

由波模频移确定矩形管道沉积层的厚度

尹业安¹† K. V. Horoshenkov²

(1 武汉科技学院 计算机科学学院 武汉 430079)

(2 英国布拉福德大学工程学院)

摘要 提出了用波模的频率偏移求矩形管道中沉积层厚度的方法。在已知无沉积层矩形管道内横截面的情形下,将测量的波模频率与用有限元计算得到的波模频率进行比对,确定沉积层的厚度。给出了有限元计算结果以及实验结果(长15m,截面为449mm×425mm的矩形管道,沉积层厚度分别为40mm和60mm)及其相对误差。实验和有限元计算的结果有很好的 consistency,验证了本方法的正确性。

关键词 波模频移, 矩形管道, 沉积层厚度, 有限元

Determination of layer's thickness in a rectangular pipe by modal frequencies' shifts

YIN Ye-An¹ K. V. Horoshenkov²

(1 College of Computer Science, Wuhan University of Science and Engineering, Wuhan 430079)

(2 School of Engineering, Design and Technology, University of Bradford, UK)

Abstract This article proposes a method to determine the thickness of the sediment in a rectangular pipe by modes' frequencies shifts. By comparing the measured modes' frequencies to that calculated by FEM, the thickness of the layer can be determined. Comparison results calculated by FEM to the measured data (with a 15m long, 449mm×425mm rectangular pipe, 40 and 60 mm sediment layer) are also given. The results show that they match very well and the method is validated.

Key words Modal frequency shift, Rectangular pipe, Sediment thickness, FEM

2007-01-22 收稿; 2007-05-04 定稿

作者简介:尹业安(1959 -),男,武汉市人,博士,教授。研究方向:声学测量技术,计算机数值计算。

K. V. Horoshenkov(1965 -),男(英国),博士,教授,博士生导师。

† 通信联系人 E-mail: yinyean@yahoo.com

1 引言

应用声学原理测量和计算管道中沉积层的厚度、障碍物的形状和定位等,一直是声学研究感兴趣的课题。1967 年, M. R. Schroeder 和 P. Mermelstein 分别使用声学方法测量出人的声带尺寸和形状^[1,2];以后, M. El-Raheb 和 P. Wagner, Qunli Wu 和 Fergus Friche, Salis 等分别用特征频率的偏移计算管道中障碍物的形状与位置,均得到了与实际测量较一致的结果^[3-6]。这些计算都是假设声波为平面波而得到的。随着管道截面尺寸的增大,平面波的频率变低而波长变长,当障碍物的尺寸与波长可比拟时,其测量的误差是不可接受的。在管道截面尺寸较大的情形,平面波的频率极低,测量误差很大而无法应用。目前,对于此种三维情形,由于无理论解,故应用一直是空白。近来,本文作者提出了一种将二维有限元解转化为三维解的数值计算方法^[7],用于计算声波在管道中的波模频率和衰减。在管道中沉积层的改变为均匀变化(即无突出段)的简单情形下,本文应用此方法以计算出不同厚度时沉积层的波模频率,而通过对比可得出变化后的沉积层尺寸。

2 问题的描述

考虑的矩形管道为无限长,管壳的刚性及厚度足够以至穿过管壁的声能量可忽略不计;全管的内横截面(宽为 L_x , 高为 L_h)及边界条件沿管的延伸方向保持一致。设管内的沉积层均匀地铺设在管道的底部,沉积层厚度为 D ,如图 1 所示。图中,管道内壁和沉积层的表面声导纳分别定义为 β_1 和 β_2 , L_y 为沉积层至管道顶部的高度,且有

$$D = L_h - L_y \tag{1}$$

底部沉积层厚度的变化导致 L_y 的变化,从而引起波模频率的变化。对于刚性边界,可由理论解得到其频率偏移与高度 L_y 之间的关系。但对于具有声学吸收边界的管壁和沉积层,则

