◇ 研究报告 ◇

一种新型的水下低频共鸣器*

邱燕萍 周浩萌 寻天雨 郁高坤†

(中国海洋大学 青岛 266100)

摘要: 该文旨在宽开口的共鸣腔内嵌入聚氨酯泡沫来设计一种新型的水下低频共鸣器。首先通过水池实验测 定聚氨酯泡沫板的声速。然后基于此建立镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的理论模型获得声阻抗率,通过与直口结构 以及棒纵振动模型对比,验证理论模型的正确性,并建立集中参数系统,分析内嵌聚氨酯泡沫能够降低共鸣器 共振频率的原因。最后通过有限元仿真软件进行计算,检验理论模型的正确性,与无聚氨酯泡沫镶嵌的共鸣器 相比,镶嵌聚氨酯泡沫的共鸣器在维持较低品质因素的同时实现了共振频率大幅降低。 关键词: 低频共振;聚氨酯泡沫;水下共鸣器

中图法分类号: O427.9 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2022)03-0481-09 DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2022.03.019

A novel underwater low-frequency resonator

QIU Yanping ZHOU Haomeng XUN Tianyu YU Gaokun

(Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

Abstract: The purpose of this paper is to design a new type of underwater resonator, which is embedded with polyurethane foam in a tube. First, the sound velocity of the polyurethane foam is determined by a water-tank experiment. Second, a theoretical model is developed to obtain the specific acoustic impedance at the inlet of resonator, and its validity is confirmed by comparing the theoretical results in the two special conditions with the results obtained by a tube model and the longitudinal vibration model of a rod. Furtherly, a lumped-parameter model is established and the reason why the resonance frequency can be reduced by the polyurethane foam is analyzed. Finally, the finite element simulation software is used to verify the theoretical model. Compared with the resonator without polyurethane foam, the resonator embedded with polyurethane has an advantage in obtaining a lower resonance frequency with a low quality factor.

Keywords: Low-frequency resonance; Polyurethane foam; Underwater resonator

2021-05-17 收稿; 2021-06-11 定稿

^{*}国家自然科学基金项目(11674293)

作者简介: 邱燕萍 (1994-), 女, 广西玉林人, 硕士研究生, 研究方向: 声学。

[†]通信作者 E-mail: gkyu@ouc.edu.cn

0 引言

声音对海洋动物的生存非常重要。近年来由人 类活动产生的水下噪声严重地破坏了海洋环境平 衡,正在威胁着海洋哺乳动物及其他水生生物的生 命健康,引起了广泛的关注。由人为活动产生的噪 声包括船舶噪声、声呐工程噪声以及水下作业平台 噪声等,对海洋哺乳动物的危害主要有生理损伤、 生理功能障碍和行为改变^[1]。目前人们在呼吁各 国联合制定与海洋噪声污染相关的法律、规范来保 护海洋生物的同时,还从降噪的角度出发,致力于 研究削弱噪声机制以降低污染影响,其中比较成熟 的方法是利用气泡进行水下低频声降噪^[2-3]。但 是气泡的抗压性差,并不适用于高压的水下环境, 因此设计一种具备耐压性的水下低频共鸣器十分 必要。

亥姆霍兹共鸣器^[4-5]作为经典的声学共振结 构,通常由一个腔体和一个与外界连通的小孔组成, 因其结构简单、声学效果显著而被人们广泛应用于 噪声控制等领域。目前已经有不少研究者用它进行 改良构造成亚波长的完美吸收体^[6-9],或者将其按 照一定的规律进行排列组成声学超构材料^[10]来实 现对声波和弹性波的调控。但是亥姆霍兹共鸣器也 存在其固有缺陷^[11],比如对频率的选择性很强。虽 然在共振频率处,亥姆霍兹共鸣器的消声效果很好, 但工作频段受品质因素影响大,一旦稍微超出范围, 消声量便会快速下降,同时受到自身结构限制,其 低频消声效果不理想。特别是在水下环境中,还要 考虑材料特性阻抗、耐压性等问题,应用起来并非 易事。

本文主要基于共振理念提出了在宽开口的刚 性腔体内嵌入聚氨酯泡沫来构造一种新型的水下 共鸣器,以实现低频共振、品质因素低的效果。首先 是掌握聚氨酯泡沫必要的声学参数。在此基础上建 立镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的理论模型,根据声场形 式获得相应的声阻抗率和共振频率,并对模型进行 简化检验,建立集中参数系统分析其共振机制,解释 镶嵌聚氨酯泡沫的共鸣器能够降低共振频率、维持 较小品质因素的原因。最后利用辐射阻抗对理论模 型的共振频率进行补充修正,运用有限元软件完成 建模仿真工作,与理论模型作对比。

