光路结构与光纤水听器一致, 在信号解调之前, 先确定输出相位差, 使解调更具针对性, 解调结果也更加可靠。

2 本文算法描述

2.1 3×3 耦合器输出信号数学模型

图 1 为基于 Mach-Zehnder 干涉仪的光纤水听器, C_1 是 2×2 耦合器, C_2 是 3×3 耦合器。令 3×3 耦合器输入端对应 $z = 0$, 输出端对应 $z = L$ 。 $a_i(z)$ ($i = 1, 2, 3$) 表示耦合器的三路信号在 z 处的复幅度。则 $a_i(z)$ 满足线性常微分方程^[2]

$$\frac{da_i}{dz} + jK_{i,i+1}a_{i+1} + jK_{i,i+2}a_{i+2} = 0, \quad (1)$$

$$i = 1, 2, 3, \quad i + 3 := i$$

其中 $K_{i,k}$ ($= K_{k,i}$) 是 i 阶和 k 阶波导的耦合系数。为简化计算, 假定 $K_{12} = K_{23} = K_{31} = K$, 则方程 (1) 的解为^[2,5]

$$a_i(z) = c_i e^{jKz} + d e^{-2jKz}, \quad \sum_{i=1}^3 c_i = 0 \quad (2)$$

其中, c_i ($i = 1, 2, 3$) 和 d 是待定系数。

根据 Mach-Zehnder 干涉仪的原理^[1], 3×3 耦合器的输入光设为

$$\begin{cases} a_1(0) = r_1 e^{j\phi_1} \\ a_2(0) = r_2 e^{j(\phi_1 + \phi)} \\ a_3(0) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中, $a_1(0)$ 对应干涉仪的参考臂, r_1 和 ϕ_1 分别是参考信号的幅度和初始相位; $a_2(0)$ 对应干涉仪的信号臂, r_2 是信号臂信号的幅度, $\phi = \phi(t)$ 是由于外界待测信号在信号臂引起的

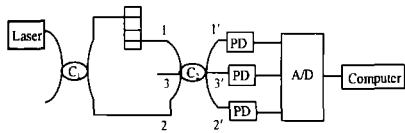


图 1 基于 Mach-Zehnder 干涉仪的光纤水听器示意图

相位变化; 3×3 耦合器的第三个输入端悬空。因为 C_1 不是理想的 2×2 耦合器, 所以 $r_1 \neq r_2$ 。把方程 (3) 代入方程 (2) 中可以求得 $c_i (i = 1, 2, 3)$ 和 d 。

耦合器输出端 ($z = L$) 的光功率为:

$$P_i = \frac{1}{2} |a_i(L)|^2 = \frac{1}{2} [|c_i|^2 + |d|^2 + \Re(c_i d^* e^{j\beta})] \quad (4)$$

$i = 1, 2, 3$

其中 \Re 表示取实部, d^* 表示 d 的共轭, $\beta = 3KL$ 。把 c_i 和 d 代入方程 (4) 并简化为:

$$\left\{ \begin{aligned} P_1 &= \frac{1}{18} [5r_1^2 + 2r_2^2 + 2(2r_1^2 - r_2^2) \cos \beta + \\ &\quad r_1 r_2 \sqrt{40 - 8 \cos \beta - 32 \cos^2 \beta} \cdot \\ &\quad \cos(\phi - \psi + \pi)] \\ P_2 &= \frac{1}{18} [2r_1^2 + 5r_2^2 + 2(2r_2^2 - r_1^2) \cos \beta + \\ &\quad r_1 r_2 \sqrt{40 - 8 \cos \beta - 32 \cos^2 \beta} \cdot \\ &\quad \cos(\phi + \psi + \pi)] \\ P_3 &= \frac{1}{18} \{2r_1^2 + 2r_2^2 - 2(r_1^2 + r_2^2) \cos \beta + \\ &\quad (4r_1 r_2 - 4r_1 r \cos \beta) \cos(\phi)\} \end{aligned} \right. \quad (5)$$

