◇ 研究报告 ◇

基于弹性波超表面的Lamb波透射调控*

杨华根 冯 侃† 李 容

(江苏大学土木工程与力学学院 镇江 212013)

摘要:根据广义Snell定律,该文提出了一种新型曲梁型弹性波超表面结构。通过该结构对入射波进行相位调制,实现了板中Lamb波(A₀模态)的异常透射调控,从而实现了波的负折射、非对称传输、声聚焦等功能。进一步的研究结果显示,若将该类超表面结构贴置在完整的铝板表面,通过引入吸声材料(阻尼),在保证薄板完整性的同时,可以起到显著消除薄板和超表面透射波场叠加的作用。该方法实现了对完整板结构Lamb波透射方向的有效调控,也为弹性波超表面提供了新的研究思路。 关键词: 广义Snell定律;弹性波超表面,Lamb波调控;异常透射 中图法分类号: O424 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2023)01-0034-08

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2023.01.005

Lamb wave transmission control based on elastic wave metasurface

YANG Huagen FENG Kan LI Rong

(College of Civil Engineering and Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Based on the generalized Snell's law, a new curved beam elastic wave metasurface structure is proposed. Through phase modulation of incident wave, abnormal transmission regulation of Lamb wave (A_0 mode) in the plate is realized, thus negative refraction, asymmetric transmission and acoustic focusing of wave are realized. Further research results show that the superposition of transmitted wave fields between the thin plate and the metasurface can be eliminated significantly if the metasurface structure is affixed to the surface of the intact aluminum plate by introducing sound absorbing materials (damping), while ensuring the integrity of the thin plate. This method can effectively control the transmission direction of Lamb wave of intact plate, and also provides a new research idea for elastic wave metasurface.

Keywords: Generalized Snell's law; Elastic wave metasurface; Lamb wave regulation; Anomaly transmission

2021-11-06 收稿; 2022-01-18 定稿

†通信作者 E-mail: fengkan@ujs.edu.cn

^{*}国家自然科学基金项目 (11702118), 江苏省科技项目基础研究计划青年基金项目 (BK20170520)

作者简介:杨华根 (1996-),男,江西吉安人,硕士研究生,研究方向:弹性波超构表面。

0 引言

在自然界中,波的传播是一种普遍的运动形式, 与人类的生活密切相关^[1]。通过材料或者结构设计 对波传播进行控制一直是人们努力实现的目标^[2]。 对波的调控在很多国家重大需求领域都有着广泛 的应用,例如水下声学探测、高精度声学成像、高容 量声学通信等^[3]。然而,在某些特殊情况下,受限 于天然材料自身的材料属性,声操控的理论与技术 的发展受到了一定制约。而超材料的出现赋予了声 学学科一个全新的方向^[3]。超材料作为一种亚波长 尺度结构,能够产生一些超常的物理性质如负泊松 比[4]、负弹性模量[5]、负折射[6]等。因此,由超材料 构建的一系列人工结构材料可以在一定程度上满 足波调控发展的需要。其中,声学超表面由于其体 积小、界面薄(亚波长),可以在实现对波的异常反 射折射^[7-9]、声聚焦^[10-12]、声隐身^[13]、非对称传 输^[14-15] 和声全息^[16]等特殊调控的同时,还具有 缩小损耗、降低成本等优势,因此有着巨大的应用 潜力。