1 聚氨酯泡沫的声速测定

聚氨酯泡沫塑料是一种非常受欢迎的吸声材料,具有质量轻、易成型、适用范围广等优点。要想将聚氨酯泡沫应用到声学设计之中,掌握其声学特性十分必要。而聚氨酯泡沫塑料泊松比满足Kerner-Rusch经验公式^[12]:

$$\sigma = \frac{7 - \phi}{23 - 11\phi},\tag{1}$$

其中, $\phi = \rho_{avg}/\rho_s$ 是基体材料体积比, $\rho_s \approx \rho_{avg}$ 分别是基体材料和泡沫塑料的密度。根据文献[13],假设 E_0 是聚氨酯基体材料的杨氏模量,那么聚氨酯泡沫杨氏模量 E_f 的预测可以采用公式(2):

$$E_f = 3.287 \frac{5 - 2\phi}{23 - 11\phi} \phi^{1.905} \left(7 - 4\phi\right)^{0.179} E_0. \quad (2)$$

聚氨酯泡沫的纵波声速和横波声速为

$$c_L = \sqrt{\frac{E_f \left(1 - \sigma\right)}{\rho_{\text{avg}} \left(1 + \sigma\right) \left(1 - 2\sigma\right)}},$$
(3)

$$c_T = \sqrt{\frac{E_f}{2\rho_{\text{avg}}\left(1+\sigma\right)}}.$$
(4)

已知聚氨酯基体材料的杨氏模量为 E_0 = 2433 MPa,密度为 ρ_s = 1200 kg·m⁻³。如果这时知道聚氨酯泡沫的密度,就可以根据式(1)计算泊松比,再根据式(2)得到杨氏模量,进而代入式(3)和式(4)获得相应的纵波声速和横波声速,具体的参数理论估算结果见表1。

表1 聚氨酯泡沫参数理论估算结果

Table 1 Theoretical estimated results forthe parameters of polyurethane foam

$\rho_{\rm avg}/({\rm kg}{\cdot}{\rm m}^{-3})$	σ	E_f/MPa	$c_L/(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$	$c_T/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1})$
211	0.324	118.49	1013.13	460.51

因为聚氨酯泡沫的声速参数关系到后续的理 论建模以及将来的实验研究,所以还需要通过水池 实验测定。在实验中,可以由两个水听器之间有无 聚氨酯泡沫板的时间差以及板的厚度来计算聚氨 酯泡沫的声速,具体操作如图1所示。在实验过程 中,声源、水听器的声中心、聚氨酯泡沫板的几何中 心要在同一水平线上,确保声波能够垂直穿过聚氨 酯泡沫板。



图1 聚氨酯泡沫声速测量实验示意图

Fig. 1 Schematic diagram of sound velocity measurement for polyurethane foam

假设两个水听器之间的距离记为*l*,聚氨酯泡 沫板的厚度为*d*,没有聚氨酯泡沫板时两个水听器 接收到声波的时间差记为*t*₁,则水的声速有

$$v_{\text{water}} = l/t_1. \tag{5}$$

当聚氨酯泡沫板存在时,两个水听器接收到声 波的时间差记为t₂,其声速测量方程可整理为

$$v_P = \frac{d}{t_2 - \frac{l-d}{v_{\text{water}}}},\tag{6}$$

其中,d = 0.07 m,时间差 t_1 、 t_2 可以通过水听器信号分别与功放信号做相关处理后做差获得。考虑到声波衍射以及水面散射的影响,两个水听器的距离应该尽可能接近,所以在实验过程中l主要采用了0.35 m和0.45 m两个距离。

为了保证实验结果的正确性,选取4天不同的时间段进行多次测量,具体处理结果见表2。其中聚 氨酯泡沫的纵波声速可以直接由实验测量得到。而 横波速度无法直接测量,所以需要先通过式(3)计 算出对应的杨氏模量,再根据式(4)获得。最后对这 4天的测量结果取平均,聚氨酯泡沫的纵波声速为 970.75 m/s,横波声速为495.33 m/s,与理论估算结 果差不多,符合镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器结构设计的 预期要求。

· 农 4 · 永 3 印 / 小 户 还 州 里 义 垤 知 7	表2	聚氨酯泡沫声速测量处理结果
-----------------------------------	----	---------------

Table 2	Measured	sound	velocity	of	polyuret	thane	foan
---------	----------	-------	----------	----	----------	-------	------

	2019/8/29	2019/8/30	2019/9/21	2019/9/22	平均值
水的声速/(m·s ⁻¹)	1480.00	1498.30	1501.40	1501.40	1495.28
聚氨酯泡沫纵波声速/(m·s ⁻¹)	901.90	983.30	1036.80	961.00	970.75
聚氨酯泡沫横波声速/(m·s ⁻¹)	460.19	501.73	529.03	490.35	495.33