其中, ψ 是与波导的耦合系数 K 和耦合器长度 L 有关的物理量, $\tan \psi = \frac{3 \sin \beta}{-1 + \cos \beta}$, $-\frac{\pi}{3} \leq \psi \leq \frac{\pi}{3}$ 。

考虑到各通道光电转换的不一致性, 光电转换后的电信号可由 (5) 简化为:

$$\left\{ \begin{aligned} V_1 &= A_1 + B_1 \cos(\phi - \psi + \pi) \\ V_2 &= A_2 + B_2 \cos(\phi + \psi + \pi) \\ V_3 &= A_3 + B_3 \cos(\phi) \end{aligned} \right. \quad (6)$$

2.2 本文算法

当调制信号 ϕ 是单频信号时, 可表示为 $\phi(t) = p + q \cos(\omega_0 t + \theta)$, 其中, ω_0, θ, q 和 p 分别表示调制信号的角频率、相位、幅度和偏置。 V_i 可以表示为,

$$V_i = A_i + B_i \cos[q \cos(\omega_0 t + \theta) + \varphi_i], i = 1, 2, 3 \quad (7)$$

$\varphi_1 = p + \pi - \psi, \varphi_2 = p + \pi + \psi, \varphi_3 = p$, p 对信号相位差没有影响。结合式 (6) 可知, 当波导的耦合系数相等时, $\Delta\varphi_{12} = 2\psi$ (或 -2ψ), $\Delta\varphi_{13} = \Delta\varphi_{23} = \pi - \psi$ (或 $\pi + \psi$), 三路信号的相位差具有部分对称性; 当波导的耦合系数不等时, 这种部分对称性将发生变化; 只有在理想情况下, $KL = (\pm 2\pi + 6n\pi)/9$ 或 $2n\pi/3, \psi = \pm\pi/3, \Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_{13} = \Delta\varphi_{23} = 2\pi/3$, 这时, 耦合器完全对称。

对 (7) 作 Bessel 展开: $V_i = A_i + B_i \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(q) \cos(n\omega_0 t + n\theta + n\pi/2 + \varphi_i)$, 可见 V_i 存在谐波, 且谐波的大小与调制信号的幅度 q 有关。分析 V_i 不同谐波的幅值 M_i ,

$$M_1 = -2B_1 J_1(q) \sin \varphi_i \quad (8a)$$

$$M_2 = -2B_2 J_2(q) \cos \varphi_i \quad (8b)$$

$$M_3 = 2B_3 J_3(q) \sin \varphi_i \quad (8c)$$

对于一般情形, 方程 (8) 中有 q 和 φ_i 两个未知数, 本文先解出 q , 然后确定相位角 φ_i 。

(1) 确定 q 的值

根据式 (8) 可得,

$$M_1/M_3 = -J_1(q)/J_3(q) \quad (9)$$

由于 $-J_1(x)/J_3(x)$ 不是单调函数, 所以先确定 q 的取值区间 Q 。

根据耦合器输出信号的幅频特性 (如图 3), 其高次谐波较大的情况下, 对于奇次谐波存在整数 N_0 , 使 $|M_{N_0-2}| \leq |M_{N_0}| \geq |M_{N_0+2}|$, 且 N_0 以上的奇次谐波幅度随谐波次数的增加而减小, 即 $n \geq N_0$ 时, $|M_n| > |M_{n+2k}| (k = 1, 2, 3 \dots)$ 。对应式 (8), 也就是 $|J_{N_0-2}(q)| \leq$

