

子空间方法用于宽容的自适应波束形成*

邹丽娜^{1†} 李春晓²

(1 杭州应用声学研究所声纳技术国防科技重点实验室 杭州 310012)

(2 浙江大学信息与电子工程系 杭州 310027)

摘要 由于浅海波导和接收阵本身存在大量的不确实性,使得接收到的阵数据产生严重的失真,而常见的自适应波束形成方法如 MVDR 对失配很敏感。为此,本文提出了一种宽容性的自适应子空间波束形成方法。考虑一个具有空间特征的信号位于已知的子空间,但在子空间中的具体位置未知,并将干扰建模为子空间干扰。首先对未知参量进行最大似然估计,代入似然比检测中得到广义似然比检测(GLRT),从而得到子空间波束形成器。通过对不同失配情况下仿真以及实际海试数据处理验证了子空间波束形成器的性能,仿真和实验数据处理结果表明,子空间波束形成器比 MVDR 更宽容,比较明显提高检测和估计性能。

关键词 子空间, 不确定性, 宽容的自适应波束形成

Subspace approach to robust adaptive beamforming

ZOU Li-Na¹ LI Chun-Xiao²

(1 Hangzhou Applied Acoustics Research Institute, Hangzhou, 310012)

(2 Department of Information Science & Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, 310027)

Abstract The data received by an array are severely distorted due to the uncertainty of the array itself and the nonstationary in the shallow water waveguide. The traditional adaptive beamformings such as the minimum-variance distortionless response (MVDR) are extremely sensitive to these mismatches. In this paper, a robust adaptive subspace beamforming is presented. It is assumed that the signal of interest belongs to a known linear subspace but that its coordinates within this subspace are otherwise unknown, and the interferences are also in some subspaces. First, the unknown parameters are estimated using maximum-likelihood estimator. Next, the maximum-likelihood estimates are used to derive a generalized likelihood ratio test (GLRT). The GLRT detector is called subspace beamforming. The performance of the subspace beamforming is illustrated by means of simulations under the conditions of several kinds of mismatches and by the experimental in-sea data. The results of simulations and experimental data show that subspace offers an improved performance on estimation and detection and is more robust than MVDR.

Key words Subspace, Uncertainty, Robust adaptive beamforming

2006-11-16 收稿; 2007-05-21 定稿

* 资助项目: 海洋 973 项目资助(51321ZZT21B)。

作者简介: 邹丽娜(1976-), 女, 哈尔滨人, 博士研究生, 研究方向: 水声信号处理。

李春晓(1975-), 女, 博士研究生。

† 通信联系人 E-mail: zoulina0717@163.com

1 引言

在声纳应用中,由 L 个阵元组成的阵接收信号表示为: $y(t) = x(t) + i(t) + n(t)$, 其中, $x(t) = as(t)$, $a \in C^L$ 是信号的驾驶矢量, $s(t)$ 是信号波形, $i(t) = Au(t)$, $i(t)$ 表示干扰, A 是干扰子空间, $u(t)$ 是干扰子空间中未知的位置参量, $n(t)$ 表示宽带噪声。在大部分情况下,由于无法校正的阵形、海洋中存在的不确实性、局部散射体或声源 DOA 的不确实性和其他一些原因,驾驶向量 a 的精确信息是很难获得的,实际的和预测的驾驶向量之间的差异对自适应波束形成具有严重的影响。因此,寻求宽容性的自适应波束形成方法一直是人们研究的热点问题。

最早提出的一些宽容的自适应波束形成方法主要用于缓解驾驶矢量误差的影响。这些方法中,对角线加载是一种非常有效的方法。在保留简单解的情况下,对角线加载对很多种误差能够补偿^[1],众所周知,对角线加载面临的重大难题就是加载强度的选择,以往是根据经验选择对角线加载强度,而文献[2]是将阵驾驶向量的不确实建模为球或椭圆集,此方法所导出的自适应波束形成器是广义协方差矩阵对角线加载,其加载值可通过求解包含协方差矩阵和球或椭球半径的特征方程得到,文献[3]将这种方法推广到同时考虑了小采样集的情况。文献[4]将驾驶向量建模成均值为 m 协方差为 C 的随机向量,在最小均方误差的理论框架下,寻求波形估计的误差最小化,从而得到波束形成器。还有 Bayes 方法^[5],将未知参数建模为具有已知的概率密度函数的随机变量。这些宽容性的波束形成器都具有清晰的理论背景和框架,对驾驶向量的不确实集采用了不同的建模方法。本文基于将不确实的驾驶向量建模为一个已知的线性子空间、将干扰建模为已知的子空间干扰的思想^[6],通过最大似然估计得到表征子空间的未知参