2 建立镶嵌聚氨酯泡沫的水下共鸣器理 论模型

2.1 理论模型

求解声场的理论解法主要有积分方程法和分 离变量法^[14]。通常认为,分离变量法适用于求解有 界空间的定解问题,而积分变换法则适用于求解无 界空间的定解问题。通常严格理论解只针对规则目 标,对于现实中比较复杂的散射体,则需要用到近似 解析法和数值解法。图2是本文设计的镶嵌聚氨酯 泡沫共鸣器结构,腔壁用钢制备,中心的圆柱弹性体 则为聚氨酯泡沫,其中腔体高度记为h,腔体半径记 为b,钢壁厚度记为q,聚氨酯泡沫的半径记为a。在 建立理论模型时,假定水为理想流体,聚氨酯泡沫所 制成的弹性圆柱体为理想弹性体,腔壁刚性,声波的 传播绝热且结构上界面处的声压均匀分布。

已知标量势函数*Φ*和矢量势函数*Ψ*可以分别

描述固体中的纵波和横波^[15]。因此由氨酯泡沫所 制成的弹性体中的声场满足关于标量势和矢量势 的两个方程:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2},\tag{7}$$

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}.$$
 (8)



图 2 镶嵌聚氨酯泡沫的水下共鸣器

Fig. 2 An underwater resonator embedded with polyurethane foam

弹性体周围的水中声场*p*满足理想流体中的波动方程:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2},\tag{9}$$

其中, c₀ 是水的声速。因为Laplace 算子在柱坐标系下的形式为

$$\nabla^2 = \frac{\partial}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},\qquad(10)$$

而当Laplace算子在柱坐标系下作用于一个矢量**F**时有

$$\nabla^{2} \boldsymbol{F} = \left(\nabla^{2} F_{r} - \frac{F_{r}}{r^{2}} - \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial F_{\theta}}{\partial \theta}\right) \boldsymbol{e}_{r} + \left(\nabla^{2} F_{\theta} - \frac{F_{\theta}}{r^{2}} + \frac{2}{r^{2}} \frac{\partial F_{r}}{\partial \theta}\right) \boldsymbol{e}_{\theta} + \nabla^{2} F_{z} \boldsymbol{e}_{z}, \quad (11)$$

利用 Laplace 算子对式(7)、式(8)、式(9)展开,应用 积分变换法,代入边界条件即可求解声场^[16-17]。忽 略时间因子 e^{-jωt} 并假定腔体声场呈轴对称分布, 在 z 轴方向上对声场做傅里叶展开,则聚氨酯泡沫 弹性棒的纵波、横波及其周围水中的声场可以整理 为以下积分形式

$$\Phi = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k_z) \mathbf{J}_0(k_{Lr}r) \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(k_z z + k_{Lr}a)} \mathrm{d}k_z, \quad (12)$$

$$\psi_{\theta} = \int_{-\infty}^{+\infty} E\left(k_z\right) \mathbf{J}_1\left(k_{Tr}r\right) \,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\left(k_z z + k_{Tr}a\right)} \,\mathrm{d}k_z,\,(13)$$

$$p = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[B(k_z) J_0(k_r r) e^{jk_r b} + \frac{C(k_z)}{H_0^{(1)}(k_r a)} H_0^{(1)}(k_r r) \right] e^{jk_z z} dk_z, \qquad (14)$$

其中, $k_{Lr} = \sqrt{\omega^2/c_L^2 - k_z^2}$, $k_{Tr} = \sqrt{\omega^2/c_T^2 - k_z^2}$, $k_r = \sqrt{\omega^2/c_0^2 - k_z^2}$, $A(k_z)$ 、 $E(k_z)$ 、 $B(k_z)$ 和 $C(k_z)$ 则是对应的傅里叶展开系数, J_0 是零阶贝塞尔函数, J_1 是一阶贝塞尔函数, H_0 是零阶汉克尔函数。需要 特别指出的是在轴对称假设下,矢量势只需要考虑 e_{θ} 分量 ψ_{θ} 。已知镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器模型的声 场形式以后,接下来便可根据模型的边界条件,建立 起各展开系数之间的方程。通过求解这些未知系数 来获得模型的声场分布,进而实现计算共鸣器共振 频率的目的。

共鸣器声场模型的边界条件考虑了声波在不 同媒质之间界面上的反射、折射与透射,结合图2镶 嵌聚氨酯泡沫共鸣器的结构特点,本文将涉及到的 边界条件整理归纳成表3。根据表3,只需要将边界 条件逐一代入声场函数表达式就可以列出各个系 数之间的方程组,然后进行联立求解即可。注意在 求解声场展开系数的超定方程组时需要用到对角 加载奇异值分解方法^[18]提高数值稳定性。