自 2011年Yu 等^[17]发现广义 Snell 定律 (Generalized Snell's law, GSL)以来,已经有一系列关 于声学超表面的研究与报道。2013年, Li等^[18]将 GSL 推广到声学领域,并据此设计了空间折叠状 超表面,将相位等梯度离散化,实现了异常反射和 声聚焦。2014年, Xie等^[19]模拟并设计了螺旋型超 表面,根据螺旋通道螺旋程度的不同,构造了波通 过该结构时具有相同的相位差,实现了声波的负折 射。同年, Mei 等^[20] 通过构造折射率等梯度超表面 实现了声波的高透射和透射方向的调控。上述研究 成果大多局限于对声学超表面(大多都是在空气域 下声波)的研究。然而,由于弹性波拥有更多自由 度,会产生横波和纵波以及两者相互耦合形成的各 种形式的波,比如说有着多种模态的Lamb波,相 比空气中的声波情况更为复杂,因此对弹性波超表 面的研究还处于起步阶段,亟须更深入的探究。同 时,实现对薄板弹性波的透射调控也更有利于结构 健康监测等领域的发展。2016年, Zhu等^[21]利用 锥型超表面结构调控Lamb 波,并给出了相应的数 值模拟和实验证明。2018年,Cao等^[22]通过在数值 仿真中采用铝和铅锑合金两种材料按比例混合构 造超表面实现了SH波的透射调控。2019年,Yuan 等^[23]在板间引入螺栓结构,通过扭转螺栓实现了 板波透射的主动调控。2020年,Zhang等^[24]在板 间构建了锯齿型超表面,通过设计锯齿不同高度 来构造均匀相位进而实现对板中波透射和聚焦的 调控。但是迄今为止,各类研究成果所提出的弹性 波超表面大多都需要在板中挖孔槽实现,该做法 既破坏了板结构,又给加工制造带来了困难,影响 弹性波超表面的实际应用。如何在不破坏板材结 构的基础上,利用超表面对弹性波透射进行调控, 是一个关键性的问题,也是该领域的热点和前沿 课题之一。

基于上文论述,该文做了如下两项工作:(1)根据弹性波在板和梁中传播的经典方程,设计了一种曲梁型超表面,通过控制曲梁高度来改变波透射的相位差,进而实现对板波相位的调控。并用此结构对GSL进行了理论验证,实现了负折射、全反射、非对称传输、声聚焦一系列声学现象的数值仿真,经验证结果与理论值一致,证明了弹性波超表面的应用潜力。(2)在上述工作的基础上,还尝试将此超表面结构贴置在板的上表面,于板的另一侧面增加阻尼,来吸收板中传输波并保留超表面中的透射波,消除了板和超表面中两束波的混叠,从而在保证板结构完整性的前提下实现整板的Lamb波透射调控。相较其他类型弹性波超表面,该类结构可以置于板上,并且仍然保持较高的透射率。

1 基于GSL的超表面模型构建和理论验证

1.1 超表面构建的基本原理

超表面结构遵循的GSL基本原理如图1所示。 在界面B点引入相位差微元 $d\varphi$,使得透射角 θ_t 度 发生改变。通过改变相位梯度 $d\varphi/dx$ 的大小,来达 到控制透射角的目的。一般情况下,GSL透射公式 可以写成下列形式^[17]:

$$\frac{1}{\lambda_t}\sin\theta_t - \frac{1}{\lambda_i}\sin\theta_i = \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x},\qquad(1)$$

其中,t、i下标分别表示透射和入射; θ_t 、 θ_i 分别表 示透射角和入射角; λ_t 和 λ_i 及 n_t 和 n_i 分别表示超 表面界面两侧材料中的波长和折射率; φ 表示相位; d φ /dx表示相位梯度。



图1 广义Snell定律原理图

Fig. 1 Schematic diagram of generalized Snell's law

$$\sin \theta_t - \sin \theta_i = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x}.$$
 (2)

值得一提的是,当相位梯度项 d φ /dx 置 0 时,公式 (1) 就简化成了经典 Snell 折射定律。

而对于薄板中传播的波经过梁型结构的超表 面透射,如图2所示,其实质为波先在薄板中传播, 后经由梁结构透射。因此需要分别对薄板中Lamb 波和梁中弯曲波的传播情况进行分析。根据现有 文献,均质薄板在高频下的波动特性一般可采用 Rayleigh-Lamb方程描述^[25]:

$$\frac{\tan(\sqrt{1-\varsigma^2}d)}{\tan(\sqrt{\xi^2-\varsigma^2}d)} = -\frac{4\varsigma^2\sqrt{\xi^2-\varsigma^2}\sqrt{1-\varsigma^2}}{(2\varsigma^2-1)}, \quad (3)$$

$$\frac{\tan(\sqrt{\xi^2 - \varsigma^2}d)}{\tan(\sqrt{1 - \varsigma^2}d)} = -\frac{4\varsigma^2\sqrt{\xi^2 - \varsigma^2}\sqrt{1 - \varsigma^2}}{(2\varsigma^2 - 1)}, \quad (4)$$

