

◇ 研究报告 ◇

# 混合物介质中声波尾波成因的随机过程分析\*

郑康琳<sup>†</sup> 王陶 樊平 李萍

(交通运输部公路科学研究所 北京 100088)

**摘要:** 该文基于声波在混合物介质中传播时反射及散射的随机特性,把混合物介质抽象为三维各向同性的马尔科夫链,把声波在混合物介质中传播过程抽象为声波在三维马尔科夫链中以声速进行“随机游走”的随机过程。用空间内某点接收到声波的概率类比该点接收波振幅,以声波到达该点所走过的步数类比接收波时域曲线的时间。此理论模型可较好解释声波在混合物介质中传播时“峰波延后”及“尾波”等现象。

**关键词:** 声波;混合物介质;随机过程;尾波

中图法分类号: U446

文献标识码: A

文章编号: 1000-310X(2023)01-0154-05

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2023.01.020

## Analysis of coda formation of acoustic waves in mixtures by stochastic process

ZHENG Kanglin WANG Tao FAN Ping LI Ping

(Research Institute of Highway Ministry of Transport, Beijing 100088, China)

**Abstract:** Based on the random characteristics of reflection and scattering when sound waves propagate in mixed media, the mixed media is abstracted as a three-dimensional isotropic Markov chain, and the propagation process of sound waves in mixed media is abstracted as a random process in which sound waves “random walk” at the speed of sound in the three-dimensional Markov chain. The probability of receiving a sound wave at a certain point in space is used to simulate the amplitude of the received wave at that point, and the time of the time-domain curve of the received wave is compared with the steps taken by the sound wave to reach that point. This theoretical model can better explain the phenomena of “peak wave delay” and “tail wave” when sound waves propagate in mixed media.

**Keywords:** Acoustic wave; Mixture medium; Random process; Coda

2021-10-19 收稿; 2022-03-04 定稿

\*中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目(2021-9023a)

作者简介: 郑康琳(1979-), 男, 陕西商洛人, 硕士, 高级工程师, 研究方向: 桥梁安全及无损检测。

<sup>†</sup>通信作者 E-mail: 7605261@qq.com

## 0 引言

声波在诸如混凝土等混合物介质中传播时,即使入射波为瞬时脉冲波,接收波也会呈现出持续时间相对较长的连续波。图1为一混合物透射波检测波形,首先到达的是直达波(首波),多数情况下直达波振幅较小,直达波过后接收波振幅会逐步增大,达到峰值后(峰波),振幅会逐步较小,直至逐渐减小到趋近于零。此类接收波呈现出以下两个较为显著的特征:(1)首波一般振幅较小,声波振幅经过一段时间后才达到峰值,即“峰波延后”,且传播的距离越长,“峰波延后”现象越明显。(2)声波振幅达到最大值后缓慢衰减,形成一段逐步衰减的持续波,即“尾波”。

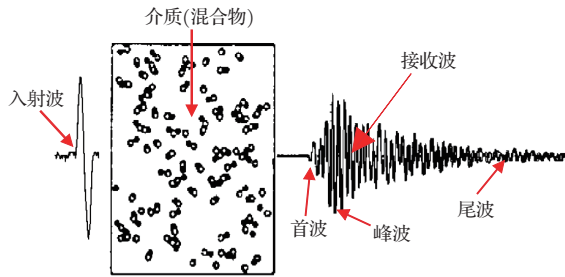


图1 超声波在混合物中传播过程及接收波示意图  
Fig. 1 Schematic diagram of ultrasonic propagation process and receiving wave in mixture

以上尾波现象是由声波在混合物介质内传播时经过内部不同物质截面时的多次反射及散射造成的。对于声波在混合物介质中的散射及尾波成因方面的研究兴起于地震领域<sup>[1-5]</sup>。1969年, Aki<sup>[6]</sup>首先提出地震尾波是由地层中非均介质多次散射所形成的; 1993年, 吴如山等<sup>[7]</sup>根据地震波传播态式将散射划分为4类: 准均匀、广角散射、小角散射及Rayleigh 散射; 1998年, Eaton<sup>[8]</sup>采用近似及射线理论近似计算了背景场和格林函数的三维弹性波弱散射场; 2003年, 黄雪继等<sup>[9]</sup>编制了地震波散射场相位移法波动方程正演模拟程序。目前对尾波的研究主要集中在地球地震领域, 其实声波在混凝土等混合物介质中传播时均存在“尾波”现象。本文针对一般混合物介质, 把声波抽象为一种粒子, 基于概率论随机过程原理及声波在混合物介质中传播时散射的随机特性, 将混合物介质抽象为