表3 边界条件

Table 3	Boundary	conditions
---------	----------	------------

位置	边界条件描述
r = a	法向位移连续;切应力为0;法向应力连续
r = b	法向位移为0
$z=0,0\leqslant r\leqslant a$	轴向位移与径向位移为0
$z=0,a\leqslant r\leqslant b$	法向位移为0
z = h	切应力为0,声压均匀为1

对于理论模型而言,假定镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器开口处的声压是均匀的,则该处质点振速分布 v(r)的形式可以写为

$$v(r) = \begin{cases} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\omega k_z J_0(k_{Lr}r) e^{jk_{Lr}a} A(k_z) - j\omega k_{Tr} J_0(k_{Tr}r) e^{jk_{Tr}a} E(k_z) \right] e^{jk_z h} dk_z, & 0 < r < a, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{k_z}{\rho_0 \omega} J_0(k_r r) e^{jk_r b} B(k_z) + \frac{k_z}{\rho_0 \omega} \frac{H_0^{(1)}(k_r r)}{H_0^{(1)}(k_r a)} C(k_z) \right] e^{jk_z h} dk_z, & a < r < b, \end{cases}$$
(15)

其中,ρ₀表示的是水的密度。此时质点振速分布与 径向位置有关,对其取平均就可以得到共鸣器开口 处的平均质点振速:

$$\bar{v} = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^b 2\pi v (r) r \,\mathrm{d}r.$$
 (16)

如果在边界条件中设定开口处的声压为1,则 声阻抗率可以写为

$$Z_s = -1/\bar{v}.\tag{17}$$

当共鸣器发生共振时,声阻抗率的虚部为零, 也就是说声阻抗率虚部为零时所对应的频率值即 为共鸣器的共振频率。

2.2 声场模型的简化检验

为了确保镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器理论模型的 正确性,有必要对结构中的声场模型进行简化检验, 所谓简化就是在建模过程用到的近似处理。如果镶 嵌聚氨酯泡沫共鸣器的理论模型成立,那么它理应 能够描述一些在原结构基础上简化而来的声场模 式,这里主要考虑了聚氨酯泡沫趋于无以及聚氨酯 泡沫趋于填满整个共鸣腔两种情况分别用于检验 水中声场模式与聚氨酯泡沫弹性体声场模式。

首先是水中声场模式的检验。当共鸣腔内的聚 氨酯泡沫半径趋于无穷小时,模型近似于末端被封 闭的有限长直管。而末端被封闭的有限长直管可以 直接利用阻抗转移公式得到开口处的声阻抗率:

$$Z_{sw} = j\rho_0 c_0 \cot\left(k_0 h\right),\tag{18}$$

其中, $k_0 = \omega/c_0$ 。此时将聚氨酯泡沫半径趋于0时的理论模型的声阻抗率与直管结构的声阻抗率进行对比,若是能够对应吻合,则可验证模型正确。而且为了说明一般性,本文假设所有的声速量和密度量均以水为参考进行归一化,而所有的结构长度量都以腔体半径作为参考。

图3是当镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的腔体半径 b=0.5,聚氨酯泡沫半径a=0.0001,不同腔体高度 的理论模型与对应高度的直管结构的声阻抗率对 比结果,其中星号、圈、四方形、五角星标记代表h 依次取值为0.3、0.4、0.5、0.6时的理论模型的声阻抗 率,红色、绿色、玫红色、黄色实线则为相应高度直管 的声阻抗率,二者几乎对应重合。而且通过理论模 型计算出来的声阻抗率的实部均远远小于与其相 对应的虚部,所以可以忽略实部将声阻抗率看成一 个纯虚数,这在形式上与式(18)一致。从这两点来 看,水中声场的建模成立。





Fig. 3 Comparison of specific acoustic impedance between the theoretical model and a tube model

然后是聚氨酯泡沫弹性体声场模式的检验。当 聚氨酯泡沫的半径趋于腔体半径时,模型近似于 一端固定、一端受到均匀声压作用的棒。为了更好 地贴合实际棒振动情况,本文从棒的纵振动方程出 发,同时考虑径向运动,得到弹性体顶端处的声阻 抗率为

$$Z_{sP} = j \frac{E_f \cot(k_P h)}{c_L}, \qquad (19)$$

其中, k_P 是聚氨酯泡沫的纵波波数,而 $E_f = \rho_{avg}c_L^2$ 是聚氨酯泡沫的等效杨氏模量。然后将聚氨酯半径接近腔体半径的理论模型的声阻抗率与棒纵振动的声阻抗率进行对比,观察二者是否一致。