无理论解。若已知其声导纳,则可以通过数值计算方法(如有限元法)得到其波模频率的数值解。

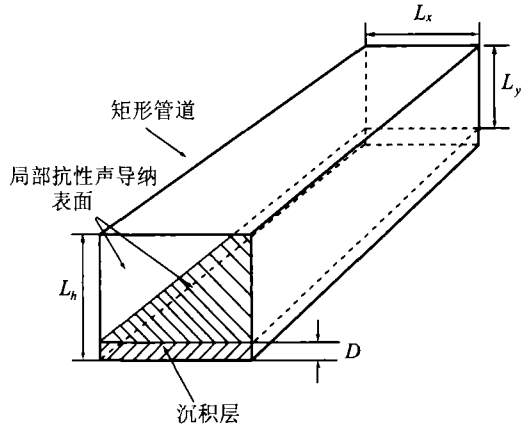


图 1 矩形管道及管道底部的沉积层示意图

3 内壁和沉积物表面为刚性边界时的理论解

考虑的矩形管道如上所述,并假设其内壁及其沉积物表面的声学特性为全刚性,则其波模频率的解为^[8]

$$f_{n_x, n_y} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2} \quad n_x, n_y = 0, 1, 2, \dots \tag{2}$$

上式中, c 为空气中声速。

由(2)式可得:

$$L_y = \frac{n_y}{\sqrt{\left(\frac{2f_{n_x, n_y}}{c}\right)^2 - \left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2}} \quad n_y \geq 1 \tag{3}$$

将公式(3)代入(1),可求出沉积层厚度 D 与波模频率 f_{n_x, n_y} 之间的关系:

$$D = L_h - \frac{n_y}{\sqrt{\left(\frac{2f_{n_x, n_y}}{c}\right)^2 - \left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2}} \quad n_x, n_y = 0, 1, 2, \dots \tag{4}$$

表 1 列出了 $L_x = 4.49\text{m}$, $L_h = 4.25\text{m}$ 时,沉积层厚度 D 与波模频率之间的对应关系(沉积层厚度的变化从 0 ~ 100mm, 间隔为 10mm)。

表1 沉积层厚度 D 与波模频率之间变化的对应值

波模频率 $f_{n,n}$	沉积层厚度 D (mm)										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f_{0,1}$ (Hz)	402.4	412.1	422.0	432.9	444.2	456.0	468.5	481.7	495.7	510.4	526.2
$f_{1,1}$ (Hz)	554.0	561.1	568.6	576.6	585.1	594.1	603.8	614.1	625.1	636.9	649.5
$f_{0,2}$ (Hz)	804.7	824.1	844.4	865.8	888.3	912.0	937.0	963.4	991.3	1020.9	1052.3

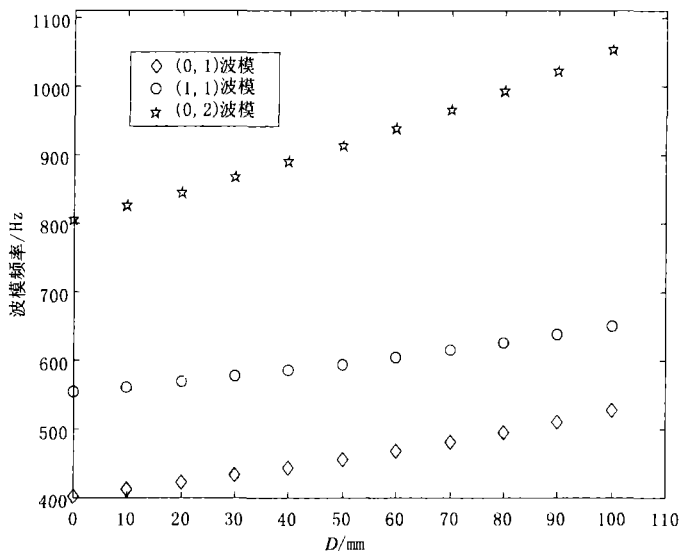
图2 波模频率与沉积层厚度 D 的变化关系

图2为表1所对应的频率与沉积层厚度 D 的变化关系曲线。由图2可见,当沉积层厚度增加时(矩形管道横截面面积变小),波模的频率也相应增加。需要说明的是,由于在水平方向上尺寸无变化,对于在水平方向无变化的波(如 $1-0$, $2-0$, $3-0$ 波模)则频率几乎无变化,故沉积层高度 D 变化时对其影响可忽略,所以在此未列出其变化曲线。当将测量的波模频率与计算的波模频率进行比较,则可得对应的沉积层高度 D 值。事实上,管壁和沉积层决不是刚性的,此时计算的沉积层高度 D 将有一定的误差,但作为估计值还是具有参考价值的(例如在封闭的管道内,快速确定有无沉积物)。

