

室内声学时域有限差分模拟中的边界条件

卢义刚[†] 黄坤朋 余光正

(华南理工大学物理科学与技术学院 广州 510640)

摘要 给出了时域有限差分法用于室内声学问题模拟中的边界条件,结合声波方程的基本差分格式,模拟并分析了高斯脉冲在 $4\text{m}\times 4\text{m}$ 房间中的波动过程和脉冲响应;模拟了一 $9\text{m}\times 6\text{m}\times 4\text{m}$ 房间的简正频率,并与经典理论计算值进行了对比;模拟了一 $12\text{m}\times 5\text{m}\times 4\text{m}$ 水平地面房间中的坐席吸声低谷效应,并与 Joe LoVtri 的模拟结果进行了对比;模拟并实际测量了一 $10.6\text{m}\times 5.8\text{m}\times 3.4\text{m}$ 房间在几个受声点的脉冲响应和早期衰变时间 EDT,将模拟结果与实际测量结果进行了对比分析,计算程序是用 Matlab 语言编写的。模拟与经典理论、相关研究、实际测量几方面的对比分析,验证了本边界条件的可靠性。

关键词 室内声学, 时域有限差分, 边界条件

Boundary conditions of finite difference time domain simulation in room acoustics

LU Yi-Gang HUANG Kun-Peng YU Guang-Zheng

(School of Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510640)

Abstract Boundary conditions of finite difference time domain simulation in room acoustics are deduced. Combine the boundary condition with the difference equations of the basic acoustic equations, the propagation of acoustic wave and impulse responses in a $4\text{m}\times 4\text{m}$ room is simulated and analyzed. The normal frequencies of a $9\text{m}\times 6\text{m}\times 4\text{m}$ room are simulated, and compared with the values from classical theory. The seat dip effect in a $12\text{m}\times 5\text{m}\times 4\text{m}$ room is simulated, and the simulation is compared with Joe LoVtri's result. Impulse responses in 7 receiver positions of a $10.6\text{m}\times 5.8\text{m}\times 3.4\text{m}$ room are simulated and measured; the impulse responses and EDT from simulation and measurement are compared. The programming language is Matlab. Comparisons of the simulation results with the results from classical theory, others simulation results and measurements verify the reliability of the proposed boundary conditions.

2006-09-06 收稿; 2007-01-09 定稿

作者简介: 卢义刚 (1962-), 男, 湖北松滋人, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向: 物理声学及建筑声学。

黄坤朋 (1982-), 男, 博士研究生。

余光正 (1981-), 男, 博士研究生。

[†] 通讯联系人 E-mail: phyiglu@scut.edu.cn

Key words Room acoustics, Finite difference time domain method, Boundary condition

1 引言

1966年,在研究电磁场问题时, K.S.Yee^[1]提出了时域有限差分方法 FDTD(Finite Difference Time Domain Method)。时域有限差分法的基本原理是将时间和空间离散为一个个网格点,把波的方程离散为差分方程组,然后根据波场的初始条件在时间域内递推计算各空间格点在各时间格点上的场量值,网格越小数值解越接近解析解。

由于描述声波的基本方程 - 牛顿力学方程及连续介质方程与描述电磁波规律的 Maxwell 方程有对称性,使时域有限差分法被移植到声学问题的研究中。1995年 Botteldooren^[2]阐述了用时域有限差分法研究室内低频声学问题的基本思想。1996年, Joe LoVtri^[3]用这一方法成功地模拟了坐席吸声低谷效应关于空间特性的几个方面,开创了应用时域有限差分法研究室内声学问题的先河。在日本, Takatoshi Yokota^[4]等人运用这一方法模拟了声波在室内的传播过程和不同形状墙壁表面扩射体对室内声场的影响, Shinichi Sakamoto^[5]运用这一方法在模拟交通噪声传播方面作了尝试。

运用计算机技术模拟室内声学问题是可听化技术的重要内容。现有的计算声学方法主要有基于几何声学近似的声线跟踪法和虚声源法,以及基于波动理论的有限元法、边界元法和时域有限差分法。声线跟踪法和虚声源法的应用已经比较成熟,一些建筑声学的仿真软件,如丹麦技术大学的 ODEON、瑞典歌德堡的 CATT、德国 ADA 声学设计公司的 EASE 和 EARS、比利时声学设计公司的 RAYNOISE 等已经问世并被使用。但声线跟踪法和虚声源法不适合用于低频声和小房间情况下的研究。时域有限差分法在室内声学中则并未得到广泛的应用,除了上述学者的研究外,极少见到相关