三维各向同性马尔科夫链, 把声波在混合物介质中的传播过程抽象为粒子在三维马尔科夫链中以声速进行“随机游走”的过程。以下对本研究情况进行详述。

## 1 理论模型

依据概率论随机过程原理<sup>[10]</sup>, 设某三维空间  $O-xyz$  为“离散三维马尔科夫链”, 如图2所示, 设链中任何两个相邻节点间的距离均为1, 某粒子从原点  $O(0,0,0)$  出发在该三维马尔科夫链中进行“随机游走”。设粒子在该链中任何一个节点向  $x$  轴正方向移动的概率为  $p$ , 向  $x$  轴负方向移动的概率为  $q$ , 向  $y$  轴正方向移动的概率为  $m$ , 向  $y$  轴负方向移动的概率为  $n$ , 向  $z$  轴正方向移动的概率为  $s$ , 向  $z$  轴负方向移动的概率为  $t$ , 且  $p, q, m, n, s, t$  均大于0,  $p + q + m + n + s + t = 1$  (图3所示)。

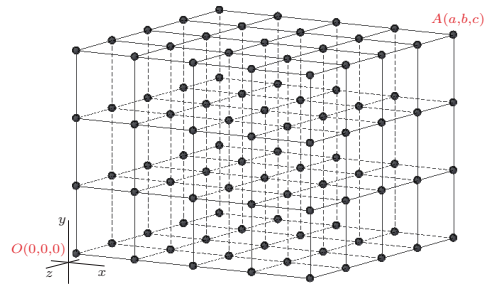


图2 三维马尔科夫链示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of three-dimensional Markov chain

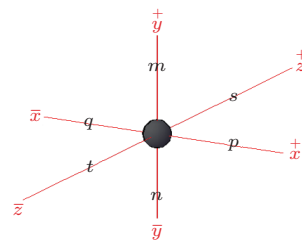


图3 三维马尔科夫链节点示意图  
Fig. 3 Schematic diagram of three-dimensional Markov chain nodes

设事件  $T$ : 共走了  $N$  步,  $N \in N^*$ , 如图2所示, 到达了点  $A(a, b, c)$ , 假设  $a, b, c > 0$  且  $a, b, c \in N^*$ ,  $|a| + |b| + |c| \leq N$ , 则事件  $T$  发生的概率为

$$P = \sum_{g=a}^{N-(b+c)} \sum_{h=b}^{N-(g+c)} \left[ G_N^{g,h} (p+q)^g (m+n)^h (s+t)^{N-(g+h)} \cdot C_{g/2}^{g+a} p^{g/2} q^{g/2} \cdot C_h^{h+b} m^{h/2} n^{h/2} \cdot C_{N-(g+h)}^{N-(g+h)+c} s^{N-(g+h)/2} t^{N-(g+h)-c/2} \right], \quad (1)$$

其中,  $G, C$  为排列组合数为

$$G_N^{g,h} = N!/[g!h!(N-g-h)!], \quad (2)$$

$$C_g^{(g+a)/2} = \frac{g!}{((g+a)/2)!((g-a)/2)!}, \quad (3)$$

$$C_h^{(h+b)/2} = \frac{h!}{((h+b)/2)!((h-b)/2)!}, \quad (4)$$

$$C_{N-(g+h)}^{N-(g+h)+c} = \frac{[N-(g+h)]!}{\left(\frac{N-(g+h)+c}{2}\right)! \left(\frac{N-(g+h)-c}{2}\right)!}, \quad (5)$$

当  $p = q = m = n = s = t = 1/6$  时, 将式 (2)~(5) 带入式 (1) 得

$$P = \sum_{g=a}^{N-(b+c)} \sum_{h=b}^{N-(g+c)} \left[ \frac{N!(1/18)^N}{\left(\frac{g+a}{2}\right)! \left(\frac{g-a}{2}\right)! \left(\frac{h+b}{2}\right)! \left(\frac{h-b}{2}\right)! \left(\frac{N-(g+h)+c}{2}\right)! \left(\frac{N-(g+h)-c}{2}\right)!} \right]. \quad (6)$$

如果把声波看成一个一个的“声粒子”, 那么超声波在混合物介质中传播时由于受到多种不规则截面的散射与反射, 其传播路径具有很大的“随机性”, 该过程与上述“随机游走”具有较大的相似性, 因此本文用公式 (6) 三维随机游走模型来描述超声波在混合物介质的传播过程。