图4是当镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的腔体半径 b = 0.5,聚氨酯泡沫半径a = 0.4999,不同腔体高度 的理论模型与对应高度的弹性棒纵振动模型的声 阻抗率对比结果,其中星号、圈、四方形、五角星标记 代表h依次取值为0.3、0.4、0.5、0.6时的理论模型的 声阻抗率,红色、绿色、玫红色、黄色实线则为相应高 度弹性棒纵振动的声阻抗率,二者也几乎对应吻合。 而且同样的,由理论模型计算出来的声阻抗率实部 很小,可以舍去不计,只考虑虚部情况即可,其声阻 抗率在形式上与式(19)一致。说明了聚氨酯泡沫弹 性体声场模式正确。



图4 理论模型与棒纵振动模型声阻抗率对比



从水中声场以及聚氨酯泡沫弹性体声场模型 的检验结果来看,镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的理论模 型完全可以描述两种极端假设下的声场情形,且模 型的求解结果与严格的理论值高度吻合。由此可以 认为,本文所建立的关于镶嵌聚氨酯泡沫的共鸣腔 内声场的理论模型是正确的。

2.3 建立镶嵌聚氨酯泡沫的水下共鸣器的集中参数模型

本文在2.2节声场模型的简化检验中讨论了直 管结构以及棒纵振动的声阻抗率,证明了理论模型 的正确性,但实际上镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的声阻 抗率应该由水和聚氨酯泡沫弹性体共同决定。由于 镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的整体尺寸远小于本文所 关心频段的波长,故在描述其声学特性时,还能够采 用建立集中参数等效模型的方法。这时镶嵌聚氨酯 泡沫共鸣器开口处的声阻抗可以用水中声场在管 口处的声阻抗与弹性棒纵振动自由端的声阻抗并 联的形式来进行等效。

因为聚氨酯泡沫的存在,开口处的水呈环形分 布,故在管口处水贡献的声阻抗为

$$Z_{aw} = \frac{Z_{sw}}{\pi \left(b^2 - a^2\right)}.$$
 (20)

聚氨酯泡沫贡献的声阻抗为

$$Z_{aP} = Z_{sP} / (\pi a^2).$$
 (21)

由并联规律求出该理论下开口处总的声 阻抗为

$$Z_{at} = \frac{Z_{aw} \cdot Z_{aP}}{Z_{aw} + Z_{aP}},\tag{22}$$

或者用声阻抗率来表示:

$$Z_{st} = \frac{\pi b^2 Z_{aw} \cdot Z_{aP}}{Z_{aw} + Z_{aP}}.$$
(23)

与简化检验时的做法一样,继续将理论模型和并联 模型的声阻抗率进行对比。

图5是当镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的腔体半径 b = 0.5, 腔体高度h = 0.5, 不同半径的聚氨酯泡 沫的理论模型与并联模型声阻抗率对比结果, 其中



图 5 理论模型与并联结构模型声阻抗率对比

Fig. 5 Comparison of specific acoustic impedance between the theoretical model and a parallel model

星号、圈、四方形标记代表a依次取值为0.25、0.35、 0.45时的理论模型的声阻抗率,红色、绿色、玫红 色实线则为相应并联模型的声阻抗率,二者在数值 以及走势方面都高度一致,说明了并联模型的猜想 正确。

除此之外建立集中参数系统也有利于继续讨论分析内嵌聚氨酯泡沫对共鸣器共振机制的影响。所以继续对结构开口处的声阻抗率式(23)进行展开:

 $Z_{st} =$

$$j \frac{b^2 \rho_0 c_0 E_f \cot\left(\frac{2\pi f}{c_0}h\right) \cot\left(\frac{2\pi f}{c_L}h\right)}{\rho_0 c_0 a^2 c_L \cot\left(\frac{2\pi f}{c_0}h\right) + E_f (b^2 - a^2) \cot\left(\frac{2\pi f}{c_L}h\right)},$$
(24)

当 $Z_{st} = 0$ 时, 得到 $\frac{2\pi f}{c_0}h = \frac{(2n+1)\pi}{2}$ 或者 $\frac{2\pi f}{c_L}h = \frac{(2n+1)\pi}{2}$,其中n = 1, 2, ...。由这两个 等式求得两类共振频率,分别记为 f_{rw} 和 f_{rP} ,则有

$$f_{rw} = \frac{(2n+1)\,c_0}{4h},\tag{25}$$

$$f_{rP} = \frac{(2n+1)\,c_L}{4h},\tag{26}$$

其中, f_{rw} 是没有聚氨酯泡沫时大开口共鸣器的共振频率,而 f_{rP} 则是纯聚氨酯泡沫弹性棒做纵振动时的共振频率。由于 $c_L < c_0$,取相同的 n 值时必然存在 $f_{rP} < f_{rw}$ 。根据式 (24),嵌入弹性体会使得共振结构的第一阶共振频率变成了弹性棒的共振基频,从而实现降低共振频率的目的。