$|J_{No}(q)| \geq |J_{No+2}(q)|$ 。图 4 给出了不同阶 Bessel 函数的绝对值, 从图中可以看出, 根据 $J_{No}(x)$ 分别与 $J_{No-2}(x)$ 、 $J_{No+2}(x)$ 的第一个非零交点可以确定区间 Qo 。同理, 对于偶次谐波, 可以确定整数 Ne 和区间 Qe 。 No 和 Ne 为相邻的数, 所以 Qo 和 Qe 有交集: $Q = Qe \cap Qo$ 。当输出信号的谐波成分很小时, 若存在 N , 使得 $|M_N| \geq |M_{N+2}|$, 且 $N-2 < 1$, 则 $Q = [0, q|_{J_N(q)=J_{N+2}(q)}]$ 。在区间 Q 内根据方程 (9) 可以唯一确定 q 值。

(2) 确定相位 φ_i

确定 q 的值之后, 把它代入 (8) 式, (8a) 除以 (8b) 得到 $\tan \varphi_i = M_1 J_2(q) / M_2 J_1(q)$, 据此可以在 $[-\pi/2, \pi/2]$ 内求出 φ_i 。特别地, 若 $M_n = 0, n$ 为奇数, 则 $\varphi_i = \pi/2$; 若 $M_n = 0, n$ 为偶数, 则 $\varphi_i = 0$ 。

按照以上方法求出的相位角 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \in [-\pi/2, \pi/2]$, 而 3×3 耦合器的三路输出信号的相位差之和等于 2π (任两路的相位差按小于 π 计)。由于研究对象是三路信号互相之间的相位差, 对实际应用有意义的也是各路信号之间的相位差, 因此本文对得到的 φ_1, φ_2 和 φ_3 做了如下处理: 对 φ_1, φ_2 和 φ_3 中角度居中的一个加 π 。最后, 可以确定输出信号的相位差:

$$\Delta\varphi_{i,j} = \begin{cases} |\varphi_i - \varphi_j|, & |\varphi_i - \varphi_j| < \pi \\ 2\pi - |\varphi_i - \varphi_j|, & |\varphi_i - \varphi_j| > \pi \end{cases} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (10)$$

3 实验及数据处理结果

实验设置如图 2 所示: 换能器和基于 Mach-Zehnder 干涉仪的光纤水听器置于水槽中。信号发生器产生的单频信号激励换能器发声, 由光纤水听器在另一位置接受, 其 3×3 耦合器的三路输出, 经过光电转换后用采集卡输入到计算机, 做进一步分析、解调。实验所用光源为波长 1550nm 的固体激光器。利用提出的算法对实验数据进行处理, 计算耦合器的输

出相位差, 得到以下结果。

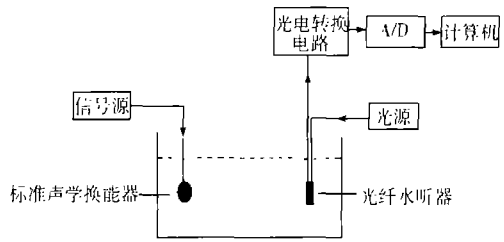


图 2 实验框图

(1) 调制频率为 206Hz 时得到的输出相位差

对第一通道 V_1 中持续时间为 1s 的数据进行傅里叶变换, 幅频特性如图 3 所示。利用本算法确定 $Ne = 10, No = 11, Q = [11.7709, 12.8265]$ 。根据方程 (9) 可以确定 $q_1 = 12.6504$ (如图 5 所示)。同理处理二、三通道, $Ne、No$ 和 Q 结果一致, 由于 M_1/M_3 的差异, 得到的 q 值略有差异: $q_2 = 12.6038$ 和 $q_3 = 12.4804$, 在误差允许范围内。根据本文算法及式 (10) 可以得到: $\Delta\varphi_{12} = 117.2974^\circ, \Delta\varphi_{13} = 123.3273^\circ, \Delta\varphi_{23} = 119.3753^\circ$ 。

