◇ 研究报告 ◇

多分量双曲调频信号解卷积广义参数化时频 变换方法*

王 微^{1,2} 鄢社锋^{1,2†} 杨斌斌^{1,2} 谭 钢^{1,2} 杨基睿^{1,2}

(1 中国科学院声学研究所水下航行器实验室 北京 100190)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

摘要:多基地声呐系统中的接收回波是一种信号类型相同、强度不同的多分量信号。针对频域的广义参数化时频变换(GPTFT)方法存在时间分辨力受到窗函数限制不利于分析多分量信号的问题,该文基于Lucy-Richardson 解卷积算法提出了一种适用于多分量双曲调频(HFM)信号的高分辨频域GPTFT算法。首先,该算法利用驻定相位法推导HFM信号频谱解析表达式,并基于此设计频域GPTFT的核函数,改善了核函数失配导致时频聚集性下降的问题;其次,推导了卷积表示的频域GPTFT,利用解卷积算法进一步提高了频域GPTFT的时间分辨力。仿真实验和海试数据分析表明,该文算法相较于传统的GPTFT算法具有更高的时间分辨力,并在低信噪比和低信混比情况下具有更高的处理增益。 关键词:多分量信号;广义参数化时频变换;解卷积

中图法分类号: TN972.2; TB566 文献标识码: A 文章编号: 1000-310X(2024)06-1250-15 DOI: 10.11684/j.issn.1000-310X.2024.06.008

Deconvolved general parameterized time-frequency transform method for multi-component hyperbolic frequency modulation signals

WANG Wei^{1,2} YAN Shefeng^{1,2} YANG Binbin^{1,2} TAN Gang^{1,2} YANG Jirui^{1,2}

(1 Key Laboratory of Information Technology for Autonomous Underwater Vehicles, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: The received echo in a multistatic sonar system is multi-component signals with the same signal type and different intensities. Aiming to solve the problem that the time resolution of frequency-domain general parameterized time-frequency transform (GPTFT) is limited by a window function, which is not conducive to the analysis of multi-component signals, this paper presents a high-resolution frequency-domain GPTFT algorithm for multi-component hyperbolic frequency modulation (HFM) signals based on Lucy-Richardson deconvolution algorithm. First, the analytical expression of a HFM signal spectrum is derived by the stationary phase method, and the matched kernel function for the frequency-domain GPTFT is designed to improve time-frequency concentration which decreases when the kernel function mismatches. Then, the convolution model

²⁰²³⁻⁰⁷⁻¹⁰ 收稿; 2023-08-31 定稿

^{*}国家自然科学基金项目 (62192711, 61725106)

作者简介: 王微 (1999-), 女, 江西上饶人, 博士研究生, 研究方向: 双/多基地声呐探测。

[†]通信作者 E-mail: sfyan@ieee.org

of frequency-domain GPTFT is obtained, and then the deconvolution algorithm is introduced to enhance time resolution. The simulation and experimental results show that, compared with traditional GPTFT algorithm, the proposed method has better time resolution and the processing gain is higher under low signal-to-noise ratios and low signal-to-reverberation ratios.

Keywords: Multi-component signals; General parameterized time-frequency transform; Deconvolution

0 引言

与传统单基地主动声呐系统和被动声呐系统 相比,多基地声呐系统通过联合主被动声呐设备而 同时具备有效性和隐蔽性^[1-2]。然而,多基地声呐 系统的接收回波中除了期望目标散射回波外,还存 在直达波、多径信号、噪声等多种干扰,因此接收 回波是一种多分量信号^[3-4]。这些干扰与目标散 射回波可能在时域或频域上存在一定的重叠,单独 的时域或频域分析方法无法有效地分离多分量信 号^[5-6]。时频分析通过信号的局部化处理可以在 时间-频率平面上呈现信号的参数信息,并利用信号 的时间和频率信息实现多分量信号的可分离性。因 此,研究如何提高时频变换方法的时频分辨力和其 抑制噪声及混响的性能是重要的科学问题。

时频分析因具有表征信号时序结构和频谱特 性的优势而被广泛应用于水下目标探测识别中,常 用于混响背景下目标回波亮点分析^[7-8]、多径信号 分离^[9-10]、特征提取^[11-12]等。常用的时频变换方 法包括短时傅里叶变换 (Short-time Fourier transform, STFT)、魏格纳-韦尔分布 (Wigner-Ville distribution, WVD)^[13-14]、分数阶傅里叶变换(Fractional Fourier transform, FrFT)^[15]等,这些方法针 对不同的信号类型有着不同的时频分辨力^[16]。具 体来说,STFT采用滑动窗函数获取信号的局部频 谱,然而窗函数限制了它在时域和频域上的分辨力, 因此不利于分析频率随时间变化的非平稳信号[17]。 为此, 文献 [18] 和文献 [19] 分别针对 STFT 的幅度 谱和功率谱推导了相应的卷积模型,并利用图像去 模糊方法在抑制背景噪声的同时提高了STFT 幅 度谱和 STFT 功率谱的时频分辨力。与 STFT 相比, WVD具有良好的时频聚集性,然而它在处理多分 量信号时存在严重的交叉项^[20]。文献[21]提出了 平滑伪WVD来削弱WVD在处理多分量信号时交 叉项的影响。针对平滑伪WVD引入平滑操作导致 时频聚集性下降的问题, 文献 [11] 和文献 [20] 分别 通过时频重排和解卷积算法来提高其时频聚集性。 近来,FrFT作为STFT的扩展形式也被视作信号的 时频变换方法之一,其通过旋转时频面将信号的时 域和频域信息融合显示在FrFT域上。在最优旋转 角度下,线性调频信号的能量在FrFT域上能够高 度聚集,但是非线性调频信号的能量在FrFT域上 会存在一定的展宽^[22-23]。

