

◇ 研究报告 ◇

弯曲振动复合楔形超声聚能器的设计*

文仕豪^{1,2,3,4} 许龙^{1†} 朱怀球^{2,3,4†} 吴德林^{2,3,4}
高申平^{2,3,4} 王萧博^{2,3,4} 姚磊^{2,3,4}

(1 中国计量大学理学院 杭州 310018)

(2 浙江省质量科学研究院 杭州 310018)

(3 国家市场监督管理总局重点实验室(声学振动应用测量技术) 杭州 310018)

(4 浙江省声学振动精密测量技术研究重点实验室 杭州 310018)

摘要: 为了建立楔形变截面弯曲超声振动系统的设计理论,该文基于 Timoshenko 梁弯曲振动理论,推导了复合楔形超声聚能器的弯曲振动共振频率方程和放大系数解析表达式。利用解析理论模型和有限元仿真对复合楔形聚能器的前 4 阶弯曲振动特性进行了计算分析。结果表明:复合楔形超声聚能器的高度比和长度比对各阶弯曲共振频率和放大系数均有较大的影响;解析理论计算的聚能器的各阶弯曲共振频率和位移放大系数与有限元仿真结果一致,两种方法计算的聚能器的各阶弯曲共振频率相对误差均小于 3%。由此表明该解析理论模型具有较高的理论计算精度。最后,设计并制作了复合楔形聚能器实验样品并对其一阶共振频率实验测试,实验测试结果与理论计算结果和有限元仿真结果吻合较好。该文研究结果为弯曲振动复合楔形超声振动系统的工程设计提供解析理论参考。

关键词: Timoshenko 梁理论; 弯曲振动; 传递矩阵; 有限元仿真

中图分类号: O426.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2024)06-1366-09

DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2024.06.020

Design of the composite wedge-shaped ultrasonic concentrator in flexural vibration

WEN Shihao^{1,2,3,4} XU Long¹ ZHU Huaiqiu^{2,3,4} WU Delin^{2,3,4}
GAO Shenping^{2,3,4} WANG Xiaobo^{2,3,4} YAO Lei^{2,3,4}

(1 College of Science, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

(2 Zhejiang Institute of Quality Sciences, Hangzhou 310018, China)

(3 Key Laboratory of Acoustics and Vibration Applied Measuring Technology, State Administration for Market Regulation, Hangzhou 310018, China)

(4 Key Laboratory of Acoustics and Vibration Precision Measuring Technology of Zhejiang Province, Hangzhou 310018, China)

Abstract: In order to establish the design theory of a wedge-shaped vibrating ultrasonic system, based on the Timoshenko beam flexural vibration theory, this paper derives the flexural vibration resonance frequency equation and amplification coefficient expression of the composite wedge-shaped ultrasonic concentrator.

2023-06-26 收稿; 2023-08-08 定稿

*国家自然科学基金项目(12074354), 市场监督管理总局计划项目(2022MK046, KJLJ202310), 浙江省重点研发计划项目(2022C01002), 浙江省基础公益计划项目(LGF22A040005, TGC23A040003), 浙江省市场监督管理局科技计划项目(CY2022001, CY2022216, ZD2024007)

作者简介: 文仕豪(2000-), 男, 贵州都匀人, 硕士研究生, 研究方向: 超声振动系统。

†通信作者 E-mail: xulong@cjlu.edu.cn; zhq_hz@163.com

The flexural vibration characteristics of the composite wedge-shaped concentrator up to the fourth order are calculated and analyzed using the proposed theoretical model and finite element simulation. The results show that the height ratio and length ratio of the composite wedge-shaped ultrasonic concentrator have significant effects on the flexural resonance frequencies and amplification coefficients at each order. The flexural resonance frequencies and displacement amplification coefficients calculated by the theoretical model are consistent with the results of finite element simulation. The relative error of the flexural resonance frequencies calculated by both methods are less than 3%, indicating that the proposed analytical theoretical model has high accuracy. The composite wedge-shaped ultrasonic concentrator was made for experimental testing of its resonant frequency, the test results are relatively consistent with the theoretical calculations and finite element simulation results. The research results of this paper provide theoretical references for the engineering design of flexural vibration composite wedge-shaped ultrasonic vibration systems.

Keywords: Timoshenko beam theory; Flexural vibration; Transfer matrix; Finite element simulation

0 引言

超声聚能器也称超声变幅杆,是功率超声振动系统中一个重要的组成部分,它的主要作用是聚焦振动能量、放大振动位移以及作为阻抗变换器在换能器和声负载之间进行阻抗匹配^[1-2]。在需要高声强的应用(如超声加工、金属焊接等)领域中,超声工具头的输出端需要大位移振幅,需要在换能器的前端加超声聚能器,甚至聚能器的输出端连接具有二次超声能量聚焦的工具头才能满足高功率超声加工或超声焊接的应用需求^[3-5]。

超声聚能器按照振动类型可分为纵振、扭振、弯振和复合振动等,在功率超声的切割和焊接等加工应用中,纵向振动和弯曲振动应用最为普遍;按照聚能器的形状又可以分为阶梯形^[6-7]、指数形^[8]、圆锥形^[9-10]、倒锥形^[11]、圆柱形^[12]等,其中阶梯形聚能器因其放大效果较好,被广泛用于超声处理和超声加工中^[13]。

在金属焊接应用中,弯曲振动超声聚能器可以在焊接钢板、铝合金等金属材料时,显著改善焊接质量和焊缝形态^[14-18]。同时弯曲振动聚能器的设计和工艺对于实现这些目标非常重要,需要进行充分的分析和优化设计。为了满足不同的超声焊接应用场景,超声振动系统的形状结构和振动模式也需要重新设计和优化^[19]。本文基于包装袋封装的超声焊接技术应用需求,设计了一种弯曲振动复合楔形超声聚能器,基于 Timoshenko 梁弯曲理论^[20]推导了其弯曲振动的传递矩阵理论模型,研究了复合楔形超声聚能器的结构尺寸参数对其弯曲振动性能的影响特性。