其中: $\varsigma = c_t/c_p$, $\xi = c_t/c_l$, 其中 $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$, $c_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, c_p 分别表示横波波速、纵波波 速以及 Lamb 相速度, $\mu \pi \lambda$ 表示切变模量和拉梅常 数, ρ 为材料密度; $d = k_t e/2$, e为板厚, k_t 为横波波 数。式(3)和式(4)分别对应 Lamb 波传播的对称模 式(S 模态)和反对称模式(A 模态)。



图2 板-梁结构示意图



基于简化 Lamb 波模式的考虑,该文仅研究反 对称模式中的 A₀ 模态。之所以选择 A₀ 模态进行分 析,是因为反对称模态 (A) 的位移幅值相较对称模 态 (S) 大很多,在超声无损检测等其他应用中有着 更广泛的应用。而且 A₀ 模态是常用超声激励频率 下最容易出现的模态,因此对其进行分析是利用 超表面调控 Lamb 波的良好开端。根据式(4)可以 解得薄板中特定频厚积下对应 A₀ 模态的相速度 c_p, 进而可求得板中波长 λ₁。

同样亦可以给出梁结构的弯曲波经典方程[26]:

$$\mathrm{EI}\frac{\partial^4 w(x)}{\partial x^4} - \rho S \omega^2 w(x) = 0, \qquad (5)$$

其中,EI为刚度,w为梁的挠度, ω 为角频率,S为梁的横截面积。

进而求得方程(5)的通解为

$$w(x) = A_1 e^{k_2 x i} + A_2 e^{-k_2 x i} + A_3 e^{k_2 x} + A_4 e^{-k_2 x}, (6)$$

其中, $k_2 = \left(\frac{\rho S \omega^2}{\text{EI}}\right)^{1/4}$, 从而梁中波传播的波长可 表示为 $\lambda_2 = 2\pi/k_2 = 2\pi \left(\frac{\text{EI}}{\rho S \omega^2}\right)^{1/4}$ 。

由薄板中波的相速度可以计算得到 λ_1 并代入 GSL公式(2)中,结合给定的入射角度设计相应的 相位梯度,即可得到任意需要的透射角度。而梁中 波长 λ_2 则可用于设计梁状超表面结构的尺寸,构造 相应的相位梯度 d φ /dx。

1.2 超表面结构设计及GSL理论验证

该文设计了一种全新的曲梁型超表面结构,由 一系列曲梁构成,其单胞如图3(c)所示。曲梁的曲 面截线方程表达式为 $f_i(x) = h_i[1 - \cos(\pi x/n\lambda_2)]$, 如图3(a)所示。其中 $x \in (0, 2n\lambda_2)$,下标i表示单 胞中曲梁编号,取 $i = 1, 2, \cdots, 11, h_i$ 表示各曲线峰 值高度的一半, λ_2 为梁中波长,n为待定系数,固定 n = 1.95,将跨度l设置3.9 λ_2 ,即36.8 mm。当波经 过曲梁结构时,构造波出射时0,0.2 π ,0.4 π ,…,2 π 的相位差,然后根据 d $\varphi = k_2$ ds(其中 φ 为相位,s为 波程, k_2 为梁中波数)得到不同的曲梁长度 s_i ,由曲 线积分

$$s_i = \int_0^{2n\lambda_2} \sqrt{1 + [f_i'(x)]^2} \mathrm{d}x$$

计算*h_i*的值,最后以计算设计的11根曲梁为单个周 期进行排布构建超表面单胞。经过上述分析和计算 得到的各曲梁高度半数*h_i*和出射相位*φ_i*如图3(b) 所示,其中 h_i 写成与波长 λ_2 相关形式,方便设计入 射波不同波长下结构的尺寸,详细参数见附表A。