报道,这方面研究在国内还未展开。

音质评价理论认为,厅堂音质,特别是音乐厅音质与低频声有密切的关系,丰富的低频声一般被认为是好音乐厅的一个声学标志^[6]。低频反射声丰富的音质具有温暖度,它能使听众感觉到环绕感、空间感,在混响时间或早期衰变时间的频率中,如果低音比过小,则音色缺乏温暖度;低、中、高频平衡的声音具有良好的音色;声压级尤其是低频声压级对空间感的影响很大,低频声压级越高,空间感越强^[7]。由此可见,对于室内音质必须重视低频声的研究,在计算机室内声学仿真技术中必须重视基于波动理论的计算技术的研究。

在时域有限差分法运用于室内声学问题研究时,遇到的第一个问题是:由于墙壁的声阻抗与空气声阻抗之比远大于5,截断边界不能取在墙体内或墙体的外部空间,否则计算不能正常进行下去^[8],这致使传统的吸收边界条件不能被使用。Joe LoVtri 在他的研究中介绍了广泛应用于电磁学问题的二阶吸收边界条件,而对墙壁和坐席表面均作了刚性假设,这种假设在研究坐席低谷效应时对研究不会造成大的影响,因为低谷效应与房间和坐席甚至观众的吸声基本无关。但这个刚性假设并不适合于研究其他问题,这就限制了这一技术的应用。因此,寻找适合室内声学时域有限差分法的边界条件是一个重要问题。Botteldooren 在他的论文中给出了一个边界条件的数学模型,不过这一边界条件没有同材料的阻抗等特性联系起来,文中只给出木地板、窗帘、泥灰、人体、地毯6种界面的实验值,在应用时缺乏一般性。

2 FDTD 基本方法与边界条件

采用均匀交错网格时,计算声压的位置与计算振动速度的位置在空间和时间上均相隔半个步长,需要在整数空间格点位置和整数时间

步长时刻计算声压, 在半个空间格点位置和半个时间步长时刻计算振动速度分量。在均匀交错网格下, 声波方程的差分公式如下^[3]:

$$\begin{aligned} u_x^{[l+1/2]}(i+1/2, j, k) = \\ u_x^{[l-1/2]}(i+1/2, j, k) - (\delta t/\rho_0\delta h) \times \\ [p^{[l]}(i+1, j, k) - p^{[l]}(i, j, k)] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u_y^{[l+1/2]}(i, j+1/2, k) = \\ u_y^{[l-1/2]}(i, j+1/2, k) - (\delta t/\rho_0\delta h) \times \\ [p^{[l]}(i, j+1, k) - p^{[l]}(i, j, k)] \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} u_z^{[l+1/2]}(i, j, k+1/2) = \\ u_z^{[l-1/2]}(i, j, k+1/2) - (\delta t/\rho_0\delta h) \times \\ [p^{[l]}(i, j, k+1) - p^{[l]}(i, j, k)] \end{aligned} \quad (3)$$

$$p^{[l+1]}(i, j, k) = p^{[l]}(i, j, k) - (\rho_0 c_0^2 \delta t / \delta h) \times$$

$$\begin{aligned} \left\{ \left[u_x^{[l+1/2]}(i+1/2, j, k) - u_x^{[l+1/2]}(i-1/2, j, k) \right] \right. \\ \left. + \left[u_y^{[l+1/2]}(i, j+1/2, k) - u_y^{[l+1/2]}(i, j-1/2, k) \right] \right. \\ \left. + \left[u_z^{[l+1/2]}(i, j, k+1/2) - u_z^{[l+1/2]}(i, j, k-1/2) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

上面四个式子中 ρ_0 和 c_0 分别代表空气的静密度和声速, p 和 u_x, u_y, u_z 分别表示声压和空气质点振动速度的三个分量, i, j, k, l 分别表示空间及时间坐标, δh 为空间步长, δt 为时间步长, 上述差分格式具有二阶精度, 计算需要满足的稳定条件为^[2,3]: $c_0\delta t/\delta h \leq 1/\sqrt{3}$ 。为了减小色散误差, 必须使 $\delta h/\lambda \leq 1$, 通常选取网格尺寸为波长的 $1/10 \sim 1/20$ ^[2,3]。