1 理论模型

1.1 聚能器的形状结构

图1为复合楔形聚能器的结构示意图。由图1可知,聚能器主要由等截面长方体和变截面楔形块组成。 L_1 和 L_2 分别表示楔形块的纵向尺寸和长方体的长度; H_1 和 H_2 分别表示楔形块大端的高度和长方体的高度; W_1 和 W_2 分别表示楔形块的宽度和长方体的宽度,其中 $H_1 = W_1, H_2 = W_2$ 。

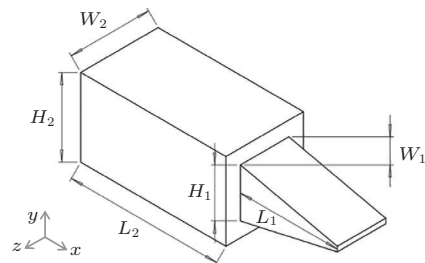


图1 复合楔形聚能器

Fig. 1 Composite wedge horn

1.2 聚能器弯曲振动的理论模型构建

由于 Timoshenko 弯曲梁理论仅适用于分析等截面杆的弯曲振动,根据复合楔形聚能器的结构特点,将图1所示的聚能器前端长度为 L_1 的楔形块分为 i 个部分,如图2所示,并将每一部分近似为一个等截面部分。每个部分长度为 l_i ,宽度为 w_i ,高度为 h_i ,其中 l_i 、 w_i 和 h_i 的数值与分化部分 i 有关。其振动方向如红色与蓝色箭头所示,做上下弯曲振动。聚能器一阶弯曲振动近似的线位移如黑线所示。

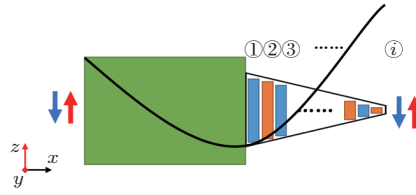


图2 复合楔形聚能器及其一阶弯曲振动位移分布示意图

Fig. 2 Diagram of composite wedge horn and its first-order flexural vibration displacement distribution

根据 Timoshenko 弯曲梁理论^[21], 对于等截面杆的弯曲振动满足以下方程组:

$$\begin{cases} Y = (1 + \lambda_1) A_1 \cosh n_1 x + (1 + \lambda_1) B_1 \sinh n_1 x + (1 + \lambda_2) A_2 \cos n_2 x + (1 + \lambda_2) B_2 \sin n_2 x, \\ \phi = A_1 n_1 \sinh n_1 x + B_1 n_1 \cosh n_1 x - A_2 n_2 \sin n_2 x + B_2 n_2 \cos n_2 x, \\ M = EI [A_1 n_1^2 \cosh n_1 x + B_1 n_1^2 \sinh n_1 x - A_2 n_2^2 \cos n_2 x - B_2 n_2^2 \sin n_2 x], \\ Q = -KA_0 G [\lambda_1 A_1 n_1 \sinh n_1 x + \lambda_1 B_1 n_1 \cosh n_1 x - \lambda_2 A_2 n_2 \sin n_2 x + \lambda_2 B_2 n_2 \cos n_2 x], \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中, Y 表示弯曲总位移, ϕ 表示弯曲振动引起的截面转角, M 表示作用于截面的弯矩, Q 表示剪应力的合力, G 表示对应材料的剪切模量, A_0 表示横截面积, K 表示面积系数, 对应矩形截面的面积系数为 0.86, E 表示对应材料的杨氏模量, I 表示惯性矩, ρ 表示对应材料的密度, A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 为任意常数。定义截面状态矩阵 Z_i , 表示为

$$Z_i = [Y_i \ \phi_i \ M_i \ Q_i]^T. \quad (2)$$

将 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 四个待定系数用如下向量表示:

$$C = [A_1 \ B_1 \ A_2 \ B_2]^T. \quad (3)$$

因此, 式(1)和式(2)可以表示为

$$Z_i = X_i C, \quad (4)$$

其中,

$$X_i = \begin{pmatrix} (1 + \lambda_1) \cosh n_1 x & (1 + \lambda_1) \sinh n_1 x & (1 + \lambda_2) \cos n_2 x & (1 + \lambda_2) \sin n_2 x \\ n_1 \sinh n_1 x & n_1 \cosh n_1 x & -n_2 \sin n_2 x & n_2 \cos n_2 x \\ EI n_1^2 \cosh n_1 x & EI n_1^2 \sinh n_1 x & -EI n_2^2 \cos n_2 x & -EI n_2^2 \sin n_2 x \\ -KA_0 G \lambda_1 n_1 \sinh n_1 x & -KA_0 G \lambda_1 n_1 \cosh n_1 x & KA_0 G \lambda_2 n_2 \sin n_2 x & -KA_0 G \lambda_2 n_2 \cos n_2 x \end{pmatrix}. \quad (5)$$

当两端的自由时, 有 $x = 0$, $Z_0 = X_0 C$; $x = l$, $Z_l = X_l C$ 。联立并消掉待定系数向量, 可得

$$Z_l = X_l X_0^{-1} Z_0. \quad (6)$$

因此, 均匀等截面弹性梁的弯曲振动传递方程可以表示为

$$Z_l = T Z_0. \quad (7)$$

基于以上原理, 将前端楔形块近似为 10 个等截面部分, 则整个复合楔形聚能器的 11 个部分可用 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 \dots 、 Z_{12} 这 12 个状态矩阵表示, 各状态