假设在三维空间  $O-xyz$  原点  $O$  处释放多个“声粒子”, 这些“声粒子”以声速  $V_0$  在“三维马尔科夫链”中进行“随机移动”。考虑各向同性介质,

$$p = q = m = n = s = t = 1/6,$$

链中每个相邻节点间的距离为常数  $d_0$ , 则声粒子经过  $N$  步传导所走过的距离为  $N \cdot d_0$ , 经历的传播时间  $t = N \cdot d_0/V_0$ 。因  $d_0, V_0$  为常数, 因此时间  $t$  正比于传递的步数  $N$ 。  $P$  为粒子经过  $N$  步传导后到达点  $(a, b, c)$  的概率,  $P$  值越大说明粒子经  $N$  步传导到达点  $(a, b, c)$  的可能性越大, 即若在  $O$  点同时释放多个粒子,  $P$  值越大, 点  $(a, b, c)$  处接收到的粒子数量就越多, 对接收波意味着振幅就越大, 因此概率  $P$  正比于接收波的瞬时振幅  $A(t)$ 。综上, 以公式 (6) 中传导步数  $N$  类比接收波时域参数  $t$ , 用概率  $P$  类比接收波振幅  $A(t)$ 。基于此, 可尝试用公式 (6) 中函数参数之间的变化关系来解释超声波在混合物介质传播所形成接收波的各种特征。

## 2 理论仿真

对于公式 (6), 如果当点  $(a, b, c)$  确定, 即  $a, b, c$  为整型常数时, 则概率  $P$  为以步数  $N$  为自变量的函数。为简便起见, 令  $b, c = 0$ , 则本理论模型中  $P$  类比于接收的振幅  $A(t)$ ,  $N$  类比于时间  $t$ ,  $a$  类比于声波入射点和接收点之间的距离。图 4 为依据公式 (6) 分别绘出  $a$  分别为 2、10、12、20、32 时的  $P-N$  的函数曲线, 通过归纳发现以下规律:

(1) 当  $N < a$  时,  $P = 0$ , 这个阶段相当于声波在介质中传播尚未达到接收点, 即接收点尚未接收到任何声波信号阶段。

(2) 当  $N = a$  时,  $P$  首次大于零, 这个阶段相当接收点首次接收到声波信号, 即首波; 且  $P$  随  $a$  增大而减少, 这说明首波幅值随传输距离的增加而衰减。

(3) 当  $a < 12$  时,  $N = a$  时  $P$  即为最大值, 这说明在传输距离较短的情况下, 首波即为峰波。

(4) 当  $a \geq 12$  时,  $P$  最大值未出现在  $N = a$  处,  $P$  最大值出现的位置随着  $a$  增加逐步延后, 这意味着在入射波相同的情况下声波传输距离越长, 首波振幅越小, 峰波出现的时间较首波的延时也越来越长。这条规律可用于解释“峰波延后”现象。

(5) 对于  $P-N$ , 当  $N \rightarrow \infty$  时,  $P \rightarrow 0$ , 该过程产生尾波  $C$ 。这条规律可用于解释“尾波”的形成机理。