仅由 (1)~(4) 式还无法根据房间中声源的初始条件来递推整个声场中的声压 p 和质点的三个速度分量 u_x, u_y, u_z , 因为计算机的容量和计算时间有限, 必须将计算区域约束在一定的空间范围内。但是, 在由 (1)~(4) 式计算边界上的声场参量时, 又需要已知计算区域外的声场参量, 又由于空气介质与墙体介质的声阻抗相差很大, 传统的吸收边界条件不适合使用。所以需要寻求新的解决办法, 即寻求新的边界条件, 而新的边界条件必须与墙壁的声学特性相联系。

在建筑声学中吸声系数是反映墙壁声学特性的一个重要物理量, 吸声系数分为垂直入射吸声系数和无规入射吸声系数, 垂直入射吸声系数用驻波管法较容易测量, 而无规入射吸声系数需要用混响室方法测量。为了使新的边界条件与墙壁的声学特性相联系, 假定声波入射墙壁时为平面波, 有^[9]:

$$\alpha_\theta = 1 - |r_p|^2 = 1 - \left| \frac{Z_n \cos \theta - \rho_0 c_0}{Z_n \cos \theta + \rho_0 c_0} \right|^2 \quad (5)$$

式中 θ 为声波入射方向与墙壁法向间的夹角, α_θ 为该方向入射时的吸声系数, r_p 为声压反射系数, Z_n 为墙壁法向声阻抗率。将 (5) 化简得到:

$$Z_n \cos \theta = \rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_\theta}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_\theta}) \quad (6)$$

在运用时域有限差分法递推声压和质点速度时, 质点速度分为三个坐标方向的分量来计算, 而在本文采用的立方网格中, 三个速度分量分别向墙壁垂直入射, 即 $\theta = 90^\circ$, 此时 α_θ 应为垂直入射吸声系数 α_n , 则 (6) 式可以写成:

$$Z_n = \rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_n}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_n}) \quad (7)$$

对于非矩形房间的墙壁, 可以通过网格划分将其作为与三个坐标方向垂直的许多小平面的组合。利用声压、质点速度和声阻抗率三者的关系, 得到如下在墙壁截断计算区域的边界条件:

$$u_x^l(i_{\min}, j, k) = -p^l(i_{\min}+0.5, j, k) / [\rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_n}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_n})] \quad (8)$$

$$u_x^l(i_{\max}+0.5, j, k) = p^l(i_{\max}, j, k) / [\rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_n}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_n})] \quad (9)$$

$$u_y^l(i, j_{\min}, k) = -p^l(i, j_{\min}+0.5, k) / [\rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_n}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_n})] \quad (10)$$

$$u_y^l(i, j_{\max}+0.5, k) = p^l(i, j_{\max}, k) / [\rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_n}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_n})] \quad (11)$$

$$u_z^l(i, j, k_{\min}) = -p^l(i, j, k_{\min+0.5}) / [\rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_n}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_n})] \quad (12)$$

$$u_z^l(i, j, k_{\max+0.5}) = p^l(i, j, k_{\max}) / [\rho_0 c_0 (1 + \sqrt{1 - \alpha_n}) / (1 - \sqrt{1 - \alpha_n})] \quad (13)$$

在对边界作刚性处理时,只需要将(5)~(10)式的右边置0。在边界条件(8)~(13)

式中声压和质点的三个速度分量的计算并不是在同一格点上,这是因为我们采用的是常用的交错网格,此时,将速度计算位置设置在墙壁上,声压计算位置与速度计算位置相差半个空间步长,即用距离墙壁1/20~1/40个波长位置的声压代替墙壁处的声压,不会对计算产生明显的影响。边界条件(8)~(13)式将空气的特性