接下来对梁结构中波的透射相位进行了验证。 在梁的一端以幅值大小1 mm的波入射,得到各曲 梁的波场如图3(d)所示。可以看出波分别从第一根 梁和最后一根传出时相差两个波长,即相位大小相 差2π,并且呈现等梯度排布,图中虚线表示同时激 励下不同曲梁中同一波段的位置。

之后,将相位梯度 $d\varphi/dx = 2\pi/L$ 代入式(2)中,即可得到 GSL 的简化形式:

$$\sin \theta_t - \sin \theta_i = \lambda_1 / L, \tag{7}$$

其中,L为单个周期结构的长度, λ_1 为入射波在板中 波长。对于周期性入射波而言,式(7)中2 π 可根据 实际需要改变,一般是2 π 的倍数。公式(7)表明可 以通过设置周期结构的长度L,或者改变相位梯度 d φ /dx,对应入射角 θ_i 获得不同透射角 θ_t 。从而可 以根据该特性实现全反射、负折射、声波非对称传 输、声聚焦等一系列有趣的声学现象。 为了验证上述想法,采用有限元软件对该新型 超表面结构进行数值仿真。仿真中选取壳单元模 块进行计算,以减少不必要的计算量。激励设置为 100 kHz的正弦波,薄板和超表面材料均采用铝,弹 性模量 70 GPa,泊松比为0.33,密度2700 kg/m³,厚 度设置为1 mm。根据板和梁中波长计算公式得到 两者波长分别为 $\lambda_1 = 9.81 \text{ mm} \pi \lambda_2 = 9.43 \text{ mm}$ 。 进而设计得到结构如图4(a) 所示。

若令 $L = 2\lambda_1$,当波以 0° (与竖轴的夹角)入 射时,波场结果如图 4(b)所示。图示波场中透射 角和理论公式 (7)计算得到的 30° 基本一致。再令 $L = 2\lambda_1/3$,对应波的入射角 $\theta_i = 0°$ 时,根据 GSL 可知透射角 θ_t 不存在解,故波发生全反射现象。由 于该文只考虑了 A₀ 模态,所以大部分波无法透过超 表面,仅有一小部分例外,如图 4(c) 所示。

若令 $L = \lambda_1$,设置波的入射方向为 -30° ,结果如图4(d)所示。图中波以 30° 透射,产生负折射现象,且透射的角度和理论计算值相同。



Fig. 3 Related parameter diagram for constructing metasurface

立用声学





根据GSL理论即公式(7)可知,若L = $2\lambda_1$,则 入射波以角度大小在(30°,90°)范围内(不包括30° 和90°)对称入射时,均可以产生非对称传输的效果。 非对称传输即波在对称入射时不可逆传播的现象, 图 5(a) 为声波非对称传输示意图。该现象产生的机 理为当波从板的左下角和右上角以相反方向分别 对称入射时,入射角度 θ_i 视为不变,但相位梯度项 $d\varphi/dx$ 符号相反,导致透射角 θ_t 存在不同的解。若 $\sin \theta_t > 1$ 时,波无法透射:相反则表示波能以相应 的角度透射,形成非对称传输,这也说明超表面结 构在一定程度上可打破声学互易性定理。以-45° 的入射角为例,设置100 kHz正弦波分别在斜左下 角和斜右上角以-45°入射,如图5(b)和5(c)所示, 左下角入射波的透射角和理论计算的-17°基本相 同,而左上角入射波无法导通,从而实现了较为完美 的非对称传输现象。

利用超表面还可以实现对入射波的聚焦功能, 基本原理如图6(a)所示。其中透射波在各单元对应 *y*轴坐标的出射相位应满足二维聚焦相位公式^[24]: $\phi(y) = k_1(\sqrt{(y-y_0)^2 + d^2} - d) + \phi(y_0), \quad (8)$