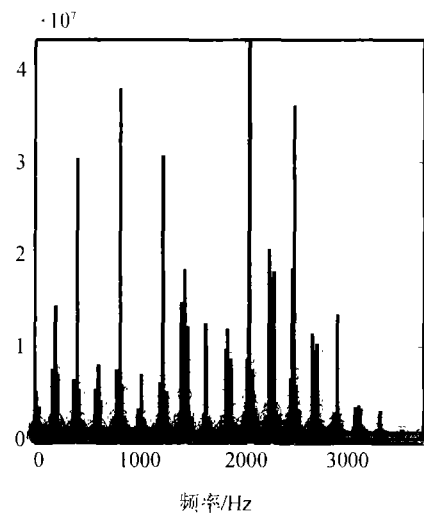


图 3 $f_0=206\text{Hz}$ 第一通道的幅频特性图

为避免分析一段数据的随机性，处理同样数据量，不同起始点的数据，对得到的相位差进行统计平均： $\Delta\varphi_{12} = 117.0876^\circ$ ， $\Delta\varphi_{13} = 121.1268^\circ$ ， $\Delta\varphi_{23} = 121.7856^\circ$ 。

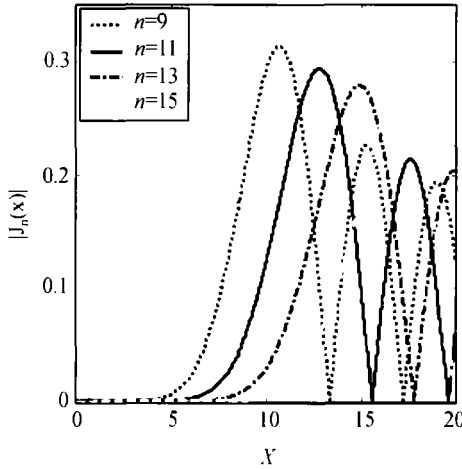


图 4 不同阶数 Bessel 函数的绝对值

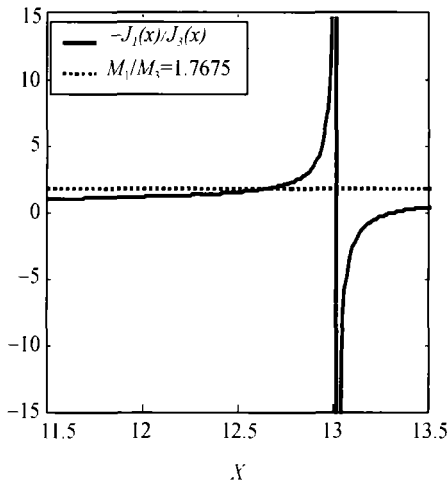


图 5 函数 $-J_1(x)/J_3(x)$ 的曲线

(2) 调制频率不同时得到的输出相位差

根据实验所用水听器的带宽，选择不同的调制频率（图 6 所示），步长约为 50Hz。对各自的数据按照以上提出的方法进行处理，计算相应的相位差，结果如图 6 所示。取均值： $\Delta\varphi_{12} = 116.9063^\circ$ ， $\Delta\varphi_{13} = 121.2491^\circ$ ， $\Delta\varphi_{23} = 121.8446^\circ$ 。

从处理结果可以得出以下结论：

(a) 实际的 3×3 耦合器，三个通道的相位差并不等于理想的 120° 。

(b) 输出相位差受光波长的影响^[11]，但不受调制信号的频率影响。例如 $\Delta\varphi_{12}$ ，与均值的最大偏差为 0.1813° ，或者 0.16% ，考虑到计算误差，可以认为相位差不受调制频率影响。

(c) 被测耦合器不完全对称，只能称为部分对称。 $\Delta\varphi_{13}$ 和 $\Delta\varphi_{23}$ 的平均差值为 0.5956° ，而二者与 $\Delta\varphi_{12}$ 的差值分别为 4.3428° 和 4.9383° 。

