

夹心式压电超声换能器串并联 传输矩阵设计法

黄振伟 傅波[†] 穆飞

(四川大学制造科学与工程学院 成都 610065)

摘要 将压电环片等效为一有源六端网络,考虑预应力螺栓对系统建模的影响,并将其等效为一机械四端网络,基于串并联传输矩阵法,建立了 Langevin 换能器的总体网络模型,导出其总传输矩阵,进而推算出换能器的共振频率。结果显示该方法比普遍采用的 Langevin 换能器传输矩阵设计法有更高的参量计算精度。此方法也为分析换能器其它电学参数提供了方便。

关键词 Langevin 换能器,传输矩阵法,四端网络,预应力螺栓

Piezoelectric sandwich transducer design via mixed transfer matrix method

HUANG Zhen-Wei FU Bo MU Fei

(College of Manufacturing Science and Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065)

Abstract The pre-stressed bolt and the piezo-element are equivalent respectively to a four-pole element description and a six-pole element description in the modeling of the Langevin transducer. Based on the mixed transfer matrix method, the four-pole element description of the Langevin transducer is built up and the total transfer matrix relation is derived. The resonance frequency of the transducer is then calculated. Experimental result shows that the mixed transfer matrix is a better vibration model of the Langevin piezoelectric transducer than the conventional. This method may also be applied in the analysis of other electrical characteristics of piezoelectric transducers.

Key words Langevin transducer, Transfer matrix methods, Four-pole description, Pre-stressed bolt

2007-08-27 收稿; 2008-07-09 定稿

作者简介:黄振伟(1981 -),男,硕士研究生,研究方向:超声振动技术及应用。

傅波(1969 -),男,工学博士,副教授。穆飞(1983 -),女,硕士研究生。

[†] 通信联系人 E-mail: scufubo@gmail.com

1 引言

Langevin 换能器(即夹心式压电超声换能器)^[1,8]是在功率超声领域中最广泛使用的换能器。对 Langevin 换能器的设计建模,有多种方法:传统解析法、等效电路法、传输线法、有限元法和传输矩阵法(或四端网络法)等^[2,7],而传输矩阵法因其简明有效被许多研究者所采用^[3-7]。

在基于传输矩阵法的 Langevin 换能器的建模过程中,普遍是将有源的压电片等效为一有源的机械四端网络^[4-7],同时忽略预应力螺栓的影响,因而建立的模型存在一定的误差,而且也无法求得换能器系统与电学量有关的参数。

本文将压电环片等效为一有源的六端网络,同时考虑预应力螺栓的影响,将其等效为一机械四端网络,并作为一并联环节加入到换能器的总体网络模型中,由此将串联传输矩阵法扩展为串并联传输矩阵法,对 Langevin 换能器进行系统建模。

2 串并联传输矩阵法基本原理

传输矩阵法只适用于一维的振动系统。对于 Langevin 换能器,如果其横向尺寸远小于声波长 λ (通常不超过 $\lambda/4$),可视其振动为纯的一维纵向振动,因此可使用传输矩阵法对其进行建模分析。本文所研究的 Langevin 换能器满足以上应用条件。

Langevin 换能器主要由前后机械杆和压电片组成,并通过一预应力螺栓连接而成。传输矩阵法的基本步骤是^[2]:第一,把换能器分为简单的机械杆和压电元件两部分,并用串、并联四(六)端网络的形式予以连接;其次,根据变形连续和力相等原则,把各个构件的传输矩阵串并联,得到换能器的总传输矩阵关系式,从而可对换能器进行设计,或对其性能进行分析。

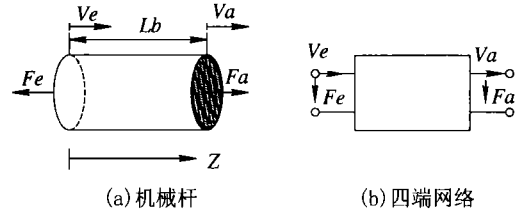


图 1

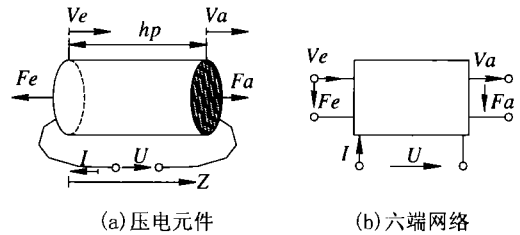


图 2

2.1 传输矩阵

如图 1 所示,机械杆的左右两端有作用力 F 和振动速度 V ,在谐波振动的情况下,它们之间可通过 2×2 的传输矩阵 A^m 予以关联,即:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{F}_a \end{pmatrix} = A^m \begin{pmatrix} \hat{V}_e \\ \hat{F}_e \end{pmatrix} \quad (1)$$