数,从而根据子空间信号匹配的思想,在存在子空间干扰的情况下检测信号是否存在并估计它的方位。由于实际应用中往往并不先验已知干扰子空间,本文提出自适应地估计干扰子空间的方法,从而完成子空间波束形成器的设计。通过仿真和实验数据处理结果中可以看出,此方法可以对抗各种失配带来的性能下降,具有较好的宽容性。

2 子空间波束形成的原理

2.1 信号驾驶矢量子空间的构成

假设实际的驾驶矢量表示为 $a = a(\phi)$, 而预测的驾驶矢量的方位角是 ϕ_0 , 也就是说对于 DOA 存在一个不确定度,假设这个误差 $\phi - \phi_0$ 很小,根据泰勒展开可以表示为^[3]:

$$a \simeq a(\phi_0) + \sum_{r=1}^k \frac{1}{r!} \frac{\partial^r a(\phi)}{\partial \phi^r} \Big|_{\phi_0} (\phi - \phi_0)^r$$

因此实际的驾驶矢量属于一个子空间 $[a(\phi_0) (\partial a(\phi) / \partial \phi) \Big|_{\phi_0} \cdots (\partial^k a(\phi) / \partial \phi^k) \Big|_{\phi_0}]$ 。例如在 Rice 信道中,驾驶矢量可以表示为:

$$a \simeq a_0 + \frac{1}{\sqrt{q}} \sum_{k=1}^q g_k a(\phi_k), \text{ 其中 } a_0 \text{ 是瞄准}$$

的方位, g_k 是零均值、独立同分布的随机变量,具有功率 σ_g^2 , ϕ_k 是独立随机变量,具有概率密度函数 $p(\phi)$, 驾驶矢量误差的协方差矩阵表示为:

$$C_a = \sigma_g^2 \int a(\phi) a^H(\phi) p(\phi) d\phi$$

当 ϕ_k 的标准偏差很小时,协方差矩阵 C_a 是不满秩的,可以定义一个有效秩 r ,它是 C_a 的特征值中最大的部分。因此 $C_a \approx U_r \Lambda_r U_r^H$, 其中 U_r 包含维特征矢量, Λ_r 是 r 维特征值的对角阵。实际的驾驶矢量可以近似为位于由 $H = [a_0 U_r]$ 展开的子空间中。

2.2 子空间波束形成器原理^[6]

L 维接收信号表示为: $y(t) = as(t) + Au(t) + n(t)$, 其中 $a = H\theta$, a 是信号的驾驶矢

量,它属于 p 维子空间 $\langle H \rangle$; $s(t)$ 是发射信号波形, A 的列表示 J 维干扰子空间 $\langle A \rangle$, $u(t)$ 表示干扰波形. $n(t)$ 是零均值, 方差为 $\sigma^2 I$ 的复高斯噪声. 假设 H 和 A 是已知的满秩矩阵, 子空间 $\langle H \rangle$ 和 $\langle A \rangle$ 是线性独立的, 且 $J + p < L$, 在只考虑空间处理时, 这表示干扰加源的个数小于阵元数. 在实际应用中, 不可能已知 A , 需要从实际数据中估计 A , 对 A 自适应估计的误差会使检测器性能下降. 已知 A 的情况作为本文讨论检测器性能的上限.