矩阵满足以下传递方程:

$$Z_i = T_i Z_{i-1}, \quad (8)$$

式(8)中, T_i 是第 i 个部分对应的传递矩阵, 即:

$$T_i = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{pmatrix}; \quad (9)$$

$$T_{11} = \frac{(1 + \lambda_1) n_2^2 \cosh n_1 l + (1 + \lambda_2) n_2^2 \cos n_2 l}{S_1},$$

$$\begin{aligned}
 T_{12} &= \frac{n_1 \lambda_1 (1 + \lambda_2) \sin n_2 l - n_2 \lambda_2 (1 + \lambda_1) \sinh n_1 l}{n_1 n_2 S_2}, \\
 T_{13} &= \frac{(1 + \lambda_1)(1 + \lambda_2)(\cosh n_1 l - \cos n_2 l)}{S_1 S_4}, \\
 T_{14} &= \frac{(1 + \lambda_2)n_1 \sin n_2 l + (1 + \lambda_1)n_2 \sinh n_1 l}{n_1 n_2 S_2 S_4}, \\
 T_{21} &= \frac{\lambda_2 \lambda_1^2 \sin n_2 l - (1 + \lambda_1)n_2 \sinh n_1 l}{S_1}, \\
 T_{22} &= \frac{\lambda_2 \cosh n_1 l - \lambda_1 \cos n_2 l}{S_2}, \\
 T_{23} &= \frac{-n_1(1 + \lambda_2) \sinh n_1 l + n_2(1 + \lambda_1) \sin n_2 l}{S_1 S_4}, \\
 T_{24} &= \frac{\cosh n_1 l - \cos n_2 l}{S_2 S_3}, \\
 T_{31} &= \frac{S_4 \lambda_1^2 \lambda_2^2 (\cosh n_1 l - \cos n_2 l)}{S_1}, \\
 T_{32} &= \frac{-S_4 (n_1 \lambda_2 \sinh n_1 l + n_2 \lambda_1 \sin n_2 l)}{S_2}, \\
 T_{33} &= \frac{n_1^2 (1 + \lambda_2) \cosh n_1 l + n_2^2 (1 + \lambda_1) \cos n_2 l}{S_1}, \\
 T_{34} &= \frac{S_4 n_1 \sinh n_1 l + S_4 n_2 \sin n_2 l}{-S_2 S_3}, \\
 T_{41} &= \frac{S_3 (n_1 n_2^2 \lambda_1 \sinh n_1 l - n_2 n_1^2 \lambda_2 \sin n_2 l)}{S_1}, \\
 T_{42} &= \frac{S_3 (\lambda_1 \lambda_2 \cos n_2 l - \lambda_1 \lambda_2 \cosh n_1 l)}{S_2}, \\
 T_{43} &= \frac{1}{S_1 S_4} [S_3 (n_1 \lambda_1 (1 + \lambda_2) \sinh n_1 l \\
 &\quad + n_2 \lambda_2 (1 + \lambda_1) \sin n_2 l)], \\
 T_{44} &= \frac{\lambda_2 \cos n_2 l - \lambda_1 \cosh n_1 l}{S_2},
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{cases}
 S_1 = n_1^2 (1 + \lambda_2) + n_2^2 (1 + \lambda_1), \\
 S_2 = \lambda_2 - \lambda_1, \quad S_3 = K A_0 G, \quad S_4 = EI, \\
 A_0 = h \cdot d, \quad I = d \cdot h^3 / 12, \\
 \lambda_1 = -(w^2 / C_1^2 + n_1^2) \div (C_2^2 \cdot C), \\
 \lambda_2 = (-w^2 / C_1^2 + n_2^2) \div (C_2^2 \cdot C),
 \end{cases}$$

并且

$$\begin{cases}
 n_1 = F \cdot w \sqrt{-1 + H \sqrt{\frac{1 + a^2}{w^2}}}, \\
 n_2 = F \cdot w \sqrt{1 + H \sqrt{\frac{1 + a^2}{w^2}}}, \\
 F = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{C_2^2} - \frac{1}{C_1^2}}, \quad H = \frac{C_1^2 - C_2^2}{C_1^2 + C_2^2},
 \end{cases}$$

$$\begin{cases}
 a = \frac{2\sqrt{C}}{1/C_2^2 - 1/C_1^2}, \quad C_1 = \sqrt{E/\rho}, \\
 C_2 = \sqrt{K'G/\rho}, \quad C = A_0 \rho / (EI),
 \end{cases} \quad w = 2\pi f,$$

其中, l 表示第 i 段等截面杆的长度, f 表示频率, h 和 d 分别表示第 i 段等截面杆的高度和宽度。

因此, 对于图2所示复合楔形聚能器的弯曲振动满足以下向量传递关系:

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_3 \mathbf{T}_4 \mathbf{T}_5 \mathbf{T}_6 \mathbf{T}_7 \mathbf{T}_8 \mathbf{T}_9 \mathbf{T}_{10} \mathbf{T}_{11} \mathbf{Z}_{12} = \mathbf{T} \mathbf{Z}_{12}. \quad (10)$$

结合聚能器两端自由的边界条件, 即两端的弯矩和剪应力都为零, 则式(10)可改写为

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \phi_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} & O_{13} & O_{14} \\ O_{21} & O_{22} & O_{23} & O_{24} \\ O_{31} & O_{32} & O_{33} & O_{34} \\ O_{41} & O_{42} & O_{43} & O_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_{12} \\ \phi_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

式(11)进一步简化可得

$$\begin{vmatrix} O_{31} & O_{32} \\ O_{41} & O_{42} \end{vmatrix} = O_{31} O_{42} - O_{41} O_{32} = 0. \quad (12)$$