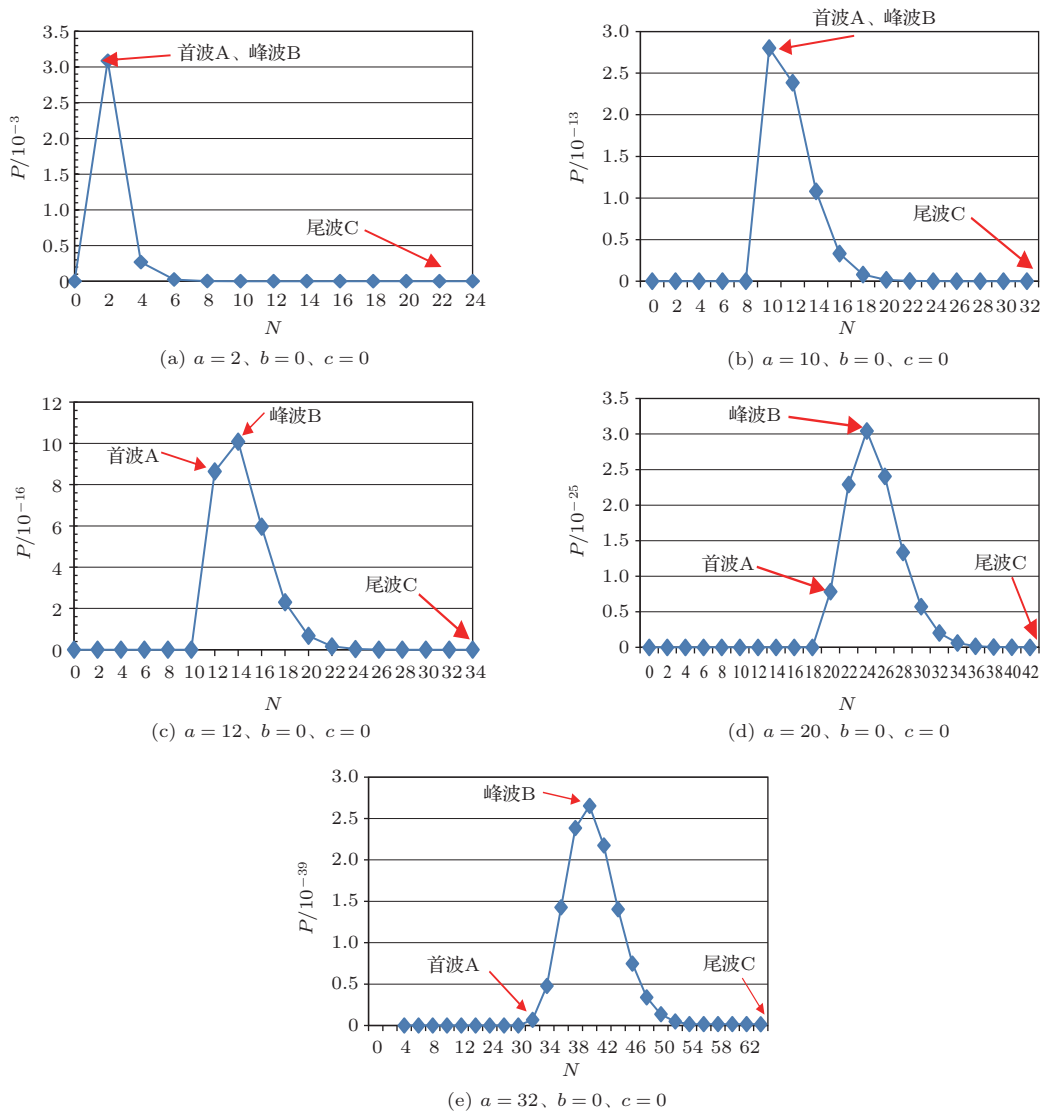


图 4  $P-N$  曲线图

Fig. 4  $P-N$  curve

### 3 实验验证

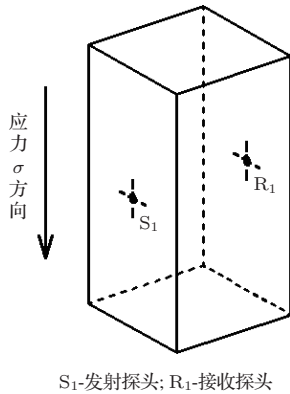
为验证以上理论模型与客观实际的符合性, 本文设计了一个实验。采用 3 块尺寸不同的 C30 正方体混凝土试件 a、b、c 作为声波混合物传播介质, 试件尺寸分别为 a:  $5\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 5\text{ cm}$ 、b:  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ 、c:  $30\text{ cm} \times 30\text{ cm} \times 30\text{ cm}$ 。实验时采用一个超声发射探头和一个接收探头, 分别设置在试件两个相对面的中心点进行对测, 发射探头产生超声波经试件(传播介质)传播到接收探头(如图 5 所示), 然后通过采集系统探测出接收波。3 个试件的发射波均为持续时长为 1 周期正弦波, 脉冲时长及振幅均相同。因试件的尺寸不

同, 声波在试件 a、b、c 中传播的距离分别为 5 cm、10 cm、30 cm。本次试验采用美国 RITEC RAM-5000 SNAP 非线性高能超声测试系统, 数据采集采用 MSO4104B-L 示波器, 超声探头采用奥林巴斯 V1012 超声探头, 中心频率 250 kHz, 工作频率范围 60 ~ 400 kHz。本实验的目的为验证实际中声波在混合物介质中传播规律与本文理论模型的相符性。

图 6 为试件 a、b、c 接收波的时域图。对比图 6(a)~(c) 波形图可以看出, 从试件 a→c 随着传输距离的增加, 接收波存在以下变化规律:

- (1) 接收波整体振幅及首波振幅随传播距离的增加而逐步减少;
- (2) 接收波均存在“峰波延后”现象, 且传播的距离越长, “峰波延后”现象越明显;

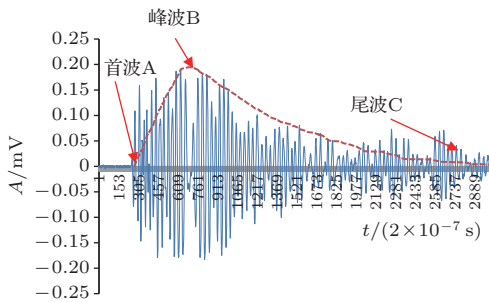
(3) 接收波声波振幅达到最大值后缓慢衰减, 形成一段逐步衰减的持续波, 即“尾波”。