其向量形式为: $\hat{\underline{X}}_a = A^m \hat{\underline{X}}_e$, 其中, 向量 $\hat{\underline{X}}_a = \begin{pmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{F}_a \end{pmatrix}$, $\hat{\underline{X}}_e = \begin{pmatrix} \hat{V}_e \\ \hat{F}_e \end{pmatrix}$ 。上式及以下公式中的“ $\hat{\underline{\quad}}$ ”表示复数变量,“ \sim ”表示幅值。

对于压电元件,将电学量引入,用一六端网络等效^[2],如图 2,其传输矩阵关系式为:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_a \\ \hat{F}_a \\ \hat{I} \end{pmatrix} = A^p \begin{pmatrix} \hat{V}_e \\ \hat{F}_e \\ \hat{U} \end{pmatrix} \quad (2)$$

其中 A^p 为 3×3 的传输矩阵, \hat{I} 和 \hat{U} 分别为输入电流和电压。(2)式也可以写为向量形式:

$$\begin{pmatrix} \hat{\underline{X}}_a \\ \hat{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^{pm} & A^{pem} \\ A^{pme} & A^{pc} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\underline{X}}_e \\ \hat{U} \end{pmatrix} \quad (3)$$

即 $A^p = \begin{pmatrix} A^{pm} & A^{pem} \\ A^{pme} & A^{pc} \end{pmatrix}$, 传输矩阵 A^m 和 A^p 的具体表达式可以通过机械杆理论、压电方程及边

界条件来推导^[2]。 A^p, A^m 见附录。

2.2 传输矩阵的并联

机械杆和压电元件间共有四种基本的串联方式, 对应的传输矩阵关系式可参见文献[2]。

当机械杆或压电元件间并联时, 其传输矩阵关系式可按如下方法推导。以两压电元件并联为例, 其结构示意图及网络模型分别见图 3 和图 4。图 3 中压电元件 1 和 2 的并联, 从物理意义上来说, 就是元件 1 和 2 左(右)端面的振动速度相等, 同时作用在元件 1 和 2 左(右)端面的力之和等于作用在该端面总的作用力。由此可得如下输入输出关系式:

$$\hat{V}_e = \hat{V}_{e1} = \hat{V}_{e2}, \hat{V}_a = \hat{V}_{a1} = \hat{V}_{a2} \quad (4)$$

$$\hat{F}_e = \hat{F}_{e1} + \hat{F}_{e2}, \hat{F}_a = \hat{F}_{a1} + \hat{F}_{a2} \quad (5)$$

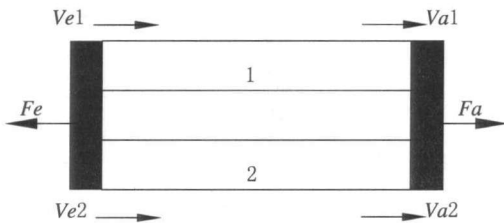


图 3 元件并联结构示意图

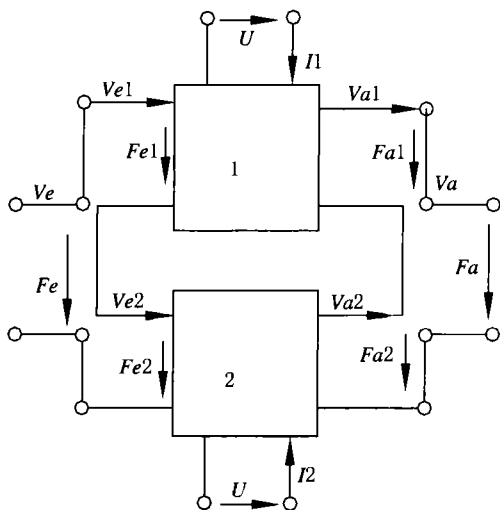


图 4 元件并联网络模型

有传输矩阵表达式:

$$\begin{pmatrix} \hat{F}_e \\ \hat{F}_a \\ \hat{I} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{F}_{e1} \\ \hat{F}_{a1} \\ \hat{I}_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{F}_{e2} \\ \hat{F}_{a2} \\ \hat{I}_2 \end{pmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{pmatrix} \hat{V}_{e1} \\ \hat{V}_{a1} \\ \hat{U} \end{pmatrix} + \mathbf{T}_2 \begin{pmatrix} \hat{V}_{e2} \\ \hat{V}_{a2} \\ \hat{U} \end{pmatrix} \quad (6)$$