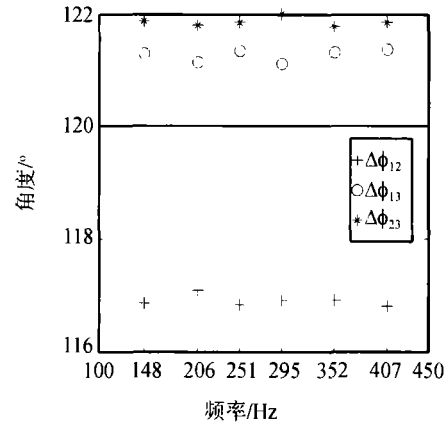


图 6 不同调制频率对应的相位差

4 总结

本文提出的算法可以根据具体实验数据较精确地确定 3×3 耦合器的输出相位差；不受光源波动、光路损耗及光电转换不一致等因素的影响；对信号解调具有针对性。在实际应用过程中利用本文提出的算法确定 3×3 耦合器的输出相位差，不仅可以有效减小误差，还可以适当降低对耦合器的性能要求，对包含光纤水听器在内的光纤传感器解调技术的研究具有现实意义。

参 考 文 献

[1] 王惠文主编，光纤传感技术与应用，北京：国防工业出版社，2001，40-51。

- [2] S. K. Sheem. Journal of Applied Physics, 1981, 52(6): 3865-3872.
- [3] 江毅, 娄英明, 王惠文, 光子学报, 1998, 27(2): 152-155.
- [4] 焦斌亮, 王朝晖, 郑绳榷, 激光与红外, 2004, 34(4): 298-301.
- [5] R. M. Keolian. C. B. Cameron, United States Patent, Patent Number: 5313266, 1994.
- [6] R. G. Priest, IEEE Journal OF Quantum Electronics, 1982, QE-18(10): 1601-1603.
- [7] 张靖华, 上海大学学报 (自然科学版), 1999, 5(3): 245-248.
- [8] J. Pietzsch. Journal of Lightwave Technology, 1989, 7(2): 303-307.
- [9] F. Schliep. Electron. Lett. 1995, 31(17): 1496-1498.
- [10] E. Gottwald, J. Pietzsch, Electron. Lett., 1988, 24(5): 265-266.
- [11] G. Trommer, Electron. Lett., 1989, 25(15): 944-945.

《给十三亿人民以更好的听觉关怀》

— 记 2007 建筑未来 • 声学工程师交流会

在 2007 年即将结束, 2008 年就要到来的时候, 近两百名声学工程师和专家为了“给十三亿人民以更好的听觉关怀”而聚首北京。

12 月 6-9 日, 2007 建筑未来 • 声学工程师交流会在清华大学建筑物理实验室的组织倡议下胜利召开。这次盛会标志着声学这个边缘学科的科研力量与生产力量正在全面的整合, 以产业的形式高速发展着。还标志着以“人文关怀”为理念的建筑科学在飞速的发展着, 更标志着一大批有理论、有远见、有创新思维、具协调能力的专家型从业者, 用他们丰富的实战经验、完善的理论知识、独有的市场预测和整合能力推动着中国建筑业朝着国际化、科学化、人文化的方向快速发展。

本次的交流会邀请了国际和国内的行业专家学者及行业政策制定相关负责人, 共同交流了声学产业的健康发展之路, 剖析专业领域案例, 倡导行业从业理念,

实地参观龙头产业, 是一次启发思维和提升理念的盛会。大家还为声学产业快速、正规发展集思广益, 献策荐言。与会人员不光得到了新知还广交了朋友, 带着对未来新的目标与憧憬完成了整个会议。

2007 建筑未来 • 声学工程师交流会组委会表示, 要将这种有意义的行业交流会长期举办下去, 希望能够看到更多的建筑界、声学界同仁朋友参与进来, 成为每年大家来见面、总结、交流、提升的一个场所一个“家”。

“2007 建筑未来 • 声学工程师交流会”目前已经吸引了多家国际国内专业机构的关注。相信也将越来越好的组织发展下去, 成为业界的一个品牌, 欢迎大家一起来为“给十三亿人民以更好的听觉关怀”而努力。

(清华大学建筑物理实验室)