式(8)中, y_0 为焦点O的横坐标,d为O点到超表面的焦距, ϕ 为相位, k_1 为板中波数。

为了实现聚焦现象,结构需要以重新设计的21 根曲梁以单周期进行排布,如图6(c)所示。由于设 计的超表面结构属于对称结构,故只需要设置其 中11根曲梁的长度。根据图6(a)中的结构,预设焦 距 $d = 1.5\lambda_1$,已知中心处横坐标 $y_0 = 0$,令y的取 值范围为($-2\lambda_1, 2\lambda_1$),可计算得各曲梁 h_i 值和对应 的相位 ϕ_i 如图6(b)所示,详细数据见附表B。与此 前相同,激励仍采用中心频率100 kHz 的正弦波, 在一端以0°入射,获得某一时刻的波场图和能量密 度图分别如图6(d)和图6(e)所示。图中波场和能量 密度图清晰地展示出波发生了聚焦现象,且图6(f) 中铝板上横轴各点的幅值曲线也表明在板的中心 焦点处能量最高。但是其中焦点*O*到超表面的焦距 d大约为13.5 mm,和预设值1.5 λ_1 存在4.5%的误 差,判断为计算结构 h_i 值时存在微小误差所导致。



(d) 声聚焦波场

(e) 声聚焦能量密度

图6 利用超表面实现声聚焦现象



此外,若根据该聚焦原理设计超表面每个单元的出 射相位,也可以实现波在任意点聚焦。

2 附加阻尼的弹性波超表面模拟研究

上述工作证明了该超表面结构透射调控的可 行性。本节将以不破坏板结构作为前提,利用弹性 波超表面调控整块板 Lamb 波的透射 (不同于该文 第1节中板-梁的构造)。因此,在本节内容中,尝 试在完整的铝板结构上设置超表面,将此结构周 期性排列,并且在板的另一侧贴置阻尼层。其中阻 尼层的横截面形状根据参考文献 [27] 设置成升余弦 函数型,该形状的阻尼吸收效率相较于斜直线和三 次曲线更高,材料采用阻尼比为0.11的软橡胶。整 体结构如图7(a)所示,设置劈尖型阶梯结构以方便 将波引导至超表面结构中。薄板四周设置完美匹 配层(Perfectly matched layer PML),并将周围边 界设置为低反射边界,便于吸收边界反射,实际应 用中若有需要,也可用阻尼材料(橡胶,橡皮泥等) 代替PML。

首先,为检验阻尼吸收装置的吸声效果,构造 并将该阻尼结构贴置在无超表面的铝板上进行模 拟。同样地,采用100 kHz的正弦激励从板一端入 射,得到波场如图7(b)所示。可以看出,在100 kHz 正弦波入射时,阻尼材料对波的吸收效果较好。然 后绘制板上阻尼中间位置前后两点的纵向位移-时 间曲线,如图7(c)所示。比较图中两者峰值,可以发 现阻尼对板波的吸收比例能够达到80%。

最后,在上述结构中增加超表面结构,同时,为 了说明阻尼吸收装置的作用,添加只贴有超表面的 铝板(无阻尼材料)作为对照组。图8(b)中表明,有 吸收装置的铝板波场中有较明显的透射偏转轨迹, 通过设计 $L = 2\lambda_1$ 并结合 GSL,得到透射角的理论



Fig. 7 Structure schematic diagram and damping absorption effect diagram

值为30°,与模拟波场中透射角度相同。而对照组铝 板中的波场所如图8(a)所示,可以发现其虽有偏转 趋势,但是由于板中和超表面波场的混叠,导致透射 角度与期望值偏差较大且透射波波前不连续,难以 得到明显且准确的偏转结果。对比两者的波场,亦 可得到如下结论:在通过超表面调控Lamb波透射 时,阻尼能够辅助其达到较好的透射效果,可消除板 和超表面中两束透射波的混叠。而且,更换阻尼的 材料也能达到不同程度的吸收效果,满足调控精度 的需求。





Fig. 8 Transmitted wave field diagram before and after adding damping

3 结论

基于现有的关于 GSL 的研究成果,将其应用到 Lamb 波 (A₀ 模态)的调控中,设计了一种单层等相 位梯度超表面结构,通过模拟和理论相结合,得到了 一系列结果,归纳总结如下:

(1) 采用有限元法模拟了铝板板波透射波场结 果图,在验证了GSL的同时,也实现了Lamb波一 系列异常现象的调控(负折射、全反射、非对称传输、 声聚焦等),证明其在建筑声学等领域存在潜在的应用价值。

(2) 鉴于现存研究中大多数的弹性波超表面结构需要破坏板结构的问题,该文在保证设计的弹性 波超表面结构对波调控具备可行性的基础上,进一 步尝试在整板上侧贴置该结构,并且借助阻尼材料, 实现了在不破坏整板结构的前提下对Lamb波的透 射偏转,为弹性超表面相关研究提供了一种新颖可 行的思路。

但是,该文仅考虑了一种阻尼材料的吸收效果, 并没有对多种材料加以讨论和研究;而且对于该结构在一定的频率范围是否适用未做考虑,需要改善 实现宽频调控;结果也是基于数值模拟和理论计算, 并无相应实验相互对照,后期工作可以对结构进行 简化改进,通过实验加以验证。

参考文献

- 丁昌林, 董仪宝, 赵晓鹏. 声学超材料与超表面研究进展 [J]. 物理学报, 2018, 67(19): 10-23.
 Ding Changlin, Dong Yibao, Zhao Xiaopeng, et al. Research advances in acoustic metamaterials and metasurface[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(19): 10-23.
- [2] 胡更开. 波传播控制与超材料设计 [C]//中国力学大会-2013 论文摘要集, 2013.
- [3] 刘晓峻. 声学超材料的机遇和挑战 [J]. 科学通报, 2020, 65(15): 1359.

Liu Xiaojun. Opportunities and challenges of acoustic metamaterials[J]. Science Bulletin, 2020, 65(15): 1359.

- [4] 于靖军,谢岩,裴旭. 负泊松比超材料研究进展 [J]. 机械工程 学报, 2018, 54(13): 1–14.
 Yu Jingjun, Xie Yan, Pei Xu. State-of-art of metamaterials with negative poisson's ratio[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(13): 1–14.
- [5] 孟德世, 李丽君, 李敏. 声学超材料的结构设计概述 [J]. 功能 材料与器件学报, 2021, 27(2): 67-76.
 Meng Deshi, Li Lijun, Li Min, et al. Structural design of

acoustic metamaterials[J]. Journal of Functional Materials and Device, 2021, 27(2): 67–76.

- [6] 姚翠亚,梁斌明,庄松林.负折射率材料的实现方法和研究进展[J].光学仪器,2009,31(5):82-86.
 Yao Cuiya, Liang Binming, Zhuang Songlin. Realization and investigation of negative refractive materials[J]. Op-
- [7] Li Y, Jiang X, Liang B, et al. Metascreen-based acoustic passive phased array[J]. Physical Review Applied, 2015, 4(2): 024003.

tical Instrument, 2009, 31(5): 82-86.