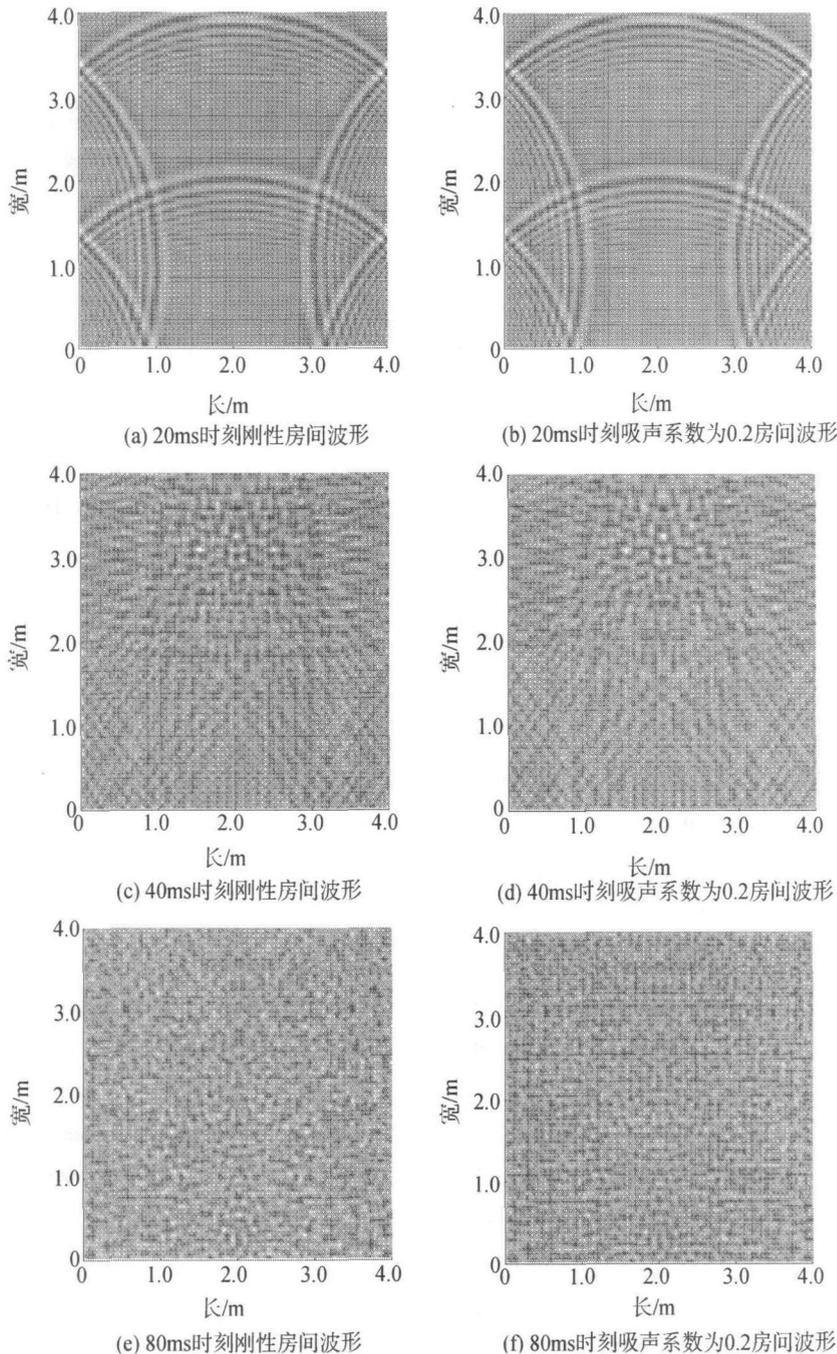


图1 不同时刻不同房间中的波形分布

阻抗 $\rho_0 c_0$ 、墙壁的吸声系数 α_n 与声场参量 - 声压和质点速度联系起来, 物理思想明确, 表达式简单, 也便于编程计算。

3 算例验证

3.1 波形分布及脉冲响应模拟与分析

为了验证边界条件及计算方法的可靠性, 假设声源为高斯脉冲^[3], 从而来模拟 $4\text{m} \times 4\text{m}$ 的房间中的波动过程和房间的脉冲响应。根据色散误差条件和稳定条件, 空间步长取为 0.02m , 时间步长取为 0.02ms 。房间界面分别假定为刚性或吸声系数分别是 0.2 、 0.4 、 0.8 几种情况, 声源位置假设在房间前部 (1m , 2m), 受声点 R1 在 (3m , 3m)、受声点 R2 位于 (3m , 2m)。通过计算, 得到了不同房间中, 高斯脉冲声在不同时刻的波形分布。图 1 给出的是 20ms 、 40ms 、 80ms 时刻房间界面分别为刚性、吸声系数分别是 0.2 、 0.4 、 0.8 几种条件下的波形分布图。