从另一个角度来看,聚氨酯泡沫的存在可以增 大共鸣器的声容。由式(18)和式(24)可以分别得到 无聚氨酯泡沫和有聚氨酯泡沫时共鸣器的声阻抗 率。当结构作为低频散射体存在时,对其做泰勒展 开,并只取第一项做近似得到

$$Z_{sw} \approx j \frac{\rho_0 c_0^2}{\pi b^2 h \omega}, \qquad (27)$$

$$Z_{st} \approx j \frac{\rho_0 c_0^2 E_f}{\omega \pi h \left(a^2 c_0^2 \rho_0 - a^2 E_f + b^2 E_f \right)}.$$
 (28)

进而得到二者的声容:

$$C_{aw} = \frac{\pi b^2 h}{\rho_0 c_0^2},$$
 (29)

$$C_{at} = \frac{\pi h \left(a^2 c_0^2 \rho_0 - a^2 E_f + b^2 E_f \right)}{\rho_0 c_0^2 E_f}.$$
 (30)

为了比较无聚氨酯泡沫时共鸣器腔体的声容 和有聚氨酯泡沫时共鸣器腔体声容的大小,将这二 者做差 $\Delta = C_{at} - C_{aw}$ 并化简得到

$$\Delta = \pi h a^2 \left(c_0^2 \rho_0 - E_f \right) / (\rho_0 c_0^2 E_f).$$
(31)

因为前面在对聚氨酯泡沫做声速测定的时候, 已经知道 $c_0^2 \rho_0 > E_f$,所以 $\Delta > 0$,严格证明嵌入聚 氨酯泡沫确实使得声容变大了。

3 模型仿真研究

前面已经建立了镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的理 论模型,并做了大量的理论分析和检验,本节主要应 用有限元软件进行建模仿真以实现进一步的验证, 更好地分析镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的声学特性。

考虑到现实中共鸣器是作为水下散射体存在 的,整个水下环境可以被认为是无限大的自由空间, 声场模态均需要外界入射声波的激励才能产生,此 时共鸣器中的水和聚氨酯泡沫弹性体会发生振动, 并向外辐射声能量。辐射抗作为同振质量的存在对 系统的共振频率影响很大,所以在描述镶嵌聚氨酯 泡沫共鸣器的散射特性时,需要加上辐射阻抗。假 定平面波沿轴向入射,且腔体壁是刚性的,辐射波 只能经由管口传出,这与无限大刚性障板上圆形活 塞的辐射有一定的类似性,因此可以直接利用活塞 的辐射阻抗对所求得的声阻抗率进行修正。已知无 限大刚性障板上活塞的辐射声阻抗率的实部和虚 部^[19]分别为

$$R_{r_1} = \rho_0 c_0 R_1 \left(2kr_1 \right), \tag{32}$$

$$X_{r_1} = -\rho_0 c_0 X_1 \left(2kr_1\right), \tag{33}$$

在这里, r_1 是活塞的半径, R_1 和 X_1 分别是活塞的 阻函数和抗函数,如果令 $x = 2kr_1$,则它们的具体 形式为

$$R_1(x) = 1 - 2J_1(x)/x, \tag{34}$$

$$X_{1}(x) = \frac{1}{x^{2}} \int_{0}^{x} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{\pi} x \sin(x \cos\theta) \,\mathrm{d}\theta \,\mathrm{d}x.$$
 (35)

在原来声阻抗率虚部的基础上增添一项辐射声阻 抗虚部就能得到镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的修正声 阻抗率虚部,进而得到修正后的共振频率。然后将 修正后的理论模型与有限元软件仿真结果进行对 比验证。

为了与理论模型对应起来,本文在运用有限元 软件建模仿真时同样也使用了归一化参数,即所有 材料的声速量和密度量均以水为参考进行归一化, 而所有的结构长度量都以腔体半径作为参考,具体 使用到的参数见表4。因为聚氨酯泡沫半径a是本 文的设计变量,故没有在表4中给出具体的参数归 一化结果。

表4 镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器模型归一化参数

Table 4 Normalized parameters of the res-onator embedded with polyurethane foamin simulations

符号	真实参数	归一化参数
$ ho_0$	$1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	1
c_0	$1500~{\rm m}{\cdot}{\rm s}^{-1}$	1
a		0 < a < 0.5
b		0.5
q		0.1
h		0.5
$\rho_{\rm avg}$	$211 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	0.211
c_L	$970.75 \ { m m} \cdot { m s}^{-1}$	0.6472
c_T	$495.33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	0.3302
$ ho_g$	$7800 \ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$	7.8
c_{Lg}	$6100~{\rm m}{\cdot}{\rm s}^{-1}$	4.0667
c_{Tg}	$3300~{\rm m}{\cdot}{\rm s}^{-1}$	2.2
	符号	符号 真实参数 ρ_0 1000 kg·m ⁻³ c_0 1500 m·s ⁻¹ a a b a q a p_a $211 kg·m^{-3}$ c_L $970.75 m·s^{-1}$ c_T $495.33 m·s^{-1}$ ρ_g $7800 kg·m^{-3}$ c_{Lg} $6100 m·s^{-1}$ c_{Tg} $3300 m·s^{-1}$