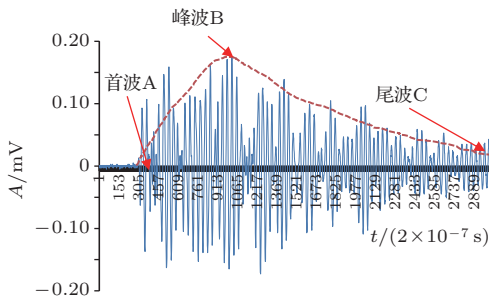
S<sub>1</sub>-发射探头; R<sub>1</sub>-接收探头

图5 实验中超声波探头布置示意图

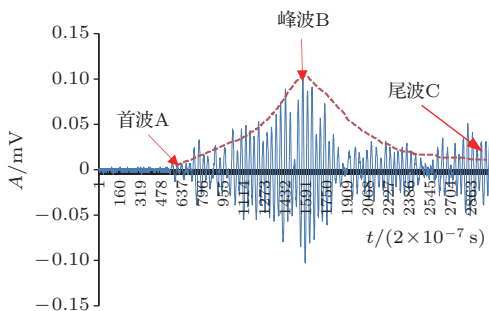
Fig. 5 Layout of ultrasonic probe in test



(a) 试件a接收波时域图 ( $h = 5 \text{ cm}$ )



(b) 试件b接收波时域图 ( $h = 10 \text{ cm}$ )



(c) 试件c接收波时域图 ( $h = 30 \text{ cm}$ )

图6 不同厚度混凝土试件接收波时程曲线图

Fig. 6 Receiving wave time history curve of different thick concrete specimen

实验中接收波的变化规律与图4(c)~图4(e)数值仿真结果有较好的吻合度。

### 4 结论

本文将混合物介质抽象为三维各向同性的马尔科夫链, 以此构建的理论模型可较好解释声波在混合物介质中传播时“峰波延后”及“尾波”等现象, 本文的理论模型的数据仿真与实验结果亦具有较高的吻合度。

### 参 考 文 献

- [1] 赵培林. 地方震尾波的实验室研究[J]. 高原地震, 1996, 8(2): 35-38.  
Zhao Peilin. Laboratory study on coda of local earthquakes[J]. Earthquake Research In Plateau, 1996, 8(2): 35-38.
- [2] 尹军杰, 刘学伟, 李文慧. 地震波散射理论及应用研究综述[J]. 地球物理学进展, 2005, 20(1): 123-134.  
Yin Junjie, Liu Xuewei, Li Wen hui. The view of seismic wave scattering theory and its applications[J]. Progress in Geophysics, 2005, 20(1): 123-134.
- [3] 宋丽莉, 葛洪魁, 郭志伟, 等. 利用多次散射波监测介质性质变化的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(4): 713-722.  
Song Lili, Ge Hongkui, Guo Zhiwei, et al. Experimental study of variation of medium properties monitoring using multiple scattering waves[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 713-722.
- [4] 肖卓, 高原. 尾波干涉原理及其应用研究进展综述[J]. 地震学报, 2015, 37(3): 516-526, 532.  
Xiao Zhuo, Gao Yuan. Review on the theory of coda wave interferometry and its research progress[J]. Acta Seismologica Sinica, 2015, 37(3): 516-526, 532.
- [5] 邵婕, 唐杰, 孙成禹. 地震波散射理论及应用研究进展[J]. 地球物理学进展, 2016, 31(1): 334-343.  
Shao Jie, Tang Jie, Sun Chengyu. Progress of seismic wave scattering theory and application[J]. Progress in Geophysics, 2016, 31(1): 334-343.
- [6] Aki K. Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves[J]. Journal of Geophysical Research, 1969, 74(2): 615-631.
- [7] 吴如山, 安艺敬一. 地震波的散射与衰减[M]. 李裕澈, 卢寿德, 译. 北京: 地震出版社, 1993.
- [8] Eaton D W. Weak elastic-wave scattering from massive sulfide orebodies[J]. Geophysics, 1998, 64(1): 289-299.
- [9] 黄雪继. 地震波散射场相位移法波动方程正演模拟[D]. 北京: 中国地质大学(北京), 2003.
- [10] 唐鸿龄, 张元林, 陈浩球. 应用概率[M]. 南京: 南京工学院出版社, 1988: 335-348.