在有源探测中,双曲调频(Hyperbolic frequency modulation, HFM)信号因具有宽带多普 勒不敏感性而被广泛应用在水声探测领域中^[5]。 由于HFM 信号是一种非线性调频的非平稳信号, STFT和FrFT在处理HFM信号时无法达到最优 的时频分辨力,而WVD在处理多分量信号时易受 到交叉项影响。为了更好地分析多分量HFM信号, 广义参数化时频变换 (General parameterized timefrequency transform, GPTFT)被引入到HFM信号 有源声呐探测中^[5,24]。GPTFT是Yang等^[25]提出 的一种时频变换方法,它可以根据信号形式设计与 信号相匹配的核函数进行变换操作,进而提高时频 变换的分辨力。对于时域上定义的GPTFT来说,其 频率分辨力受到时域核函数失配及时域窗函数影 响;对于频域上定义的GPTFT来说,其时间分辨力 受到频域核函数失配及频域窗函数影响^[25]。在处 理多分量HFM信号时,时域GPTFT的核函数随各 分量信号的时延变化,而频域GPTFT的核函数与 各分量信号的时延无关。因此,频域GPTFT适合 分析多分量HFM信号。

然而,在核函数匹配的情况下,频域GPTFT的 时间分辨力仍然受到窗函数的限制。为了提高其 时频分辨力和其抑制噪声及混响的性能,本文提出 了解卷积广义参数化时频变换(Deconvolved general parameterized time-frequency transform, D-GPTFT)算法。该算法建立在发射信号为HFM 信号的探测场景下,首先利用驻定相位法推导 HFM信号频谱解析表达式,设计了适合于HFM 信号的频域GPTFT核函数;接着,建立了卷积 表示的频域GPTFT模型,指出其时频分辨力受 到窗函数的影响,进而提出应用图像去模糊理论中的Lucy-Richardson解卷积算法的D-GPTFT算法。仿真和海试数据处理结果表明,D-GPTFT算法提高了GPTFT时频分辨力并能够有效抑制噪声和混响。

1 接收回波信号模型

主动声呐发射的HFM信号表达式为

$$s_{t}(t) = \operatorname{rect}((t - T/2)/T) \times \exp\left[-j2\pi \frac{f_{0}^{2}}{M} \lg\left(1 - \frac{M}{f_{0}}t\right)\right], \quad (1)$$

其中,rect((t - T/2)/T) 是矩形窗函数, *B*为信号带 宽, *T*为信号脉宽, $f_0 和 f_1$ 分别是 HFM 信号的起始 频率和终止频率, $M = f_0 B/(f_1 T)$ 。

多基地声呐系统是由多对双基地声呐系统构 成的,图1给出了双基地声呐系统的模型,包括发射 机、接收阵列和目标。接收阵列的接收信号是直达 波及其多径信号、目标散射回波及其多径信号、混 响和噪声的线性叠加。若目标为光滑凸面,即 $L > \lambda$ (λ 为波长,L为目标尺度),则目标散射回波可用亮 点模型表示^[26]。混响则表示为小尺度、相互独立的 随机散射体产生的散射波线性叠加^[27]。当海洋环 境相对平稳时,噪声部分表现为加性高斯白噪声。 因此,某一阵元p的接收信号 $s_r(t)$ 表示为

图1 双基地声呐系统模型

Fig. 1 Bistatic sonar system model

其中, \otimes 表示卷积操作, $h_{SR}(t)$ 、 $h_{ST}(t)$ 和 $h_{TR}(t)$ 分 别是主动声呐到阵元p、主动声呐到目标和目标到 阵元p的信道冲激响应函数。 $h_T(t)$ 是目标散射的 传递函数, 假设目标为单亮点模型则 $h_T(t)$ 为一常 数, n(t)为加性高斯白噪声。R(t)为点散射模型生 成的混响, N(t)是t时刻对混响有贡献的散射体数 量, τ_i 是某一散射体散射回波起始时刻, φ_i 是与信 号的传输和散射有关的随机相位, K(t)代表信道 传播损失、散射系数等对混响幅度产生影响的因 子。K(t)在目标尺度内变化不明显,所以其近似 常数。

式(2)中, $h_{SR}(t)$ 、 $h_{ST}(t)$ 和 $h_{TR}(t)$ 分别表示为

$$\begin{cases}
h_{\rm SR}(t) = \sum_{i=1}^{P_{\rm SR}} A_i \delta(t - \tau_i) e^{j\varphi_i}, \\
h_{\rm ST}(t) = \sum_{i=1}^{P_{\rm ST}} A_i \delta(t - \tau_i) e^{j\varphi_i}, \\
h_{\rm TR}(t) = \sum_{i=1}^{P_{\rm TR}} A_i \delta(t - \tau_i) e^{j\varphi_i},
\end{cases}$$
(3)