式(12)即为复合楔形聚能器弯曲振动的共振频率方程, 它与聚能器的各部分材料、尺寸和弯曲共振频率有关。当聚能器的结构尺寸和参数确定后, 通过求解式(12)即可得到聚能器各阶弯曲振动的共振频率。

放大系数是衡量聚能器振动性能的一个重要参数, 定义为聚能器在特定的谐振模式下输出端与输入端位移振幅的比值, 其表达式为

$$M = \left| \frac{Y_{n+1}}{Y_1} \right|. \quad (13)$$

在两端自由的条件下, 由式(6)可得:

$$\begin{cases}
 Y_1 = O_{11} Y_{n+1} + O_{12} \phi_{n+1}, \\
 0 = O_{31} Y_{n+1} + O_{32} \phi_{n+1}.
 \end{cases} \quad (14)$$

将式(13)代入式(14)可得:

$$M = \left| \frac{O_{32}}{O_{11} O_{32} - O_{12} O_{31}} \right|. \quad (15)$$

2 理论模型验证

复合楔形聚能器的前端后端均选用45#钢以满足聚能器在高强度的应用环境, 其材料参数如

表1所示。

表1 金属材料参数
Table 1 Metal material parameters

材料	密度/ ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	杨氏模量/ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)	剪切模量/ ($\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$)
45# 钢	7850	20.9×10^{10}	8.23×10^{10}

复合楔形聚能器的各个部分尺寸参数分别为： $L_1 = 20 \text{ mm}$, $L_2 = 30 \text{ mm}$, $H_1 = W_1 = 10 \text{ mm}$, $H_2 = W_2 = 16 \text{ mm}$ 。当复合楔形聚能器的材料及尺寸参数确定后,由式(12)可得如图3所示的聚能器弯曲共振的频率响应曲线。由图3可知,在0~100 kHz的频率范围内有4个值,分别对应于聚能器的一阶弯曲共振频率25733 Hz、二阶弯曲共振频率50204 Hz、三阶弯曲共振频率71162 Hz和四阶弯曲共振频率94411 Hz。

为了验证理论模型的计算精度,建立与理论计算模型完全一致的复合楔形聚能器的有限元软件仿真模型,通过模态分析可得如图4所示的复合楔

形聚能器的前四阶弯曲振动模态振型图。

为了方便比较,将理论计算与有限元仿真的聚能器的前四阶弯曲共振频率值列于表2,其中 f_t 表示利用传递矩阵模型计算得到的共振频率, f_c 表示有限元仿真计算出来的频率, Δ_1 表示理论与仿真计算结果的相对误差,其中 $\Delta_1 = |f_t - f_c|/f_c$ 。