信号检测问题可以表示为二元假设检验问题:

$$\begin{cases} H_0: Y = AU + N \\ H_1: Y = H\theta s^T + AU + N \end{cases}$$

H_0 表示不存在信号, H_1 表示信号存在. $Y = [y(1) \cdots y(N)]$, $s = [s(1) \cdots s(N)]$, $U = [u(1) \cdots u(N)]$, N 是样本数. 由 NP 定理可知最佳检测器为似然比检测器, 在高斯噪声背景中, 对数似然比等价于似然比, 因此似然比检测器表示为: $L(Y) = \ln \frac{l(Y | H_1)}{l(Y | H_0)}$. 然而, 由于未知参量 s, u 和 θ 的存在, 无法得到闭合形式的似然比检测器, 因此, 利用 GLRT 的思想, 将未知参量用它的最大似然估计代替, 从而得到 GLRT 检测器. 在信号存在的假设条件下, 似然函数表示为:

$$l(Y) = \frac{\exp\{-1/\sigma^2 \sum_{t=1}^N \|y(t) - H\theta - Au(t)\|^2\}}{(\pi\sigma^2)^{mN}}$$

为了得到未知参量的 MLE, 要使 $l(Y)$ 最大化, 相当于

$$\begin{aligned} \Lambda &= \sum_{t=1}^N \|y(t) - H\theta - Au(t)\|^2 \\ &= \text{Tr}\{(Y - H\theta s^T - AU)(Y - H\theta s^T - AU)^H\}, \end{aligned}$$

通过计算, 可以得到: $\hat{s} = Y^T \hat{w}^*$, $\hat{w} = (\hat{\theta}^H G^H G \hat{\theta})^{-1} G \hat{\theta}$, $\hat{\theta} = P\{(G^H G)^{-1} G^H \hat{R} G\}$, $G = P_A^\perp H$, $P_A^\perp = I - P_A$, P_A 是 $\langle A \rangle$ 的投影, $\hat{R} =$

$N^{-1} Y Y^H$ 是采样协方差矩阵, 其中 $P\{\}$ 表示括号内矩阵的主特征向量. 将未知参数的 MLE 带入似然比得到:

$$\begin{aligned} L(Y) &= \ln \frac{\hat{l}(Y | H_1)}{\hat{l}(Y | H_0)} \\ &= \frac{1}{\sigma^2} [\|\hat{N}_0\|^2 - \|\hat{N}_1\|^2] \end{aligned}$$

$\hat{l}(Y | H_k)$ 表示在 k 假设下, 未知参量被它的最大似然估计替代后的似然函数. \hat{N}_0 和 \hat{N}_1 分别是 N 在 H_0 和 H_1 下的最大似然估计: $\hat{N}_0 = Y - A \hat{U}$, $\hat{N}_1 = Y - H \hat{\theta} \hat{s}^T - A \hat{U}$. 经过计算, 可以得到:

$$L(Y) = \frac{1}{\sigma^2} \sigma_{\max}^2 \{P_G Y\}$$

$\sigma_{\max}^2\{\}$ 表示最大括号内矩阵最大奇异值的平方. 这个检测器的物理意义是, 将接收数据投影到与干扰正交的信号子空间, 然后沿主检测方向进行能量检测. 我们将这个检测器用于阵数据处理中, 因此称这个检测器为子空间波束形成器. 当样本数 $N = 1$ 时, 检验统计量变为: $L(Y) = \frac{1}{\sigma^2} y^H P_G y$, 这个表达式即是 MSD 检测器^[7]. 在后面的仿真中, 比较了不同的 N 值对检测性能的影响.

2.3 干扰子空间的自适应估计

在实际应用中, 无法准确知道干扰子空间, 需要从实际数据中估计得到. 为此假设有 K 个训练数据矢量 $Y_1 \cdots Y_k$, 它们与检测数据中的干扰加噪声具有相同的统计特性, 则

$$\hat{R}_{i+n} = 1/K \sum_{k=1}^K Y_k^H Y_k = \hat{R}_i + \hat{R}_n = \hat{R}_i + \sigma^2 I$$

\hat{R}_{i+n} 是估计的干扰加噪声协方差矩阵. 对 \hat{R}_{i+n} 进行 SVD 分解, $\hat{R}_{i+n} = U_{i+n} \Lambda_{i+n} U_{i+n}^H$, 然后选取 Λ_{i+n} 中最大的 J 个特征值对应的 U_{i+n} 中的特征向量组成的空间为干扰子空间, 即 $A = U_J$, J 表示干扰子空间的维数, 由于特征值下降的很快, 在实际处理中, J 的值我们一般取 1 或 2.