4 有限元解

实际情况下,底部的沉积层和管壁均具有

声吸收特性。此时无解析解,只能用数值方法(有限元和边界元)求解。根据参考文献^[7],对管道进行有限元分析后得系统矩阵方程:

$$\left\{ \left[\begin{array}{cc} 0 & I \\ [K][M]^{-1} & [D][M]^{-1} \end{array} \right] - \chi' \right\} \begin{bmatrix} P \\ \chi P \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

式中, $[K]$, $[M]$, $[D]$ 分别是刚性矩阵、质量矩阵和阻尼矩阵, I 是单位矩阵。刚性矩阵、质量矩阵是由管道内横截面的几何尺寸决定的,而边界条件(声导纳)决定阻尼矩阵。方程式(5)是一个特征根方程,其解分为特征根和特征向量两部分。特征向量代表了波模的相对声场分布;特征根的实部经计算可得波模的频率而虚部可得波模的衰减系数^[7]。

有限元计算的主要问题是,如何确定表面声阻抗。对于内壁,可以在无沉积层时进行测量。对于沉积层表面可以采用两种方法。第

一种方法是使用测量仪器,事前取不同厚度的材料层进行测量,得到其声阻抗;第二种方法是由材料层的物理参数(厚度、密度、孔隙率、孔径特征值等)通过公式计算得出其声阻抗^[9]。由于某种材料的物理参数只需测量一次,故后者更简单。在本研究实验中,一种细小鹅卵石被铺设在管道的底部,其物理参数如下:

厚度 = 40, 60mm; 密度 = 2600kg/m³; 孔隙率 = 0.35; 孔径特征值 = 7.3mm; 曲折度值 = 1.35
应用 Voronina 计算公式^[9]对以上参数进行计算可得到不同层厚时的声导纳,并作为边界条件值输入给计算程序。表2列出了当矩形管道的长为425mm,宽为449mm时,管道底管铺设细小鹅卵石,由有限元计算得到的各个波模的频率值和沉积层厚度 D 的关系。

表2 有限元计算的各个波模的频率值与沉积层厚度 D 的值波模频率

波模频率 $f_{n,n}$	沉积层厚度 D (mm)										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$f_{0,1}$ (Hz)	401	412.8	425.7	439.4	454.3	470.5	488.6	509.2	533.7	565	609.4
$f_{1,1}$ (Hz)	554.0	563.8	575	587	600.8	616.4	634.8	658	690.2	742	791

对比表1和表2,可以发现:(1)在相同的层厚情形下,刚性边界所对应的频率偏移要小于吸收边界对应的频率偏移,说明声学吸收材料对频率是有影响的。(2)吸收层越厚,其对频率的影响越大,即频率偏移量越大。

5 实验方法及与有限元计算的结果对比

一个长15m宽4.25m高4.49m的矩形管道被用于实验。在管的一端放置一扬声器,用以产生激励声波;在管的另一端放置了由七个

传声器组成的阵列,以采集各波模的声能。扬声器至传声器阵列的距离为14m。在底部铺设了细小鹅卵石,以形成沉积层,其宽度为4.25m,厚度分别为40mm和60mm。鹅卵石层的声学导纳由驻波管法(B&K 4206驻波管和2032双通道信号分析仪)测得(应用前叙的Voronina公式计算可得到几乎一致的声导纳值),作为边界条件值输入至计算程序。