在声波未到达墙壁而被反射时, 各房间中的波形相同, 波前为一圆, 文中未给出。在声波到达墙壁后被反射, 房间声场为各反射声的迭加。在计算中, 边界条件被应用一次, 代表声波在某处被墙壁反射一次。比较图 1 可以看出, 在有吸声的房间中, 其波前和声场分布的包络与刚性房间是相同的, 也就是说, 在有吸声的房间中, 没有因为我们引入边界条件而破坏或改变声波的传播方式。而且, 由于边界条件的引入, 在有吸声的房间里, 当声波与墙壁发生作用后, 波的强度减弱, 并且, 这种减弱随着墙壁吸声系数的增大而增大, 下面的脉冲响应图更能说明这一点。

计算得到了不同房间中在不同接收点的脉冲响应, 图 2 和图 3 分别给出的是刚性房间、吸声系数为 0.2 或 0.8 三个房间中在接收点 R1 和 R2 的脉冲响应图。

比较三房间中受声点 R1 和 R2 的脉冲响应发现: 在不同房间中的同一受声点, 各早期反射声的时间分布完全吻合。在有吸声的房间

中声压随时间增加而减小, 这种减小是随吸声系数的增大而增大的, 文中提出的边界条件能够正确反映墙壁的声学特性。

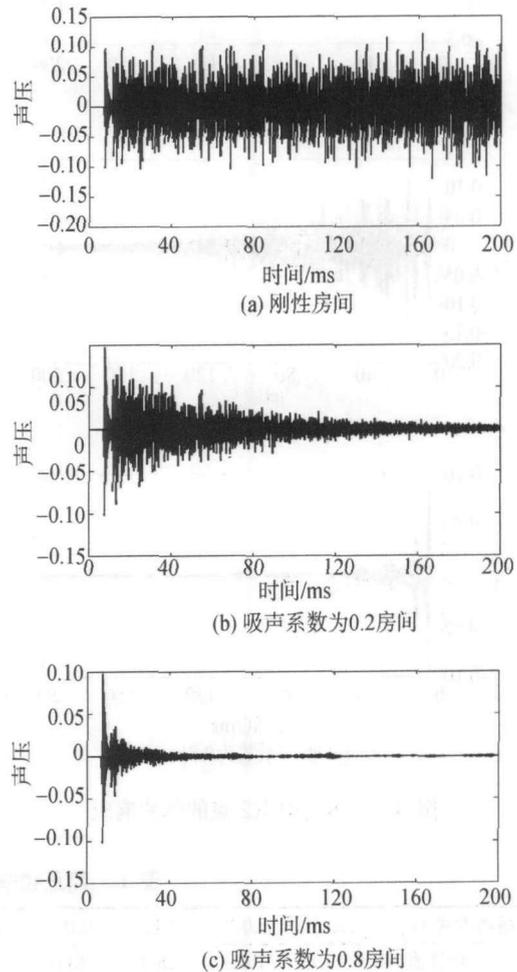


图 2 三房间中 R1 点的脉冲响应

3.2 简正频率模拟对比

作为进一步的验证, 我们模拟计算了 $9\text{m} \times 6\text{m} \times 4\text{m}$ 的房间中的脉冲响应, 通过 Dirac 软件对脉冲响应进行计算, 得到了房间简正频率, 同时根据经典公式:

$$f_{n_x, n_y, n_z} = c \sqrt{(n_x/L)^2 + (n_y/W)^2 + (n_z/H)^2} / 2 \quad (14)$$

式中 f_{n_x, n_y, n_z} 为简正频率, (n_x, n_y, n_z) 对应于某一振动模式, L, W, H 分别代表房间的长、宽、高, 也计算得到了房间的简正频率, 前 10