为了更加充分地进行模型验证,根据表4的参数,再令聚氨酯泡沫半径a分别为0.0001、0.05、0.1、0.15、0.2、0.25、0.3、0.35、0.4、0.45、0.47来构造不同的镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器,通过有限元软件建模仿真,计算其共振频率以及对应的声场分布情况。

图6是镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器 (a = 0.45) 归一 化模型在共振频率0.11578-0.0063008j下的声场 图与振型图,其声压和振动位移也分别用最大值进 行了归一化处理,图例颜色越深代表相对幅值越大。 其中0.11578-0.0063008j的实部表示的是共振频 率的大小,虚部表示结构的声波辐射能力,当虚部很 小时可认为不具备传播性。图6(a)表示镶嵌聚氨酯 泡沫共鸣器在共振频率下的归一化声压分布,显然 开口处的声压呈向外辐射状态,证明了本文在做理 论模型分析时考虑声辐射并用辐射阻抗对共振频 率进行修正的做法是合理且必要的。同时,高声压 值主要集中于聚氨酯泡沫弹性棒的顶端,由弹性棒 的圆心向四周逐渐减小,说明此时发生的确实是聚 氨酯泡沫弹性棒的轴向共振。而图6(b)是模型在该 共振频率下的归一化振动位移状态,以纵振动模式 进行振动,顶端振动幅度最大,证明了聚氨酯泡沫 弹性棒确实能够通过其纵振动降低共鸣器的共振 频率。

应用声学





0.0063008j for a = 0.45

图7是镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器拥有不同半径聚 氨酯泡沫时的品质因素。品质因素越小,共振频带 越宽,而共鸣器共振频率的降低往往是以牺牲共振 带宽为代价的。但是从图7来看,共鸣器嵌入聚氨 酯泡沫并没有使品质因素产生大幅度的变化,且数 值基本维持在10以下。这意味着本文所设计的镶 嵌聚氨酯泡沫共鸣器在实现低共振频率的同时依 然拥有令人满意的共振带宽。



图7 镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的品质因素

Fig. 7 Quality factors of the resonator embedded with polyurethane foam

图8则是镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器拥有不同半径 的聚氨酯泡沫时的归一化共振频率。带圈、带星、带 菱形的3条曲线分别对应了未修正的理论模型、辐 射修正后的理论模型以及通过有限元软件仿真的 模型计算得到的共振频率。当聚氨酯泡沫半径接近 0也就是共鸣器没有嵌入聚氨酯泡沫的时候,三者 计算得到的共振频率依次大约为0.5、0.323、0.318, 与考虑了辐射修正的镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器相比, 产生差别的原因是前者没有考虑辐射阻抗,而后者 钢壁参与了振动。当嵌入聚氨酯泡沫以后,没有经 过修正的模型获得的共振频率始终为0.323,而考 虑了辐射修正的理论模型与有限元软件仿真模型 计算的结果基本一致,且随着聚氨酯泡沫半径的增 加而呈现降低趋势,当聚氨酯泡沫半径增加至0.45 时,二者的共振频率分别降低至0.113和0.116,与空 共鸣器相比,频率降低至1/3。但是不可否认,二者 确实还存在着一定的差异,这可以从两个方面进行 解释。



图8 镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器模型与有限元仿真模型的共振频率对比

Fig. 8 Resonant frequencies of the resonator embedded with polyurethane foam obtained by the theoretical model and the finite element simulation

一方面,无限大刚性障板上圆形活塞的辐射阻 抗不能完全替代镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的真实辐 射阻抗。本文用来对共振频率进行修正的辐射阻抗 公式是建立在活塞表面振速为均匀分布的假设下 的,而从有限元软件仿真出来的结果看,开口处的声 压并非均匀分布,所以质点振速也就不可能满足均 匀分布的条件,导致其实质上与活塞辐射没有严格 等价。而开口处振速不均匀最本质的原因是聚氨酯 泡沫和水各自在开口处的声阻抗不同。再加上共鸣 器的腔体浅,水中的共振基频又高,因此在做有限元 仿真时共鸣器腔体内的水可能包含了非平面波模 态,而本文的理论模型只考虑了平面波模态。

另一方面,钢壁没有满足理论上严格意义的 绝对刚要求,在水中会产生轻微振动,这点可以从 图 6(b)的振型图看出来。考虑到现实中人们对水下 物体很难做到彻底隔振^[20],因此在误差影响允许的 范围之内,依然认为二者是对应一致的,也就是本 文建立的镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的理论模型是有 效的。