其中, P_{SR} 、 P_{ST} 和 P_{TR} 是对应信道冲激响应所含有的多径数量,幅度 A_i 是与传播损失相关的系数,时延 τ_i 是第 i 条径的信号起始时刻。

联合式(2)~(3)可知,接收回波是多个幅度和 时延不等的 $s_t(t)$ 的线性叠加。因此,不妨将 $s_r(t)$ 表 示为N个分量信号的叠加,其中包括了直达波及其 多径信号和目标散射回波及其多径信号。

$$s_{\rm r}(t) = \sum_{i=1}^{N} A_i s_{\rm t} (t - \tau_i) + R(t) + n(t)$$

= $s_{\rm t}(t) \otimes \sum_{i=1}^{N} A_i \delta (t - \tau_i) + R(t) + n(t).$ (4)

2 频域 GPTFT 核函数设计

GPTFT本质上是STFT、Chirplet变换、小波 变换等时频变换方法的参数化表征,可根据信号形 式设计相应的可积核函数,利用旋转算子和平移算 子提高时频面中能量的聚集性,准确地刻画非平稳 信号的局部特征。时域GPTFT定义为

$$G_{\mathrm{T}}(t_{w},\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{s}(t) g_{\sigma}^{*}(t-t_{w}) \,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega \mathrm{t}} \mathrm{d}t,$$

$$\begin{cases} \tilde{s}(t) = s_{\rm r}(t)\Phi^{\rm R}(t)\Phi^{\rm S}(t), \\ \Phi^{\rm R}(t) = \exp\left(-j2\pi\int\kappa_{\rm T}(t)dt\right), \\ \Phi^{\rm S}(t) = \exp\left(j2\pi t\kappa_{\rm T}(t_w)\right), \\ \kappa_{\rm T}(t) = F_{\rm T}(t) + C, \end{cases}$$
(5)

其中, t_w 为当前时频分析的第w个时间窗中心, $g_{\sigma}(t)$ 是时域窗函数,*表示共轭操作, $\Phi^{R}(t)$ 和 $\Phi^{S}(t)$ 分别是时域旋转算子和时域平移算子, $\kappa_{T}(t)$ 是根据信号形式设计的时域核函数,C为任意常数。若 $F_{T}(t)$ 是 $s_{t}(t)$ 的瞬时频率函数,则式(1)可以表示为

$$s_{\rm t}(t) = \operatorname{rect}\left(\frac{t - T/2}{T}\right) \exp\left(\mathrm{j}2\pi \int F_{\rm T}(t)\mathrm{d}t\right).$$
(6)

结合式(4)~(6)可以发现, $\Phi^{R}(t)$ 的作用是解调 频, $\Phi^{S}(t)$ 的作用是将信号搬移至真实的频率处。时 域GPTFT适合于各分量信号的瞬时频率函数之间 是沿着频率轴平移的情况, 对于式(4)中瞬时频率 函数沿着时间轴平移的多分量HFM信号来说, 时 域GPTFT无法达到最佳的时频聚集性。然而, 频域 GPTFT可以更好地描述这类信号, 其变换定义为

$$G_{\rm F}(t, f_w) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}(f) g_{\sigma}^* (f - f_w) e^{j2\pi f t} df,$$

$$\begin{cases} \tilde{S}(f) = S_{\rm r}(f) \Gamma^{\rm R}(f) \Gamma^{\rm S}(f), \\ \Gamma^{\rm R}(f) = \exp\left(-j2\pi \int \kappa_{\rm F}(f) df\right), \\ \Gamma^{\rm S}(f) = e^{j2\pi f \kappa_{\rm F}(f_w)}, \end{cases}$$
(7)

其中, $S_{\rm r}(f) \ge s_{\rm r}(t)$ 的频域表示, f_w 表示当前分析 的第w个频域窗的窗中心, $g_{\sigma}(f) \ge$ 频域窗函数, $\Gamma^{\rm R}(f) 和 \Gamma^{\rm S}(f)$ 分别是频域旋转算子和频域频移算 子, $\kappa_{\rm F}(f) \ge$ 是频域核函数。

类似于时域 GPTFT 设计核函数的方式,可以 利用信号的频谱 $S_{r}(f)$ 推导 $\kappa_{F}(f)$ 。由式(4)可得

$$S_{\rm r}(f) = S_{\rm t}(f) \sum_{i=1}^{N} A_i \exp(-j2\pi f\tau_i) + R(f) + N(f), \quad (8)$$

其中, $S_t(f)$ 、R(f)、N(f)分别是 $s_t(t)$ 、R(t)、n(t)的 频域表示。

接下来给出驻定相位法求取 $S_t(f)$ 的过程^[28]。

$$S_{t}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{rect}((t - T/2)/T) \\ \times \exp\left[j2\pi \int F_{T}(t)dt\right] e^{-j2\pi f t} dt \\ = \int_{0}^{T} e^{j2\pi\varphi(t)} dt, \qquad (9)$$