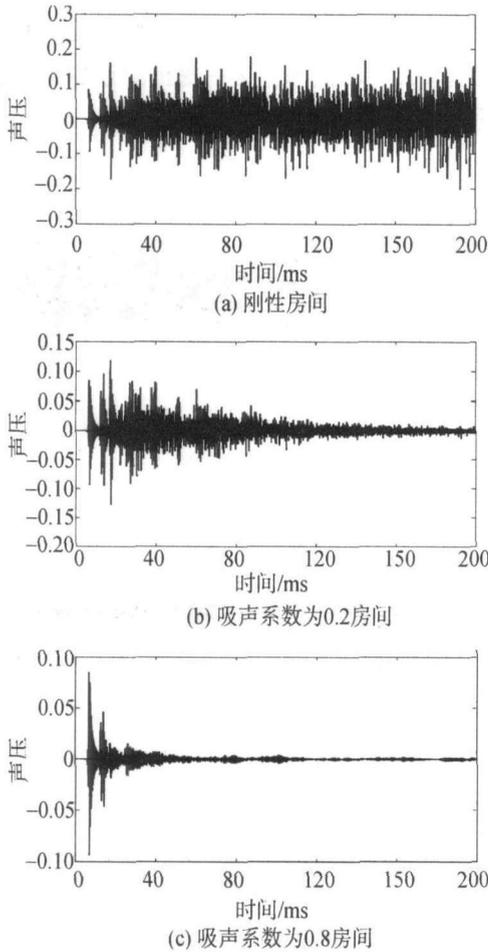


图 3 三房间中 R2 点的脉冲响应

个振动模式的简正频率模拟值与经典理论计算值列于表 1 中。

可以看出，由时域有限差分法计算得到的房间简正频率与经典公式的计算值吻合很好。

3.3 坐席低谷现象模拟对比

坐席低谷现象是一种典型的低频室内声学现象，低谷现象发生在大约 80~200 Hz 的频率范围，能有 15~20 dB 的衰减，低谷效应导致低频声能的衰减，对观众听闻引起比较严重的不良影响，因此，坐席低谷现象引起了声学工作者的广泛兴趣。研究者在真实的音乐厅和缩尺模型中测量声的传播特性，总结低谷效应的规律，分析低谷效应的原因，寻求减小低谷效应的方法。1996 年，Joe LoVetri 应用时域有限差分法模拟了坐席低谷现象，他对墙壁和坐席表面均作了刚性假设。本文的边界条件是否能够运用于实际问题，低谷效应模拟将是一个很好的验证。

我们模拟的房间尺寸为 12m×5m×4m，房间中有 10 排坐椅，椅背厚 2 个网格 0.2m，两排坐椅间隔 8 个网格 0.8m，椅背高 9 个网格

表 1 简正频率模拟值与计算值对比

振动方式 (n_x, n_y, n_z)	1,0,0	0,1,0	0,0,1	1,1,0	1,0,1	0,1,1	1,1,1	2,0,0	0,0,2	0,2,0
计算值 /Hz	19.1	28.7	43.0	34.5	47.1	51.7	55.1	38.2	86.0	57.3
模拟值 /Hz	19.0	29.0	42.5	34.2	46.8	52.0	55.5	38.0	86.0	57.0

0.9m, 受声点 R111、R211、R311、R411、R511 离地面高 1.2m, R412 离地面高 2.1m, R412 离地面高 3m, 房间的模型及声源与受声点的分布如图 4 所示，图中尺寸以网格为单位，由于研究低频问题，取 0.1m 的空间网格，考虑实际房间通常有内部装饰，为了使研究更符合实际，假设墙壁的平均吸声系数为 0.15。

模拟首先计算得到受声点的脉冲响应，然后，通过 Fourier 变换得到传输函数。我们得到的低谷效应同声源到受声点间坐椅排数及低谷效应同受声点与地面间高度的关系，如图 5 和图 6 所示。

模拟发现，低谷效应随着声源到受声点间坐椅排数的增加而增强，最大的低谷深度达到 20dB 以上，而随着受声点离地面高度的增加低谷效应减弱。研究结果与 Joe LoVetri^[3] 的模拟及相关研究^[10-12] 相吻合。

4 测量验证

为进一步验证文中提出的边界条件，我们模拟并实测了 -10.6m×5.8m×3.4m 房间中，声源位于：S(1.5m, 5.8m/2, 1.5m)，受声点位于下列 7 个受声点处的脉冲响应：R0(10.6m/2,