3 仿真和实验数据处理

3.1 子空间检测器性能仿真

针对三种不同的失配,通过仿真得到的波束模式图比较了子空间波束形成器和最小方差无失真响应(MVDR)波束形成器^[1]的性能。仿真条件如下,使用20个阵元、半波长布阵的水平线阵。在 20° 和 50° 方向分别存在SIR为70dB和50dB的干扰。第一种失配是信号观测方向失配,即假设的方向与信号实际入射方向存在失配,它们之间存在 $\Delta = 5^\circ$ 的偏差。由图1可以看出,MVDR对这种小的信号观测方向失配很敏感,混淆了信号和干扰,因此将信号当作干扰抑制,造成了自零化现象,而子空间波束形成器性能则能不受影响。第二种失配是驾驶矢量失配,即水听器之间存在不确实的幅度和相位扰动。

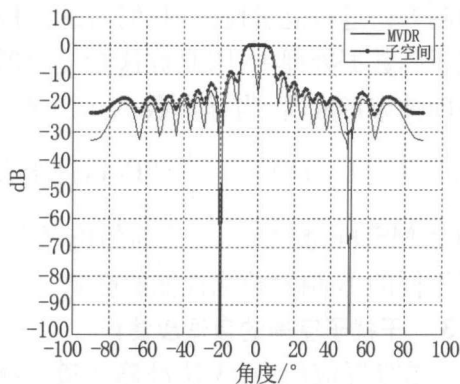


图1 观测方向失配时MVDR与子空间波束形成器的波束模式图

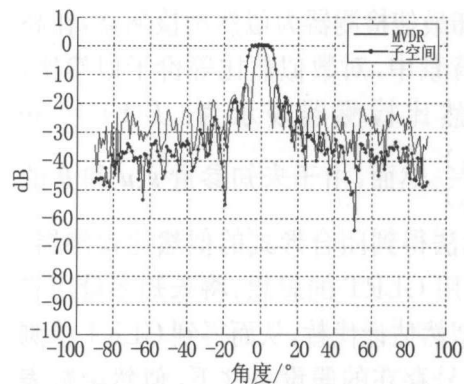


图2 阵驾驶矢量失配时MVDR与子空间波束形成器的波束模式图

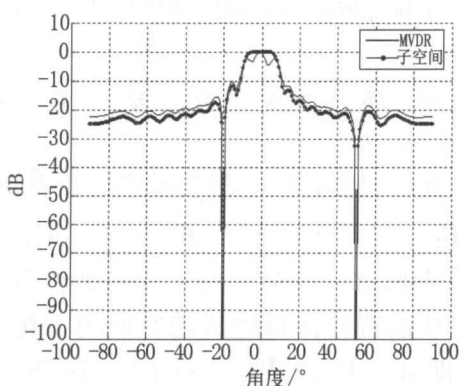


图3 相干扩展源失配时MVDR与子空间波束形成器的波束模式图

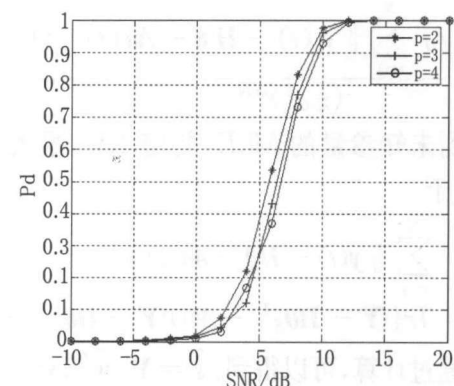


图4 不同信号子空间维数情况下子空间波束形成器检测概率与SNR的关系

由图2可以看出,这种失配使得MVDR对两个干扰失去抑制能力,而子空间波束形成器对干扰仍有抑制能力。第三种失配是相干空间局部散射源造成的失配。实际信号从10个不同方向入射, $\mathbf{a} = \mathbf{a}_0 + \sum_{i=1}^{10} e^{j\varphi_i} \mathbf{b}(\theta_i)$, \mathbf{a}_0 相当于直达路径,第 i 个平面波 $\mathbf{b}(\theta_i)$ 从 θ_i 入射到阵, θ_i 服从零均值、方差为1的高斯分布, φ_i 是区间 $[0, 2\pi]$ 均匀分布。图3显示相应的波数模式图;在这种失配条件下,MVDR无法保证直达波信号无失真的通过,而子空间波束形成器性能无影响。图4研究了当 \mathbf{a} 的子空间不是精确已知的情况下子空间波束形成器的宽容性,通过在不同子空间维数情况下检测概率与SNR的关系可以看出,子空间波束形成器对信号子空间的维数很宽容。

3.2 实验数据处理

利用子空间波束形成器对实际的海试和湖试数据进行检测,并与 MVDR 进行比较。图 5 和图 6 是分别利用 MVDR 和子空间波束形成对某次数据进行处理的结果。发射