为得到良好信噪比的信号,采用了最大长度序列信号系统(MLSSA)。此时间序列信号经分段快速傅里叶变换后成为时间(距离)-频率信号,如图3所示。

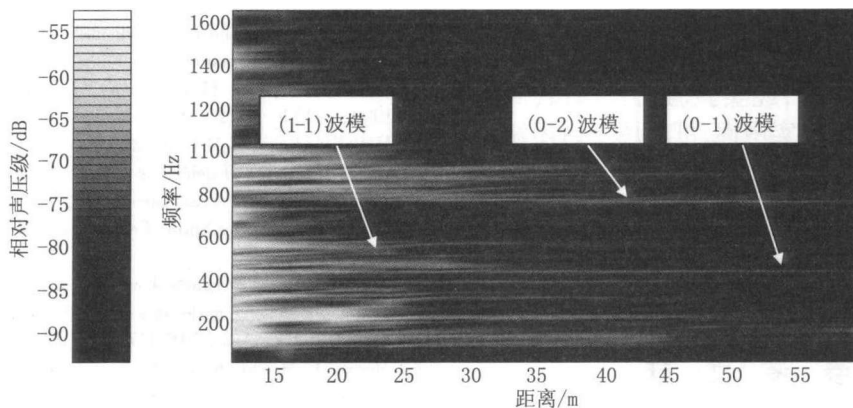


图3 相对声压级对距离的频谱图

图3中横轴方向为距离,纵轴方向为频率;白色部分代表声压级高,黑色部分代表压级低。从图中可以清晰地看到各波模的传播轨迹,并由此可检测出各波模的传播频率值。

在沉积层为40mm和60mm厚时测得的最低的2个波模的频率值如表3所示,同时表3也给出了有限元计算值以及二者之间的相对误差。

表3 40mm和60mm厚时测量的最低2个波模的频率值沉积层厚度

沉积层厚度	40mm		60mm	
波模	0-1	1-1	0-1	1-1
有限元计算值	452Hz	601Hz	488Hz	633Hz
测量值	455Hz	609Hz	502Hz	622Hz
相对误差(%)	0.66	1.3	1.7	2.8

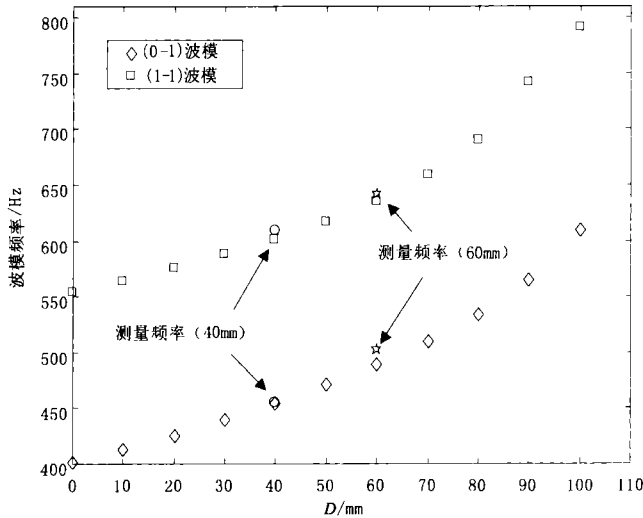


图4 有限元计算的(01)、(1-1)波模频率值和层厚为40、60mm的测量值

图4显示的是沉积层为40mm和60mm厚时测量的频率值,以及有限元计算的(0-1)、(1-1)波模在各种层厚时的频率值。由图可见,有限元计算值与测量的频率值相当接近。

6 结论

本文提出的由波模频率偏移求矩形管道沉积层厚度的方法,经实验验证,具有较高的测量精度和一定的实用性,可应用于封闭矩形管道的监测和测量。

致谢 作者在此感谢英国工程和物理科学研究委员会提供的研究项目资金(EPRSC Grant No. GR/R34752/01)。

参 考 文 献

- [1] M. R. Schroeder. "Determination of the Geometry of the Human Vocal Tract by Acoustic Measurements," J. Acoust. Soc. Am., 1967, 41(4), 1002-1010.
- [2] P. Mermelstein. "Determination of the Vocal-Tract Shape from Measured Formant Frequencies," J. Acoust. Soc. Am., 1967, 41(5), 1283-1294.
- [3] M. El-Raheb and P. Wagner. "Acoustic propagation in rigid ducts with blockage," J. Acoust. Soc. Am., 1982, 72(3), 1046-1056.
- [4] Qunli Wu and Fergus Friche. "Determination of blocking locations and cross-sectional area in a duct by eigenfrequency shifts," J. Acoust. Soc. Am., 1990, 87(1), 66-75.
- [5] M. H. F. De Salis and D. J. Oldham. "Determination of the Blockage Area Function of A Finite Duct From A Single Pressure Response Measurement," J. Sound and Vib., 1999, 221(1), 180-186.
- [6] M. H. F. de Salis, B. M. Gibbs & D. J. Oldham. "The location and identification of defects in pipes and ducts by means of resonance and anti-resonance shifts," CD-ROM Proc. of Institute of Acoustics Spring Conference, Salford University, Salford (2002).
- [7] Y. Yin and K. V. Horoshenkov. "Attenuation of the higher-order cross-sectional modes in a duct with a thin porous layer," J. Acoust. Soc. Am., 2005, 117(2), p528-535.
- [8] Mores, P. M and Ingard, K. U. (1986). Theoretical Acoustics. Princeton University Press. Princeton.
- [9] N. N. Voronina, K. V. Horoshenkov. "A new empirical model for the acoustic properties of loose granular media," Appl. Acoust., 2003, 64(4):415-432.