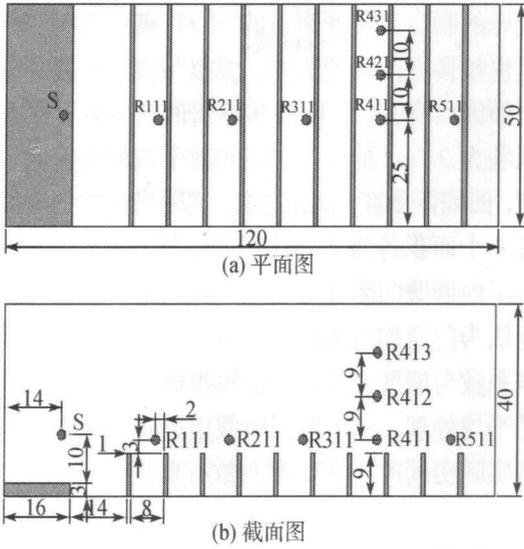


图 4 房间模型

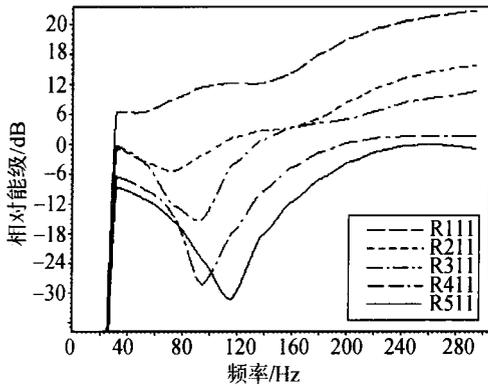


图 5 低谷效应同声源到受声点间座椅排数的关系

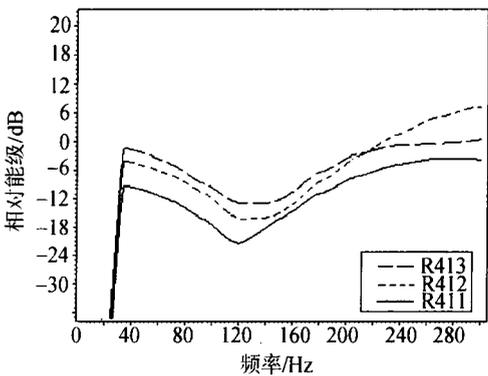


图 6 低谷效应同受声点与地面间高度的关系

5.8m/2, 3.4m/2)、R1 (10.6m/2, 5.8m/2, 1.2m)、R2(10.6m/2, 5.8m/4, 1.2m)、R3[10.6m(3/4), 5.8m/2, 1.2m]、R4 [10.6m(3/4), 5.8m/4, 1.2m]、R5[10.6m(5/8), 5.8m(3/4), 1.2m]、R6

[10.6m(7/8), 5.8m(3/4), 1.2m]。

房间为新装修空房，内表面积有约为 235 m²，地板砖地面，其它 5 个面为砖墙抹灰或水泥板抹灰，地面、墙壁及天花在低频段的吸声系数在 0.02 到 0.03 之间^[13]。考虑有 4 个 2.4 m² 的铝合金框玻璃窗和 2 个 2.7 m² 木门，玻璃窗低频段的吸声系数在 0.12 到 0.35 之间，木门低频段的吸声系数在 0.10 到 0.16 之间^[12]所以，模拟时取房间各个侧面的平均吸声系数为 0.022。房顶有 4 条梁，沿长度方向的 2 条梁均宽 20cm，深 20cm，分布在 1/3 和 2/3 宽度位置，沿宽度方向的 2 条梁均宽 22cm，深 50cm，分布在 1/3 和 2/3 长度位置，房间模型及声源和受声点位置分布如图 7 所示。测量时关闭门窗。

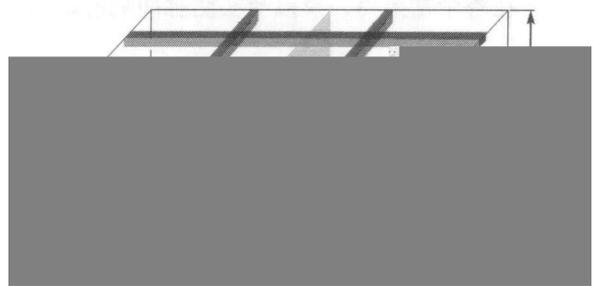


图 7 房间模型及声源和受声点位置分布

实测时，用计算机产生 MLS 信号，经过 D/A 转换、放大送入无指向性 12 面体声源，声音经室内传播，被传声器接收、经放大、A/D 转换后送入计算机，然后用 Dirac 软件进行计算分析，实验原理如图 8 所示。

模拟与实测得到了几个受声点的脉冲响应。图 9 给出了 R0、R1、R5、R6 四个受声点的脉冲响应对比，实测与模拟图的采样频率均为 3200Hz，为方便比较，各图声压幅度进行了归一化处理，将实测与模拟图绘与同一图 9 中，上半为实测脉冲响应，下半为为模拟脉冲响应，时间轴单位为秒。

通过 Dirac 软件计算受声点的脉冲响应，得到各受声点的 EDT 的对比数据，列于表 2 中。