其中,
$$\varphi(t) = \int F_{\mathrm{T}}(t) \mathrm{d}t - ft$$
。若 $\varphi'(t_0) = 0$,其中
 $t_0 = f_0/M - f_0^2/(fM)$,则 $\varphi(t)$ 可以近似为
 $\varphi(t) \approx \varphi(t_0) + \frac{1}{2}\varphi''(t_0)(t-t_0)^2.$ (10)

式(9)可以表示为

$$S_{t}(f) = \int_{0}^{T} \exp\left[j2\pi\left(\varphi(t_{0}) + \frac{1}{2}\varphi''(t_{0})(t-t_{0})^{2}\right)\right] dt$$

= $e^{j2\pi\varphi(t_{0})} \frac{1}{\sqrt{\pi\varphi''(t_{0})}}$
 $\times \int_{\sqrt{\pi\varphi''(t_{0})}(T-t_{0})}^{\sqrt{\pi\varphi''(t_{0})}} e^{j\mu^{2}} d\mu,$ (11)

其中, $\mu = \sqrt{\pi \varphi''(t_0)} (t - t_0)$ 。由 Fresnel 积分近似有

$$\int_{a}^{b} e^{jx^{2}} dx = \begin{cases} \sqrt{\pi/2}(1+j), & a < 0 \ \bar{H} \ b > 0, \\ 0, & \mbox{ \sharp tw.} \end{cases}$$
(12)

可得 $\varphi(t_0) = -f_0^2/(M)\ln(f_0/f) - f(f_0/M - f_0^2/(fM)), \varphi''(t_0) = Mf^2/f_0^2, 代入式(11)得到$

$$S_{t}(f) = \frac{1}{\sqrt{\varphi''(t_{0})}} \exp\left(j2\pi\varphi(t_{0}) + j\frac{\pi}{4}\right)$$
$$= \frac{f_{0}}{f\sqrt{M}} \exp\left[j\left(2\pi\frac{f_{0}}{M}(f_{0}\ln f - f) - (f_{0}\ln f_{0} - f_{0})\right) + \frac{\pi}{4}\right)\right]$$
$$= \frac{f_{0}}{f\sqrt{M}} \exp\left[j\left(2\pi\frac{f_{0}}{M}(f_{0}\ln f - f) + \varphi_{0}\right)\right],$$
(13)

其中, $\varphi_0 = \pi/2 - 2\pi f_0/M(f_0 \ln f_0 - f_0)$ 。

从时域GPTFT核函数 κ_T(t)设计中可知,旋 转算子的作用是减去随自变量变化的相位部分,因 此可以得到

$$\Gamma^{\mathrm{R}}(f) = \exp\left(-\mathrm{j}2\pi \int \kappa_{\mathrm{F}}(f)\mathrm{d}f\right)$$
$$= \exp\left[-\mathrm{j}2\pi \left(\frac{f_{0}}{M}\left(f_{0}\ln f - f\right)\right)\right]. \quad (14)$$

进一步得到

$$\kappa_{\rm F}(f) = \frac{f_0}{M} \left(\frac{f_0}{f} - 1\right) + C,\tag{15}$$

其中, C为任意常数。频域GPTFT相较时域 GPTFT而言,对多分量HFM信号中不同时延的 信号分量均能有较高的时频聚集性。

3 D-GPTFT 算法原理

3.1 GPTFT 的卷积模型

根据傅里叶变换的时域卷积定理,式(7)可用 卷积形式表示:

$$G_{\rm F}(t, f_w) = \mathcal{F}^{-1} \left[S_{\rm r}(f) \Gamma^{\rm R}(f) \Gamma^{\rm S}(f) g_{\sigma}^*(f - f_w) \right]$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\rm r}(f) \Gamma^{\rm R}(f) \Gamma^{\rm S}(f) g_{\sigma}^*(f - f_w) e^{j2\pi f t} df$$

$$= s_{\rm r}(t) \otimes \mathcal{F}^{-1} \left[\Gamma^{\rm R}(f) \Gamma^{\rm S}(f) g_{\sigma}^*(f - f_w) \right], \quad (16)$$

其中, 5、5⁻¹分别代表傅里叶变换和反傅里叶变换 操作。

将式(4)代入式(16)中有

$$G_{\rm F}(t, f_w) = \left(s_{\rm t}(t) \otimes \sum_{i=1}^{N} A_i \delta(t - \tau_i) + R(t) + n(t) \right)$$

$$\otimes \mathcal{F}^{-1} \left[\Gamma^{\rm R}(f) \Gamma^{\rm S}(f) g_{\sigma}^*(f - f_w) \right]$$

$$= \left[\sum_{i=1}^{N} A_i \delta(t - \tau_i) \right] \otimes s_{\rm t}(t) \otimes$$

$$\mathcal{F}^{-1} \left[\Gamma^{\rm R}(f) \Gamma^{\rm S}(f) g_{\sigma}^*(f - f_w) \right] + \left[R(t) + n(t) \right]$$

$$\otimes \mathcal{F}^{-1} \left[\Gamma^{\rm R}(f) \Gamma^{\rm S}(f) g_{\sigma}^*(f - f_w) \right].$$
(17)