化简成向量表达式为:

$$\begin{pmatrix} \hat{F} \\ \hat{I} \end{pmatrix} = (\mathbf{T}_1 + \mathbf{T}_2) \begin{pmatrix} \hat{V} \\ \hat{U} \end{pmatrix} \quad (7)$$

其中, 向量 $\hat{F} = \begin{pmatrix} \hat{F}_e \\ \hat{F}_a \end{pmatrix}$, $\hat{V} = \begin{pmatrix} \hat{V}_e \\ \hat{V}_a \end{pmatrix}$, \mathbf{T}_1 和 \mathbf{T}_2 是 3×3 阶传输矩阵, 同理, 其具体表达式可以通过机械杆理论、压电方程及边界条件来推导^[2]。

利用以上的并联关系式结合机械杆和压电元件之间的基本串联关系式, 可以推导出换能器的总体传输矩阵关系式。

3 换能器传输矩阵关系式的建立

不失一般性, 以对称 Langevin 换能器作为研究对象, 图 5 为其结构示意图。该换能器的压电环片数 N_p 为 4, 压电环片厚度 h_p 为 2mm, 压电环体总厚度 Nh_p 为 8mm。各段的长度 $L1 = L8 = 15.6\text{mm}$, $L2 = L7 = 4.2\text{mm}$, $L3 = L5 = 8.4\text{mm}$; 预应力螺栓长 $L6 = 24.8\text{mm}$, 金属杆小端直径 $Dt1 = 13\text{mm}$, 及其大端直径 $Dt = 14\text{mm}$, 压电环片外径为 12.7mm, 内径为 5.2mm。

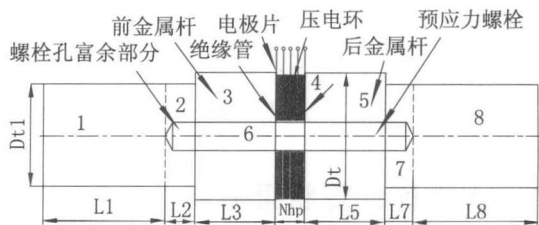


图 5 对称 Langevin 换能器结构

3.1 换能器串联传输矩阵的推导

在通常的 Langevin 换能器传输矩阵建模中, 未考虑预应力螺栓的影响, 把压电环近似等效为压电片, 并将其等效为无源的机械四端

网络,换能器总的四端串联网路模型见图6,由此可推出其总传输矩阵关系式为:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_{-a5} \\ \hat{F}_{-e1} \end{pmatrix} = TrMtx_s \begin{pmatrix} \hat{V}_{-e1} \\ \hat{F}_{-e1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

其中 $TrMtx_s = \begin{pmatrix} a_{11}^{ST} & a_{12}^{ST} \\ a_{21}^{ST} & a_{22}^{ST} \end{pmatrix}$ 是换能器的串联总传输矩阵, $a_{ij}^{ST} (i, j = 1, 2)$ 是材料、尺寸及振动频率的函数。

3.2 换能器串并联传输矩阵的推导

图5换能器中的1和8是两端阶梯段金属杆的实心部分,2、7是螺栓孔富余部分,3、5是与螺栓相拧紧的部分,6是预应力螺栓,4是压电环体。用串并联法建模时,根据变形连续和力相等原则,得其中3、5与4成串联关系,再与螺栓6并联,等效为网络模型就是图7中的虚线框部分。由于声波在实心杆和

空心杆中的传输速率不同,所以分别把两端的阶梯段部分分成1、2和7、8,同理这些部分是串联的关系。串联以上三部分就得到图7的四(六)端串并联网路模型。根据基本串联方式和并联关系,可得换能器的总传输矩阵关系式为:

$$\begin{pmatrix} \hat{V}_{-a8} \\ \hat{F}_{-e1} \\ \hat{I} \end{pmatrix} = TrMtx_p \begin{pmatrix} \hat{V}_{-e1} \\ \hat{F}_{-e1} \\ \hat{U} \end{pmatrix} \quad (9)$$

其中 $TrMtx_p = \begin{pmatrix} a_{11}^{PT} & a_{12}^{PT} & a_{13}^{PT} \\ a_{21}^{PT} & a_{22}^{PT} & a_{23}^{PT} \\ a_{31}^{PT} & a_{32}^{PT} & a_{33}^{PT} \end{pmatrix}$ 是换能器的串并联总传输矩阵,同样矩阵元 $a_{ij}^{PT} (i, j = 1, 2, 3)$ 是材料参数、尺寸参数和振动频率的函数,它们由程序自动导出。