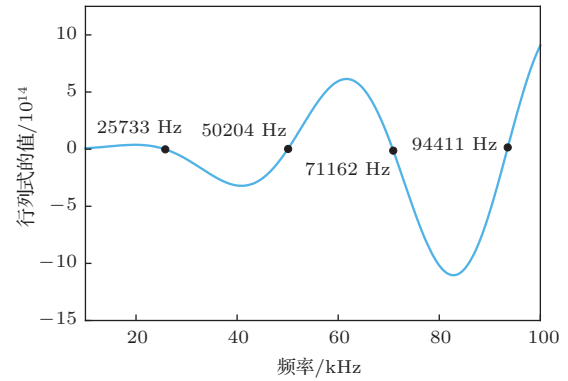


图3 理论计算的弯曲共振频率响应曲线

Fig. 3 Theoretical calculation of resonant frequency

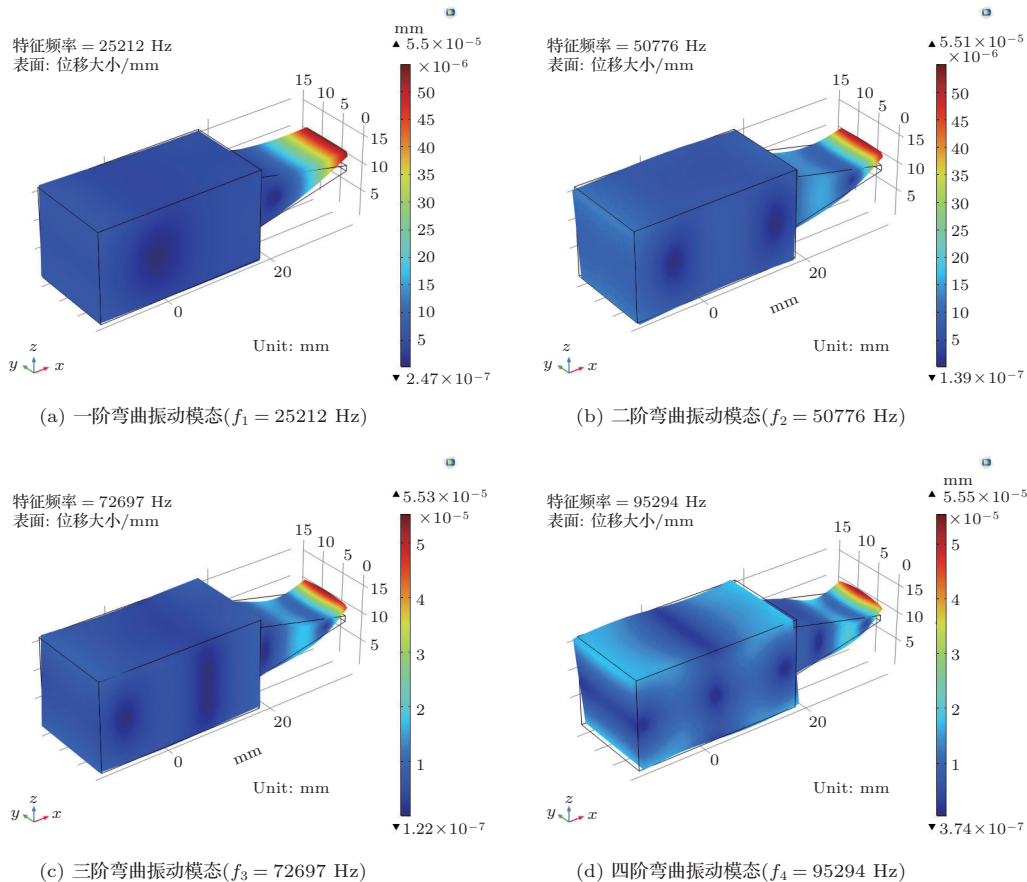


图4 复合楔形聚能器的振动模态

Fig. 4 Vibration modes of composite wedge-shaped concentrator

表 2 理论数值与有限元数值对比
Table 2 Comparison of theoretical and finite element method values

振动模式	f_t/Hz	f_c/Hz	$\Delta_1/\%$
一阶	25733	25212	2.06
二阶	50204	50776	1.12
三阶	71162	72697	2.11
四阶	94411	95294	0.92

由表 2 可以看出, 理论计算值与有限元仿真值之间的相对误差在 0.92%~2.06% 之间, 表明本文基于 Timoshenko 弯曲梁理论推导的复合楔形聚能器共振频率方程具有较高的理论计算精度; 并且在高阶振动模式下仍然具有很高的理论计算精度。

通过提取图 4 所示复合楔形聚能器的前四阶弯曲振动模式的轴向线位移, 可得图 5 所示的聚能器的各阶弯曲振动的轴向位移振幅曲线。由图 5 可知, 第四阶模态振型的放大系数 M 最大; 其中一到四阶振型模态分别有 2、3、4 和 5 个位移节点。

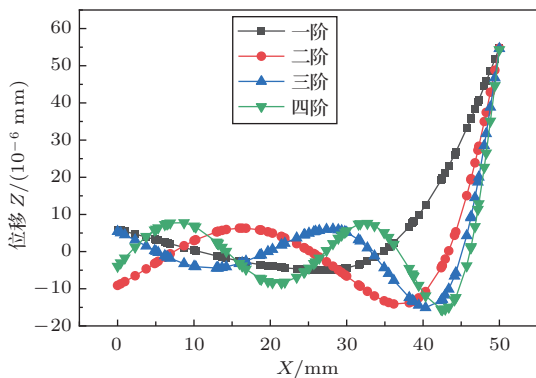


图 5 复合楔形聚能器的轴向位移振幅曲线

Fig. 5 Line displacement diagram of composite wedge-shaped concentrator

表 3 为理论计算和有限元仿真所得的聚能器前四阶弯曲振动模式对应的放大系数, 其中 M_t 为理论计算值, M_c 为有限元仿真值。由表 3 可知, 由两种方法所得各阶弯曲振动模式下聚能器的放大系数基本一致; 不同的弯曲振动模式对应于不同的放大系数, 其中二阶放大系数 M 较小。

表 3 放大系数 M 比较

Table 3 Comparison of amplification factor M

振动模式	M_t	M_c
一阶	11.03	9.24
二阶	7.55	6.01
三阶	10.85	10.08
四阶	12.60	13.73

3 振动性能分析

为了研究复合楔形聚能器的尺寸对聚能器的弯曲共振频率 f 以及放大系数 M 的影响规律, 定义 N 为聚能器的后端长方体与前端楔形块大端的高度比, 即 $N = (H_2/H_1)$; 定义 U 为聚能器的后端长方体与前端楔形块的长度比, 即 $U = (L_2/L_1)$ 。当聚能器的楔形块的大段高度和长度固定后, 通过改变长方体的高度和长度, 即可改变 N 和 U 的值, 计算可得不同高度比和长度比对聚能器各阶弯曲共振频率和放大系数的影响特性。图 6 为理论计算与有限元仿真所得的聚能器的各阶弯曲共振频率与其高度比 N (蓝色线) 和长度比 U (红色线) 的变化关系曲线。

由图 6 可知, 随着高度比 N 的增大, 第一阶和第三阶弯曲共振频率 f 先增加后趋于稳定, 第二阶弯曲共振频率随高度比的增大而增大, 第四阶弯曲共振频率随高度比的增大先缓慢提升后降低; 随着聚能器的长度比 U 的增大, 前四阶弯曲共振频率均降低。由图 6 可知, 两种方法所得的共振频率随高度比和长度比的变化规律一致。

图 7 为理论计算与有限元仿真所得的复合楔形聚能器在各阶弯曲共振模式下放大系数 M 与其高度比 N (蓝色线) 和长度比 U (红色线) 的变化关系。

由图 7 可知, 随着聚能器的高度比 N 的增大, 前三阶弯曲共振模式下的放大系数 M 均增大; 随着聚能器的长度比 U 的增大, 前两阶弯曲共振模式下的放大系数 M 均有减小, 第三阶弯曲共振模式下的放大系数 M 呈现先下降后上升最后缓慢下降的变化趋势。由图 7(d) 可知, 在第四阶弯曲共振模式下为获得最大放大系数 M , 聚能器的最佳高度比 N 和长度比 U 分别为 1.8 和 1.2。由图 7 可知, 在前三阶弯曲振动模式下放大系数 M 随高度比 N 和长度比 U 的变化起伏较小, 在第四阶弯曲振动模式下放大系数 M 随高度比 N 和长度比 U 的变化起伏较大。

4 实验与分析

为了验证理论分析与有限元仿真结果, 设计并制作了与模拟仿真完全一致的复合楔形聚能器实验样品, 利用锤击法分析了聚能器的一阶弯曲振动模态。聚能器尺寸参数如表 4 所示。