根据卷积的结合律性质,将式(17)简写为

$$G_{\mathrm{F}}(t, f_w) = \left[\sum_{i=1}^{N} A_i \delta(t - \tau_i)\right] \otimes G_{\mathrm{F}, \mathrm{t}}(t, f_w) + G_{\mathrm{F}, \mathrm{R}}(t, f_w) + G_{\mathrm{F}, \mathrm{n}}(t, f_w), \quad (18)$$

其中, $G_{\mathrm{F,t}}(t, f_w)$ 、 $G_{\mathrm{F,R}}(t, f_w)$ 、 $G_{\mathrm{F,n}}(t, f_w)$ 分别是 $s_{\mathrm{t}}(t)$ 、R(t)、n(t)的GPTFT结果。

从式 (18) 中可以看出, $s_r(t)$ 的频域 GPTFT 在 f_w 处的时域输出由三部分构成: $s_t(t) \propto f_w$ 处的时 域输出与各信号分量的起始时刻 $\sum_{i=1}^{N} A_i \delta(t - \tau_i)$ 所构成的脉冲响应的卷积、混响在 f_w 处的时域输出 和噪声在 f_w 处的时域输出。

令 $g_{\sigma}(f)$ 为矩形窗函数,窗函数宽度为 B_{σ} ,则

$$g_{\sigma}(f - f_w) = \begin{cases} 1, & f_w - \frac{B_{\sigma}}{2} \leqslant f \leqslant f_w + \frac{B_{\sigma}}{2}, \\ 0, & \notin w. \end{cases}$$
(19)

代入式(7)计算得到 $s_t(t)$ 的GPTFT结果为

$$G_{\mathrm{F,t}}(t, f_w) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\mathrm{t}}(f) \Gamma^{\mathrm{R}}(f) \Gamma^{\mathrm{S}}(f) g_{\sigma}^* (f - f_w) \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f t} \mathrm{d}f$$

$$= \int_{f_w - B_{\sigma/2}}^{f_w + B_{\sigma/2}} \frac{f_0}{f\sqrt{M}} \exp\left[\mathrm{j}\left(2\pi \frac{f_0}{M}(f_0 \ln f - f) + \varphi_0\right)\right]$$

$$\times \exp\left[-\mathrm{j}2\pi \frac{f_0}{M} \left(f_0 \ln f - f\right)\right]$$

$$\times \exp\left[\mathrm{j}2\pi \frac{f_0}{M} \left(\frac{f_0}{f_w} - 1\right) f\right] \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f t} \mathrm{d}f$$

$$\approx \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_0} \int_{f_w - B_{\sigma/2}}^{f_w + B_{\sigma/2}} \gamma \exp\left[\mathrm{j}2\pi f \left(t + \frac{f_0}{M} \left(\frac{f_0}{f_w} - 1\right)\right)\right] \mathrm{d}f$$

$$\approx B_{\sigma} \gamma \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_0} \exp\left[\mathrm{j}2\pi f_w \left(t + \frac{f_0}{M} \left(\frac{f_0}{f_w} - 1\right)\right)\right]$$

$$\times \operatorname{sinc}\left(\pi B_{\sigma} \left(t + \frac{f_0}{M} \left(\frac{f_0}{f_w} - 1\right)\right)\right). \quad (20)$$

式(20)中,考虑到 $f_0/(f\sqrt{M})$ 与窄带时慢变化信号 的调制信号类似,因此 $f_0/(f\sqrt{M})$ 可近似为常数 $\gamma \circ G_{F,t}(t, f_w)$ 的包络近似于sinc函数,其主瓣宽度 与频域窗函数宽度 B_σ 成反比例关系。由式(18)可 见多分量信号的GPTFT结果 $G_F(t, f_w)$ 是由多个 不同幅度的单分量信号的GPTFT结果 $G_{F,t}(t, f_w)$ 线性叠加构成的。所以不论是单分量信号还是多分 量信号,其GPTFT的时间分辨力受到窗函数限制。

3.2 Lucy-Richardson 解卷积算法原理

窗函数带来的时频曲线展宽与图像中由点扩 散函数 (Point spread function, PSF) 造成的图像 模糊相似,因此可以借鉴图像去模糊理论来减小 窗函数的影响。通过对 f_w 处的输出函数 $G_F(t, f_w)$ 在时域上执行去模糊操作,使其估计结果逼近 $\sum_{i=1}^{N} A_i \delta(t - \tau_i)$,从而提高频域 GPTFT 的时间 分辨力。Lucy-Richardson 解卷积算法是图像去模 糊的一种方法,它通过多次迭代的方式估计 PSF 与 原始图像之间的关系,来逐步恢复原始图像。

令 $f(t) = \sum_{i=1}^{N} A_i \delta(t - \tau_i)$,将式(18)的卷积 模型写为

$$\begin{cases} G_{\rm F}(t, f_w) = f(t) \otimes G_{\rm F,t}(t, f_w) + N(t), \\ N(t) = G_{\rm F,R}(t, f_w) + G_{\rm F,n}(t, f_w). \end{cases}$$
(21)