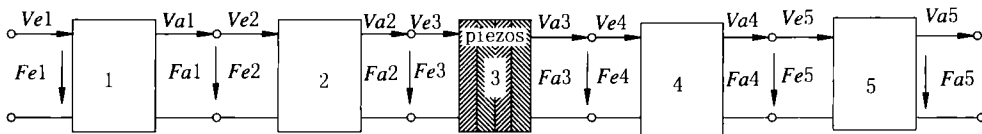


图6 对称 Langevin 型换能器通常的四端网络模型

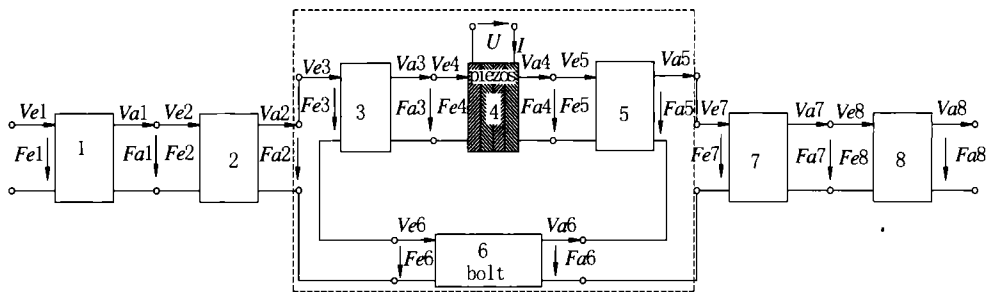


图7 对称 Langevin 型换能器的本文的四(六)端串并联网路模型

4 本文模计算结果分析

根据(8)式所示的总体传输矩阵关系式,可求得系统的谐振频率等性能参数,或者根据给定的频率求出换能器的设计尺寸。而根据(9)式所示的总体传输矩阵关系式,除了可以完成以上的任务外,由于引入了电学量,还可

以方便地对系统与电量相关参数进行分析,如阻抗频率特性等^[2]。

下面把具体的换能器参数代入串联和串并联振动模型,分别求出换能器的理论共振频率值 f_r 。压电片选用PI公司的PIC-181,材料性能参数由表1给出,其中 d_{33} 为压电应变常数, g_{33} 为压电电压常数。采用HP4192A阻

抗分析仪测得换能器的实际共振频率为 33.66 kHz。

表 1 换能器材料性能参数

参 数 \ 名 称	金属杆	螺栓	压电片
密度 ρ (kg/cm ³)	7900	7900	7850
损耗率 $\tan\delta$ ($\times 10^{-4}$)	3.88	3.88	3.88
弹性模量 E ($\times 10^{11}$ kg/m ²)	2.1	2.1	1.32
d_{33} ($\times 10^{-12}$ mV ⁻¹)	--	--	265
g_{33} ($\times 10^{-3}$ VmN ⁻¹)	--	--	25.2
相对介电常数 ($\epsilon_{33}^r/\epsilon_0$)	--	--	1200

4.1 串联通常模计算结果

对两端均为自由端的换能器,有边界条件:

$$\hat{F}_{-e1} = \hat{F}_{a5} = 0 \quad (10)$$

把边界条件(10)式代入关系式(8),并取串联总传输矩阵元素 a_{21}^{ST} 的虚部为 0,由 Mathematic 程序求解该方程得一阶共振频率 $f_r = 32.75$ kHz,与实际测得值 33.66 kHz 比较绝对误差为 $|\Delta_s| = 0.91$ kHz,相对误差值为 2.69%。

4.2 串并联本文模计算结果

与串联情况类似,对两端均为自由端的换能器的边界条件:

$$\hat{F}_{-e1} = \hat{F}_{a8} = 0 \quad (11)$$

代入(9)式,同理取 a_{21}^{PT} 的虚部为 0 得出共振频率方程,由 Mathematic 程序求解该方程得共振频率 $f_r = 33.95$ kHz,与实测值 33.66 kHz 比较绝对误差为 $|\Delta_p| = 0.29$ kHz,相对误差为 0.86%。