LFM 脉冲信号,脉宽 2ms,频带 5kHz ~ 10kHz,接收阵是圆边界六角阵,91 个阵元。由处理结果可以看出,子空间波束形成与 MVDR 相比明显提高检测性能。

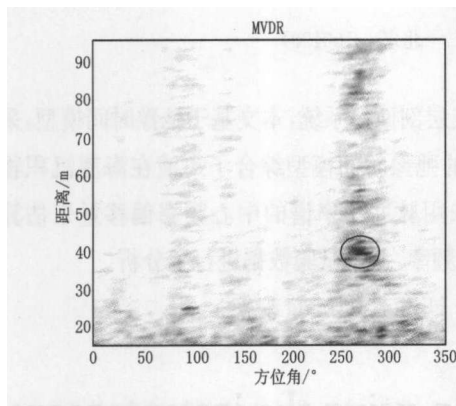


图 5 实际湖试数据 MVDR 处理结果

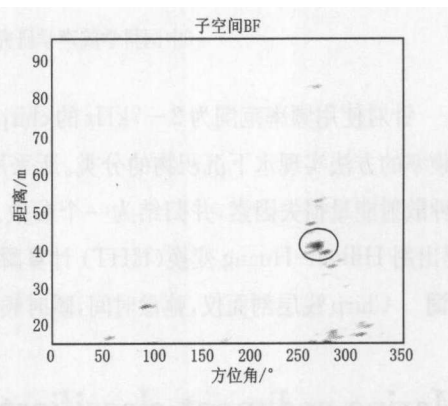


图 6 实际湖试数据子空间波束形成处理结果

4 结论

本文主要通过理论分析和实际数据处理,研究了子空间波束形成器的性能。通过理论仿真表明,子空间波束形成器对由海洋和接收阵本身存在的不确实性具有很好的宽容性,并且对信号子空间的维数也具有很好的宽容性,这使得在实际数据处理时,由于信号子空间建模的不准确带来的性能误差对检测性能影响不大。对干扰子空间的自适应估计提出了有效的估计方法,有利于进行时实数据的处理。从实际数据的处理结果可以看出,子空间波束形成器比 MVDR 具有更好的宽容性,明显提高检测性能。

参 考 文 献

- [1] B. D. Carlson. IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. 1988, 24: 397-401.
- [2] Sergiy A. Vorobyov, Alex B. Gershman, zhi-Quan Luo. IEEE Trans. Signal Process. 2003, 51(2): 313-324.
- [3] Jing-Ran LIN, Qi-Cong PENG, Qi-Shan HUANG. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2006, E89-A(9): 2356-2362.
- [4] Yonina C. Eldar, Arye Nehorai, Patricio S. La Rosa. IEEE Signal Processing Letters, 2006, 13(5): 288-291.
- [5] M. Viberg, A. Swindlehurst. IEEE Trans. Signal Process. 1994, 42(12): 3495-3507.
- [6] Olivier Besson, Louis L. Scharf, Francois Vincent. IEEE Trans. Signal Process., 2005, (53): 4453-4463.
- [7] L. Scharf and B. Friedlander. IEEE Trans. Signal Process., 1994, 42(8): 2146-2157.