在较高信噪比情况下,可忽略N(t)部分的 影响。由于 $A_i > 0$ ($i = 1, 2, \dots, N$),所以有 $f(t) = |f(t)|_{\circ} |G_F(t, f_w)|$ 可近似表示为

$$|G_{\rm F}(t, f_w)| = |f(t) \otimes G_{\rm F,t}(t, f_w) + N(t)|$$

$$\approx |f(t) \otimes G_{\rm F,t}(t, f_w)|$$

$$= |f(t)| \otimes |G_{\rm F,t}(t, f_w)|$$

$$= f(t) \otimes |G_{\rm F,t}(t, f_w)|, \qquad (22)$$

其中, $|G_{\rm F}(t, f_w)| \ge s_{\rm r}(t)$ 的频域 GPTFT 结果,代 表解卷积算法所输入的观测结果; $|G_{\rm F,t}(t, f_w)| \ge s_{\rm t}(t)$ 的频域 GPTFT 结果,代表解卷积算法的点扩 散函数; f(t) 代表解卷积算法的输出结果。

Lucy-Richardson 解卷积算法求解过程表示为

$$\begin{cases} f^{(i+1)}(t) = f^{(i)}(t) \int_{-\infty}^{+\infty} |G_{\mathrm{F},\mathrm{t}}(\tau - t, f_w)| \\ \times \frac{|G_{\mathrm{F}}(\tau, f_w)|}{|G_{\mathrm{F},\mathrm{t}}(\tau, f_w)| \otimes f^{(i)}(\tau)} \mathrm{d}\tau, \qquad (23) \\ \hat{f}(t) = \lim_{i \to \infty} f^{(i)}(t), \end{cases}$$

其中, i表示迭代的轮次。

式 (23) 的 物 理 意 义 是 实 际 的 观 测 结 果 $|G_{\rm F}(\tau, f_w)|$ 与 预 测 的 观 测 结 果 $|G_{\rm F,t}(\tau, f_w)| \otimes f^{(i)}(\tau)$ 的比值作为误差的度量,接着以点扩散函数 $|G_{\rm F,t}(\tau - t, f_w)|$ 作为加权值对估计误差加权求和。 若当前估计 $f^{(i)}(t)$ 小于 $f^{(i+1)}(t)$,则下一次迭代时 $f^{(i+1)}(t)$ 会变大;若当前估计 $f^{(i)}(t)$ 大于 $f^{(i+1)}(t)$,则下一次迭代时 $f^{(i+1)}(t)$ 会变小。

4 平均信噪比增益及平均信混比增益

对于较远目标来说,接收回波中以噪声背景为 主;对于较近目标来说,接收回波中以混响背景为 主。为了衡量算法对噪声和混响背景的抑制能力, 本节定义了平均信噪比增益和平均信混比增益。

以单分量信号 (N = 1) 为例,由式 (18) 可知 D-GPTFT 算法在 f_w 处表示为

$$G_{\rm F}^{\rm D}(t, f_w) = \begin{cases} A_1 \delta(t - \tau_1) \otimes G_{\rm F,t}^{\rm D}(t, f_w) + G_{\rm F,n}^{\rm D}(t, f_w), \\ & \mathbb{R} \neq \mathbb{R} \\ A_1 \delta(t - \tau_1) \otimes G_{\rm F,t}^{\rm D}(t, f_w) + G_{\rm F,R}^{\rm D}(t, f_w), \\ & \mathbb{R} \neq \mathbb{R}. \end{cases}$$
(24)

信号分量在 f_w 处的输出函数中呈现 sinc 函数的特征,而噪声和混响的能量则平均分布,故信号能量位于输出函数的峰值点处。若计算的频点数为W,即 $f_w, w = 1, 2, \cdots, W$,max $|G_{\rm F}^{\rm D}(t, f_w)|$ 表示带

噪信号经 D-GPTFT 算法处理后在 f_w 处的输出函数的峰值,而 max $|G_{F,n}^{D}(t, f_w)|$ 表示纯噪声信号经 D-GPTFT 算法处理后在 f_w 处的输出函数的峰值, 定义 D-GPTFT 算法的平均信噪比和平均信混比分别为 $\bar{R}_{SN,D-GPTFT}$ 、 $\bar{R}_{SR,D-GPTFT}$,如式 (25)~(26) 所示。

$$\bar{R}_{\rm SN,D-GPTFT} = \frac{1}{W} \sum_{w=1}^{W} 20 \lg \frac{\max |G_{\rm F}^{\rm D}(t, f_w)|}{\max |G_{\rm F,n}^{\rm D}(t, f_w)|}, \quad (25)$$

$$\bar{R}_{\rm SR,D-GPTFT} = \frac{1}{W} \sum_{w=1}^{W} 20 \lg \frac{\max |G_{\rm F}^{\rm D}(t, f_w)|}{\max |G_{\rm F,R}^{\rm D}(t, f_w)|}.$$
 (26)

根据式(25)、式(26)可以计算在输入信噪比 *R*_{IN,SN}和输入信混比*R*_{IN,SR}下的平均信噪比增 益*G*_{A,SNR}和平均信混比增益*G*_{A,SRR},其定义如 式(27)所示。同理可得到其他算法的*G*_{A,SNR}和 *G*_{A,SRR},若*G*_{A,SNR}、*G*_{A,SRR}越大,则表明该算法的 噪声及混响的抑制性能越好。

$$\begin{cases} G_{A,SNR} = \bar{R}_{SN,dCv-GPTFT} - R_{IN,SN}, \\ G_{A,SRR} = \bar{R}_{SR,dCv-GPTFT} - R_{IN,SR}. \end{cases}$$
(27)