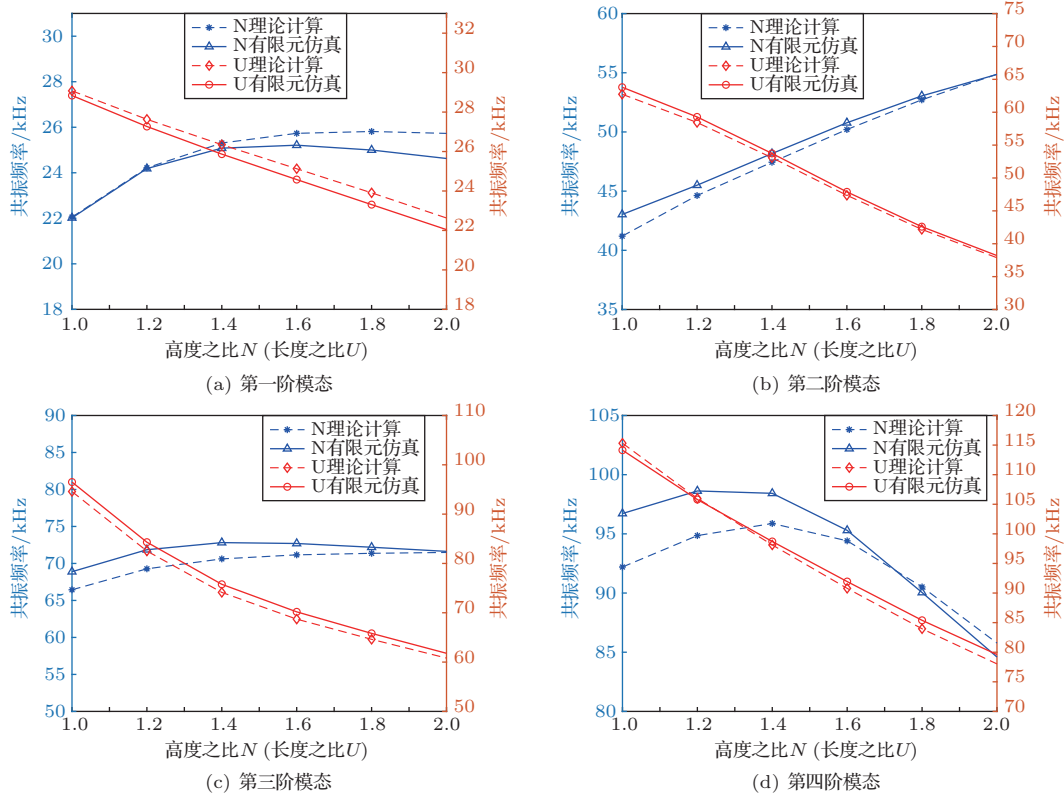


图6 前四阶模式下 f 随高度比 N 和长度比 U 的变化

Fig. 6 Variation of f with height ratio N and length ratio U in the first four orders of modes

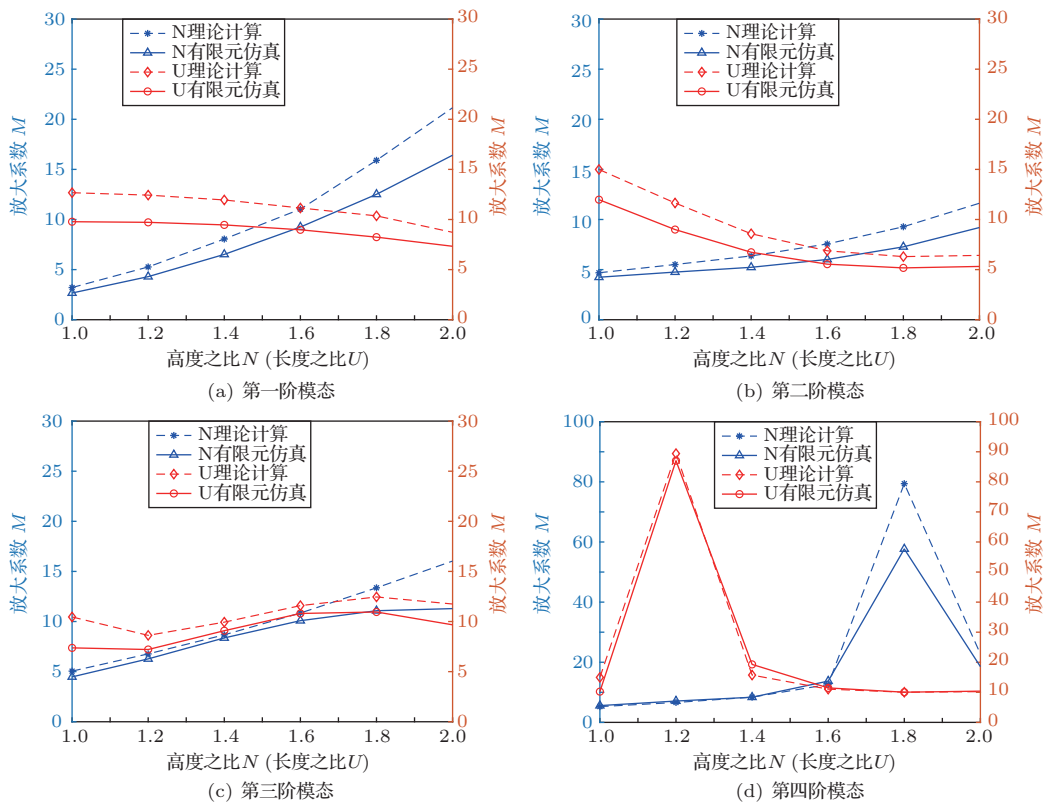


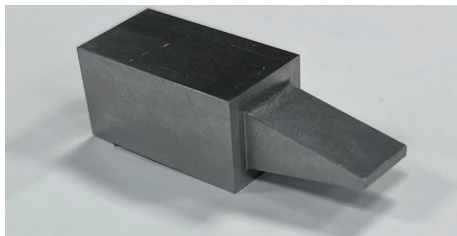
图7 前四阶模式下 M 随高度比 N 和长度比 U 的变化

Fig. 7 Variation of M with height ratio N and length ratio U in the first four orders of modes