- [8] Tang K, Qiu C, Ke M, et al. Anomalous refraction of airborne sound through ultrathin metasurfaces[J]. Scientific Reports, 2014, 4: 1–7.
- [9] Qian E, Fu Y, Xu Y, et al. Total omnidirectional reflection by sub-wavelength gradient metallic gratings[J]. Europhysics Letters, 2016, 114(3): 34003.
- [10] Yong L, Liang B, Tao X, et al. Acoustic focusing by coiling up space[J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(23): 036609.
- [11] Yuan B, Ying C, Liu X. Conversion of sound radiation pattern via gradient acoustic metasurface with space-coiling structure[J]. Applied Physics Express, 2015, 8(2): 027301.
- [12] Zou H, Li P, Peng P. Ultra-thin underwater acoustic metasurface with multiply resonant units[J]. Physics Letters A, 2019, 384(7): 126151.
- [13] Li H X, Rosendo-López M, Zhu Y F, et al. Ultrathin acoustic parity-time symmetric metasurface cloak[J]. Research, 2019, 2019: 1–7.
- [14] 李冰, 徐辉宇,何灵娟,等.应用单层超表面实现声波宽角度 非对称传输 [J]. 声学技术, 2019, 38(3): 253-257.
 Li Bing, Xu Huiyu, He Lingjuan, et al. Wide-angle asymmetric sound wave transmission in the single-layer metasurface[J]. Technical Acoustics, 2019, 38(3): 253-257.
- [15] Zeng L, Zhang J, Liu Y, et al. Asymmetric transmission of elastic shear vertical waves in solids[J]. Ultrasonics, 2019, 96: 34–39.
- [16] Tian Y, Qi W, Cheng Y, et al. Acoustic holography based on composite metasurface with decoupled modulation of phase and amplitude[J]. Applied Physics Letters, 2017, 110(19): 191901.
- [17] Yu N, Genevet P, Kats M A, et al. Light propagation with phase discontinuities: generalized laws of reflection and refraction[J]. Science, 2011, 334(6054): 333–337.
- [18] Li Y, Liang B, Gu Z M, et al. Reflected wavefront manipulation based on ultrathin planar acoustic metasurfaces[J]. Scientific Reports, 2013, 3: 2546.
- [19] Xie Y, Wang W, Chen H, et al. Wavefront modulation and subwavelength diffractive acoustics with an acoustic metasurface[J]. Nature Communications, 2014, 5: 5553.
- [20] Mei J, Wu Y. Controllable transmission and total reflection through an impedance-matched acoustic metasurface[J]. New Journal of Physics, 2014, 16(12): 123007.
- [21] Zhu H, Semperlotti F. Anomalous refraction of acoustic guided waves in solids with geometrically tapered metasurfaces[J]. Physical Review Letters, 2016, 117(3): 034302.
- [22] Cao L, Yang Z, Xu Y. Steering elastic SH waves in an anomalous way by metasurface[J]. Journal of Sound and Vibration, 2018, 418: 1–14.

- [23] Yuan S M, Chen A L, Wang Y S. Switchable multifunctional fish-bone elastic metasurface for transmitted plate wave modulation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 470: 115168.
- [24] Zhang J, Zhang X, Xu F, et al. Vibration control of flexural waves in thin plates by 3D-printed metasurfaces[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 481: 115440.
- [25] Fu Y, Cao Y, Xu Y. Multifunctional reflection in acoustic metagratings with simplified design[J]. Applied Physics Letters, 2019, 114(5): 053502.
- [26] 张守航.外部激励作用下周期梁结构中波的传播 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2017.
- [27] Shen Y, Giurgiutiu V. Effective non-reflective boundary for Lamb waves: theory, finite element implementation, and applications[J]. Wave Motion, 2015, 58: 22–41.

附表 A 透射偏转结构尺寸 (λ_2 为波在梁中传播波长)

Attached table A Transmission deflection structure size (λ_2 is wave propagation wavelength in beam)

s_i (i 为单元编号)	ϕ_i	λ_2/h_i
$5\lambda_2$	0	1.382
$4.9\lambda_2$	0.2π	1.46
$4.8\lambda_2$	0.4π	1.551
$4.7\lambda_2$	0.6π	1.658
$4.6\lambda_2$	0.8π	1.787
$4.5\lambda_2$	π	1.945
$4.4\lambda_2$	1.2π	2.149
$4.3\lambda_2$	1.4π	2.422
$4.2\lambda_2$	1.6π	2.82
$4.1\lambda_2$	1.8π	3.482
$4\lambda_2$	2π	4.957

附表 B 聚焦结构尺寸 (λ_1 为波在板中传播波长) Attached table B The size of focusing structure (λ_1 is wave propagation wavelength in beam)

s_i (i 为单元编号)	ϕ_i	λ_2/h_i
$4\lambda_1$	2π	4.958
$4.013\lambda_1$	1.686π	3.059
$4.052\lambda_1$	1.386π	2.401
$4.116\lambda_1$	1.104π	2.044
$4.2\lambda_1$	0.842π	1.817
$4.303\lambda_1$	0.606π	1.661
$4.421\lambda_1$	0.4π	1.551
$4.55\lambda_1$	0.231π	1.473
$4.693\lambda_1$	0.105π	1.422
$4.843\lambda_1$	0.027π	1.392
$5\lambda_1$	0	1.382