4 结论

本文设计了一种镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器,应用 近似解析法求解腔体内声场建立了理论模型,获得 了镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器的声阻抗率以及共振频 率的理论表达式。通过与一端封闭的有限长直管结 构以及棒纵振动的声阻抗率对比,证明了理论模型 的正确性。在此基础上,建立集中参数系统,分析镶 嵌聚氨酯泡沫共鸣器共振频率降低的原因,一是聚 氨酯泡沫弹性体的嵌入,使得共振结构的一阶共振 频率变成了弹性棒的共振基频;二是聚氨酯泡沫弹 性体的存在增加了共鸣腔的声容。利用有限元软件 建模仿真,与经过辐射修正的理论模型进行对比,两 者的共振频率相差不大,进一步体现理论模型的正 确性,也说明镶嵌聚氨酯泡沫共鸣器在维持大开口 共鸣器品质因素小、共振频带宽优势的同时实现了 共振频率的降低,为设计新型水下低频声学共振结 构提出了一种新的思路。

参考文献

- Richardson W J, Greene C R, Malme C I. Marine mammals and noise[M]. Pittsburgh: Academic Press, 1995.
- [2] Würsig B, Greene C R, Jefferson T A. Development of an air bubble curtain to reduce underwater noise of percussive piling[J]. Marine Environmental Research, 2000, 49(1): 79–93.
- [3] Lee K M, Hinojosa K T, Wochner M S, et al. Sound propagation in water containing large tethered spherical

encapsulated gas bubbles with resonance frequencies in the 50 Hz to 100 Hz range[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2011, 130(5): 3325–3332.

- [4] 梁李斯, 郭文龙, 张宇, 等. 新型吸声材料及吸声模型研究进展[J]. 功能材料, 2020, 51(5): 5013–5019.
- [5] 马大猷. 亥姆霍兹共鸣器的发展 [J]. 物理, 1993, 22(8): 452-456.
- [6] Yang M, Sheng P. Sound absorption structures: from porous media to acoustic metamaterials[J]. Annual Review of Materials Research, 2017, 47: 83–114.
- [7] Romero-García V, Theocharis G, Richoux O, et al. Perfect and broadband acoustic absorption by critically coupled sub-wavelength resonators[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 19519.
- [8] Richoux O, Achilleos V, Theocharis G, et al. Subwavelength interferometric control of absorption in three-port acoustic network[J]. Scientific Reports, 2018, 8(1): 12328.
- [9] Jiménez N, Romero-García V, Pagneux V, et al. Quasiperfect absorption by subwavelength acoustic panels in transmission using accumulation of resonances due to slow sound[J]. Physical Review B, 2017, 95(1): 014205.
- [10] Lee S, Kang B, Kim G, et al. Fabrication and performance evaluation of the Helmholtz resonator inspired acoustic absorber using various materials[J]. Micromachines, 2020, 11(11): 983.
- [11] Selamet A, Lee I. Helmholtz resonator with extended neck[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2003, 113(4 Pt 1): 1975–1985.
- [12] Progelhof R C, Throne J L. Young's modulus of uniform density thermoplastic foam[J]. Polymer Engineering & Science, 1979, 19(7): 493–499.
- [13] 卢子兴,黄筑平,王仁. 聚氨酯泡沫塑料压缩杨氏模量的理论预测 [J]. 应用力学学报, 1996, 13(2): 8–12, 156.
 Lu Zixing, Huang Zhuping, Wang Ren. The theoretical prediction of compressive Young's moduli for polyurethane foam plastics[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 1996, 13(2): 8–12, 156.
- [14] 梁昆森. 数学物理方法 [M]. 第四版. 北京: 高等教育出版社, 2010.
- [15] 徐芝纶. 弹性力学 [M]. 第四版. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [16] 布列霍夫斯基赫. 分层介质中的波 [M]. 北京: 科学出版社, 1985.
- [17] 金玉明. 实用积分表 [M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2006.
- [18] 郑恩希. 几种不适定问题的正则化方法及其数值实现 [D]. 长春: 吉林大学, 2009.
- [19] 杜功焕,朱哲民,龚秀芬. 声学基础 [M]. 第三版. 南京:南京 大学出版社, 2018.
- [20] 周城光,刘碧龙,李晓东,等. 腔壁弹性对充水亥姆霍兹共振器声学特性的影响:圆柱形腔等效集中参数模型[J]. 声学学报,2007,32(5):426-434.

Zhou Chengguang, Liu Bilong, Li Xiaodong, et al. Effect of elastic cavity walls on acoustic characteristics of a water-filled Helmholtz resonator: equivalent lumped parameter model for cylindrical cavity[J]. Acta Acustica, 2007, 32(5): 426–434.