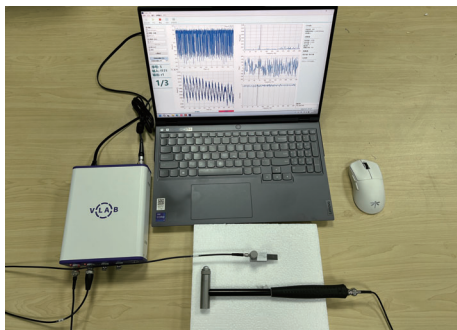
表 4 复合聚能器尺寸参数
Table 4 Concentrator sample size parameters

聚能器尺寸/mm	前端楔形块	后端矩形块
长	20	30
宽	10	16
高	10	16

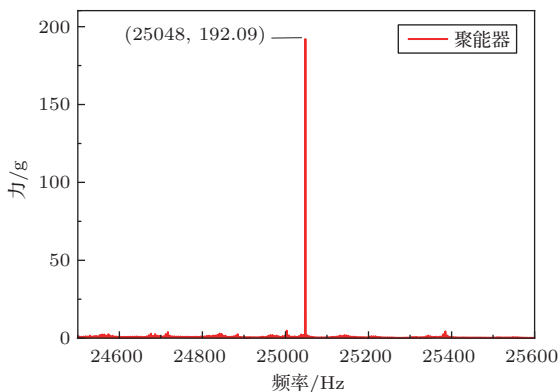
由于该聚能器实验样品在一阶弯曲振动模式下工作，因此实验测试主要针对聚能器的第一阶弯曲振动模态进行研究。使用 VLF-1 力锤和 Pathfinder 数据采集仪对聚能器实验样品进行模态测试，振动传感器置于聚能器尾端，对聚能器一阶弯曲振动波腹锤击以激发其弯曲振动。实验测试聚能器的一阶共振频率为 25048 Hz，如图 8 所示。表 5 列出了聚能器的理论和实验测试结果。



(a) 聚能器样品



(b) 实验测试



(c) 振动频响图

图 8 锤击法测试聚能器一阶弯曲振动

Fig. 8 First-order flexural vibration response of concentrator tested by hammering method

表 5 中， f_e 为聚能器实验测试频率， Δ_2 表示理论计算与实验测试结果的相对误差， $\Delta_2 = |f_t - f_e|/f_e$ 。

表 5 一阶弯曲共振频率的理论计算和实验值
Table 5 Theoretical calculations and experimental values of first-order flexural resonance frequencies

	f_t /Hz	f_e /Hz	Δ_2 /%
一阶模态	25733	25048	2.73

由表 5 可知，聚能器的 f_t 与实验样品的 f_e 之间的一阶共振频率差为 685 Hz，相对误差为 2.73%，两者吻合较好。关于聚能器理论值与实验值之间的误差，主要源于以下两个方面：第一，为测量聚能器共振频率，将振动传感器置于聚能器尾端，传感器对于聚能器而言相当于增加了一个负载，负载导致其有一定误差；第二，利用锤击法对聚能器进行模态分析，使用力锤对聚能器波腹进行锤击时，只能尽可能保证三次锤击都在同一点且力度一致。

5 结论

基于 Timoshenko 梁弯曲理论推导了弯曲振动复合楔形聚能器的传递矩阵理论计算模型，并与有限元仿真进行对比，两种方法所得结果吻合良好。研究表明：

(1) 基于 Timoshenko 梁弯曲理论推导的弯曲振动复合楔形聚能器的传递矩阵理论计算模型和有限元计算的结果完全一致，两种方法计算的共振频率相对误差小于 3%，由此表明该理论模型在该类聚能器的工程设计中具有很高的理论计算精度。

(2) 随着高度比 N 的增大，第一阶和第三阶弯曲共振频率 f 先增加后趋于稳定，第二阶弯曲共振频率随高度比的增大而增大，第四阶弯曲共振频率随高度比的增大先缓慢提升后降低；随着聚能器的长度比 U 的增大，前四阶弯曲共振频率均降低。

(3) 随着聚能器的高度比 N 的增大，前三阶弯曲共振模式下的放大系数 M 均增大；随着聚能器的长度比 U 的增大，前两阶弯曲共振模式下的放大系数 M 均有减小，第三阶弯曲共振模式下的放大系数 M 呈现先下降后上升最后缓慢下降的变化趋势。由图 7(d) 可知，在第四阶弯曲共振模式下为获得最