5 仿真实验结果

本节通过仿真评估D-GPTFT算法的时频 分辨力和噪声及混响的抑制性能,并与频 域GPTFT^[25](后文GPTFT均指频域GPTFT)、 STFT和D-STFT^[19]三种传统算法比较。仿真中 所用HFM信号和算法相关参数设置如表1所示。

表1 仿真参数 Table 1 Simulation parameters

	F	
参数符号	参数含义	值
T	信号脉宽	2 s
B	信号带宽	$200~{\rm Hz}$
f_0	起始频率	$1685~\mathrm{Hz}$
f_1	终止频率	$1885~\mathrm{Hz}$
$f_{ m s}$	采样率	$8000~{\rm Hz}$
$W_{\rm L,GPTFT}$	GPTFT 频域窗函数点数	1024
$W_{\rm L,STFT}$	STFT 时域窗函数点数	1024
Ι	解卷积算法迭代次数	10

5.1 单分量信号主瓣宽度比较

仿真HFM信号的瞬时频率函数为

$$F_{\rm T}(t) = \begin{cases} \frac{f_0}{1 - \frac{M}{f_0} (t - 1)}, \ 1 \ {\rm s} \leqslant t \leqslant 3 \ {\rm s}, \\ 1 - \frac{M}{f_0} (t - 1) & \\ 0 \ {\rm s} \leqslant t < 1 \ {\rm s} \ {\rm gc} \\ 0, & 3 \ {\rm s} < t \leqslant 4 \ {\rm s}, \end{cases}$$
(28)

其中, $M = f_0 B / (f_1 T)$,t表示时间。

图 2 为 D-GPTFT、GPTFT、D-STFT 和 STFT

四种算法的处理结果,每幅子图的右上角为各子图局部放大的俯视图。可以看出,由于GPTFT采用与信号匹配的核函数而具有比STFT高的时频聚集性,所以GPTFT的时频曲线宽度更窄。同时,D-GPTFT算法结合了GPTFT和Lucy-Richardson解卷积算法的优势进一步提高了GPTFT的时间分辨力。



Fig. 2 Time-frequency diagram of a mono-component signal

图3是图2在时频点(1750 Hz, 1.7 s)和(1800 Hz, 2.2 s)处的剖面结果,其中黑色虚线表示半功率点处对应的幅度值即1/√2。从图3中可以看出D-GPTFT算法和GPTFT的时频点更接近于理论值,且具有更窄的主瓣宽度。D-GPTFT算法相较于GPTFT又进一步提高了时间分辨力。四种算法得到的主瓣宽度如表2所示。由于D-GPTFT算法处理的是每一个频点的时域输出,其时频曲线在时域方向上的主瓣宽度减小到约原来的2/3,而频域方向上的主瓣宽度基本保持不变。

5.2 噪声和混响背景下多分量HFM信号分辨 力比较

5.1节表明D-GPTFT算法能减小GPTFT的 主瓣宽度,提高时间分辨力,接下来进一步探究 各算法在噪声和混响环境下分辨不同幅度多分量 HFM信号的能力。设置信号1与信号2时延相差 0.018 s,信号1与信号3时延相差0.18 s,三个信 号幅度分别为1、0.5和0.5,以信号幅度1为参考在 1500~2000 Hz频段加入-10 dB信噪比的带限加 性高斯白噪声,则三个信号对应的信噪比分别为 -10 dB、-16 dB和-16 dB。图4是仿真信号的时 域波形图,图5是四种算法绘制的时频图。可知在 -10 dB信噪比下,D-GPTFT算法和GPTFT能够 清晰地看出三个信号分量的时频信息,而D-STFT 算法和STFT的时频图因受到噪声的影响而变得 模糊。D-GPTFT算法的结果与GPTFT的结果相 比,D-GPTFT算法处理后各分量信号的时频曲 线具有更窄的主瓣宽度与更低的旁瓣和噪声背景 干扰。



Fig. 3 Profile of time-frequency diagram

表 2 四种算法在 (1750 Hz, 1.7 s) 处的主瓣宽度 Table 2 Main-lobe width of 4 algorithms at (1750 Hz, 1.7 s)



图 4 —10 dB 加性高斯白噪声情况下信号时域波形图 Fig. 4 Time-domain waveform under —10 dB additive Guassian white noise

信号各分量的强度不同,导致难以从时频图 中定位弱分量信号,不便于分析各算法的处理效 果。阈值比较是一种简单常用的二值化方法,可以 用于区分信号分量与噪声分量,使得各信号分量 的幅值为定值。大津阈值分割(Otsu thresholding segmentation, Otsu)算法通过最大化类间方差将 时频图分为信号部分和噪声部分,已经被用于多分 量信号的提取与参数估计中^[29–30]。因此,本文使 用Otsu算法进一步处理时频图以便于分析所提算 法的性能。