5 结论

从上述的串联和串并联传输矩阵建模结果的对比可以看出,在串联传输矩阵法建模

中,由于忽略了螺栓的影响,把前后机械杆简化为实心的金属杆,环状压电片也简化成实心的,这样建立的模型算出的共振频率比实际自然共振频率低,用串并联传输矩阵法建立的模型由于充分考虑预应力螺栓和有源的压电环对系统性能的影响,这样算出的共振频率与实测值更一致。

将压电元件等效为一有源六端网络,由此推导出的总体传输矩阵关系式(9),除了可应用于换能器机械特性的分析和设计外,还可用于分析换能器与电学量有关的性能参量,如阻抗频率特性等。

为了分析过程的简便,本文仅以对称 Langevin 换能器为研究对象,但其基本方法可推广用于其它类型换能器的分析设计。

感谢德国 Heinz Nixdorf 研究所机电一体化及动态研究室对本论文研究工作的支持。

参 考 文 献

- [1] IEEE Standard on piezoelectricity. New York: American Standards National Institute, 1988.
- [2] Bo Fu. Piezoelectric actuator design via multi-objective optimization methods. HNI-Verlagsschriftenreihe 179, Paderborn: Heinz Nixdorf Institute, University of Paderborn, 2005.
- [3] B. Fu, T. Hemsel, J. Wallaschek. Piezoelectric transducer design via multiobjective optimization. Ultrasonics, 2006, 44 (Supplement 1): 747 - 752.
- [4] 贺西平,程存弟,贺昇平. 超声扭振系统的四端网络设计法. 应用声学, 1994, 13(3): 33 - 36.
- [5] 黄德中. 超声波振动器四端网络设计. 振动与冲击, 2005, 24(5): 107 - 108.
- [6] 朱武,张佳民. 基于四端网络法的超声变幅杆设计. 上海电力学院学报, 2004, 20(4): 21 - 23.
- [7] 顾煜炯,周兆芙,姚健. 超声振动系统的四端网络设计方法及应用. 机械工程学报, 1997, 33(3): 94 - 101.
- [8] 林书玉. 夹心式功率超声压电陶瓷换能的工程设计. 声学技术, 2006, 25(2): 160 - 164.

附录:压电片和机械杆的传输矩阵

1. 压电片的传输矩阵

$$A^p = \begin{pmatrix} A^{pm} & A^{pem} \\ A^{pme} & A^{pe} \end{pmatrix}$$

其中:

$$A^{pm} = \begin{pmatrix} A_{11}^{pm} & A_{12}^{pm} \\ A_{21}^{pm} & A_{22}^{pm} \end{pmatrix}$$

$$A_{11}^{pm} = \frac{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) \cos(h_p k_p) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)}{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)}$$

$$A_{12}^{pm} = \frac{j\Omega h_p \epsilon_{33s} \sin(h_p k_p)}{S_p h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - S_p e_{33}^2 \sin(h_p k_p)}$$

$$A_{21}^{pm} = \frac{S_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) (-2e_{33}^2 + 2e_{33}^2 \cos(h_p k_p) + h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) \sin(h_p k_p))}{j\Omega \epsilon_{33s} (h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p))}$$

$$A_{22}^{pm} = \frac{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) \cos(h_p k_p) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)}{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)}$$

$$A^{pem} = \begin{pmatrix} \frac{j\Omega e_{33} \epsilon_{33s} \sin(h_p k_p)}{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)} \\ \frac{s_p k_p e_{33} (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) (-1 + \cos(h_p k_p))}{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)} \end{pmatrix}$$

$$A^{pme} = \left(\frac{s_p k_p e_{33} (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) (-1 + \cos(h_p k_p))}{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)} \quad \frac{j\Omega e_{33s} \epsilon_{33s} \sin(h_p k_p)}{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)} \right)$$

$$A^{pe} = \left(\frac{j\Omega S_p k_p \epsilon_{33s} (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s})}{h_p k_p (e_{33}^2 + c_{33e} \epsilon_{33s}) - e_{33}^2 \sin(h_p k_p)} \right)$$

2. 机械杆的传输矩阵

$$A^m = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos(k_m L_b) & j\Omega / (S_m E k_m) \sin(k_m L_b) \\ jS_m E k_m / \Omega \sin(k_m L_b) & \cos(k_m L_b) \end{pmatrix}$$

以上公式中, Ω 为振动频率, $h_p, k_p, e_{33}, c_{33e}, \epsilon_{33s}$ 和 S_p 分别为压电片的厚度, 波数, 压电常数, 弹性模量, 介电常数和横截面积, k_m, L_b, S_m 和 E 分别为机械杆的波数, 长度, 横截面积和弹性模量。