大放大系数 M , 聚能器的最佳高度比 N 和长度比 U 分别为 1.8 和 1.2。

(4) 实验测试结果表明: 本模型的共振频率理论计算、有限元仿真和实验测试数据都比较吻合。

此外, 在弯曲振动聚能器系统的工程设计中, 为获得较大的放大系数 M 需要把复合楔形超声聚能器的高度比 N 和长度比 U 综合考虑进行优化设计。

参 考 文 献

- [1] 林书玉. 超声换能器的原理及设计[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [2] 贺西平, 张海岛. 单端输入多端输出的纵振动转换体的研究[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2016, 46(3): 22–30. He Xiping, Zhang Haidao. Investigation of a converter of longitudinal vibration with single-input and multi-outputs[J]. Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica, 2016, 46(3): 22–30.
- [3] Sun C, Dai F, Jiang S, et al. A novel single-element dual-frequency ultrasound transducer for image-guided precision medicine[C]//2017 IEEE International Ultrasonics Symposium(IUS). IEEE, 2017: 1–4.
- [4] Chang J, Chen Z, Huang Y, et al. Flexible ultrasonic array for breast-cancer diagnosis based on a self-shape-estimation algorithm[J]. Ultrasonics, 2020, 108: 106199.
- [5] Wang X, Xiao Y, Shi L, et al. Influence of tool pin geometry on the thermal processes and plastic material flow in ultrasonic vibration-enhanced friction stir welding[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 124(7/8): 2791–2806.
- [6] 单影, 许龙, 周光平. 双激励阶梯形弯曲振动夹心式压电换能器的研究[J]. 压电与声光, 2022, 44(2): 316–322. Shan Ying, Xu Long, Zhou Guangping. Theoretical research on dual excitation stepped flexural vibration sandwich piezoelectric transducer[J]. Piezoelectrics & Acousto-optics, 2022, 44(2): 316–322.
- [7] 许龙, 范秀梅. 阶梯圆环压电超声换能器径向振动性能的理论研究[J]. 应用声学, 2021, 40(6): 878–888. Xu Long, Fan Xiumei. Theoretical research on the radial vibration performance of the stepped circular piezoelectric ultrasonic transducer[J]. Journal of Applied Acoustics, 2021, 40(6): 878–888.
- [8] 吴豪琼, 高志强. 斜槽式单激励纵扭超声变幅杆设计[J]. 应用声学, 2022, 41(4): 620–625. Wu Haoqiong, Gao Zhiqiang. The design of multiple diagonal slits ultrasonic horn with single-excitation longitudinal-torsional vibration[J]. Journal of Applied Acoustics, 2022, 41(4): 620–625.
- [9] Crouch D D, Dolash W E. Dual-window high-power conical horn antenna: U.S. Patent 6211837[P]. 2001-04-03.
- [10] 陈汇资, 赵波, 卞平艳, 等. 圆锥型复合变幅杆优化及动力学特性[J]. 应用声学, 2016, 35(1): 20–26. Chen Huizi, Zhao Bo, Bian Pingyan, et al. The optimal design and dynamic characteristics of the a cone composite horn[J]. Journal of Applied Acoustics, 2016, 35(1): 20–26.
- [11] 张然, 贺西平, 王照伟. 具有大振幅放大系数的倒锥形变幅杆[J]. 振动与冲击, 2020, 39(24): 143–149. Zhang Ran, He Xiping, Wang Zhaowei. An inverted cone horn with large amplitude amplification factor[J]. Journal of Vibration & Shock, 2020, 39(24): 143–149.
- [12] 李凤鸣, 刘世清, 许龙, 等. 均匀弹性杆弯曲振动的机电等效电路[J]. 浙江师范大学学报(自然科学版), 2023, 46(4): 395–401. Li Fengming, Liu Shiqing, Xu Long, et al. The electromechanical equivalent circuit of the uniform section elastic rod in flexural vibration mode[J]. Journal of Zhejiang Normal University(Natural Sciences), 2023, 46(4): 395–401.
- [13] 王莎, 林书玉, 段祎林. 基于二维声子晶体结构的大尺寸超声塑料焊接系统[J]. 应用声学, 2018, 37(5): 811–816. Wang Sha, Lin Shuyu, Duan Yilin. A large-size ultrasonic plastic welding system based on two-dimensional phononic crystal structure[J]. Journal of Applied Acoustics, 2018, 37(5): 811–816.
- [14] 霍小乐, 赵伦, 许龙, 等. 超声振动对 5A06 铝合金自冲铆接头静力学性能影响[J]. 材料科学与工艺, 2023, 31(2): 44–49. Huo Xiaole, Zhao Lun, Xu Long, et al. Effect of ultrasonic vibration on static properties of 5A06 aluminum alloy self-piercing riveting joints[J]. Materials Science & Technology, 2023, 31(2): 44–49.
- [15] 李东. 层叠式锂电池制造中金属极片的超声波焊接工艺优化方法[D]. 上海: 上海交通大学, 2013.
- [16] Wang X, Xiao Y, Shi L, et al. Influence of tool pin geometry on the thermal processes and plastic material flow in ultrasonic vibration-enhanced friction stir welding[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2023, 124(7/8): 2791–2806.
- [17] Wagner G, Balle F, Eifler D. Ultrasonic welding of hybrid joints[J]. The Journal of the Minerals, 2012, 64(3): 401–406, 364.
- [18] Wagner G, Balle F, Eifler D. Ultrasonic welding of aluminum alloys to fiber reinforced polymers[J]. Advanced Engineering Materials, 2013, 15(9): 792–803.
- [19] 贺西平, 程存弟. 几种常见形状函数超声变幅杆性能参量的统一表达[J]. 陕西师大学报(自然科学版), 1994(3): 29–32. He Xiping, Cheng Cundi. Uniform expression of several common shape function ultrasonic horn performance parameters[J]. Journal of Shanxi Normal University(Natural Science Edition), 1994(3): 29–32.
- [20] Timoshenko S P. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars[J]. Philosophical Magazine, 1921, Edinburgh(41): 744–746.
- [21] 周光平, 李明轩. 超声弯曲模式变幅杆的振动分析[J]. 声学学报, 2000, 25(2): 120–125. Zhou Guangping, Li Mingxuan. Vibration analysis of ultrasonic solid horn for flexural mode[J]. Acta Acustica, 2000, 25(2): 120–125.