图6是Otsu算法的检测结果。在低信噪比情况 下,D-STFT算法和STFT处理的效果已经不利于 检测,而D-GPTFT算法与GPTFT处理得到的时 频图能够有效地用于检测多分量HFM信号的时频 曲线。值得注意的是,D-GPTFT算法的时频图检测 出的时频曲线具有更少的噪点,这有利于分辨信号 1和信号2两个信号的时频曲线。

利用式(2)生成无多普勒频移的混响时间序列, 其中时延符合均匀分布,幅度符合K分布^[31]。三个 信号的信混比分别为-10 dB、-16 dB和-16 dB。 图7是混响与信号的时域波形,图8是四种算法处理 应用声学



图 5 -10 dB 加性高斯白噪声下多分量 HFM 信号时频图

Fig. 5 Time-frequency diagram of multi-component HFM signals under -10 dB additive Gaussian white noise



图 6 -10 dB 加性高斯白噪声下 Otsu 算法的检测结果

Fig. 6 Detection results of Otsu algorithm under $-10~\mathrm{dB}$ additive Gaussian white noise

得到的时频图。由于混响与目标回波在时频域上混 叠,导致D-STFT算法和STFT均失效。D-GPTFT 算法和GPTFT仍能够显示出信号1的时频曲线, 然而信号2和信号3被混响淹没而无法分辨。根据 信号1的时频曲线,可以看出D-GPTFT算法仍有 着比GPTFT更窄的时频曲线宽度以及更低的混响 背景强度。图9中Otsu算法的检测结果与上述分析 相吻合。



图 7 -10 dB 混响背景下信号时域波形图 Fig. 7 Time-domain waveform under -10 dB reverberation

5.3 平均信噪比增益及平均信混比增益分析

从图5和图8中可以看出, D-GPTFT 算法处 理后的时频图具有更低的背景噪声和混响强度, 表明处理后的信噪比和信混比有所提高。图10和 图11是在不同带限输入信噪比 *R*_{IN,SN} 和输入信混 比*R*_{IN,SR} 的情况下,按照式(27)计算的平均信噪 比增益 *G*_{A,SNR} 和平均信混比增益 *G*_{A,SRR}。在每个 *R*_{IN,SN} 和 *R*_{IN,SR} 下,取 200 次蒙特卡洛实验结果的 平均作为最终的 *G*_{A,SNR} 和 *G*_{A,SRR}。

图10表明, D-GPTFT 算法和GPTFT的平均 信噪比增益高于 D-STFT 算法和STFT。当信噪比 低于 –20 dB时,噪声很大程度地淹没了信号,使 得有信号状态下的输出以噪声为主,根据式(25)可 知此时平均信噪比 $\bar{R}_{\rm SN,D-GPTFT}$ 趋近于0 dB,所以 D-GPTFT 算法的 $G_{\rm A,SNR}$ 和 $R_{\rm IN,SN}$ 的相反数相近, 同理其他算法的 $G_{\rm A,SNR}$ 也近似 $R_{\rm IN,SN}$ 的相反数。 此时, $R_{\rm IN,SN}$ 过低导致Lucy-Richardson解卷积算 法失效,所以其并未给GPTFT带来信噪比增益。在 –15 dB之后,随着 $R_{\rm IN,SN}$ 增加,D-GPTFT 算法和 GPTFT的 $G_{\rm A,SNR}$ 逐渐趋于稳定。在稳定状态下,



图 8 -10 dB 信混比下多分量 HFM 信号时频图

Fig. 8 Time-frequency diagram of multi-component HFM signals under -10 dB reverberation





图 9 -10 dB 信混比下 Otsu 算法检测结果 Fig. 9 Detection results of Otsu algorithm under -10 dB reverberation



图 10 不同输入信噪比下的平均信噪比增益 Fig. 10 Average signal-to-noise ratio gain at different input signal-to-noise ratios

D-GPTFT 算法的 G_{A,SNR} 比 GPTFT 的 G_{A,SNR} 高 出约 1.5 dB。

图 11 中可以看出在不同的 $R_{IN,SR}$ 下, D-GPTFT算法和GPTFT的 $G_{A,SRR}$ 均优于D-STFT算法和STFT。在稳定状态下,D-GPTFT算法的 $G_{A,SRR}$ 比GPTFT的 $G_{A,SRR}$ 高出约1.5dB。在相同的 $R_{IN,SN}$ 和 $R_{IN,SR}$ 下,由于混响与目标回波的相关性大于噪声与目标回波的相关性,四种算法的 $G_{A,SNR}$ 要高于 $G_{A,SRR}$ 。



图 11 不同输入信混比下的平均信混比增益 Fig. 11 Average signal-to-reverberation ratio gain at different input signal-to-reverberation ratios

6 海试数据处理结果分析

本节通过处理海试数据进一步验证算法的时 频分辨力和噪声及混响抑制性能。实际发射信号的 参数与表1一致,接收端采取阵列接收,其中一个阵 元的15 s时域数据如图12所示。图12所示的信号 中存在声源到达接收阵元的直达波及其多径信号 等强分量信号,呈现出信噪比和信混比较高的特征, 然而目标回波的信噪比和信混比则较低。





图13和图14是各算法处理得到的时频图的 三维图及其俯视图。可以看出,GPTFT的时频图 相较于STFT的时频图具有更高的时频分辨力以 及更好的噪声及混响抑制效果。与GPTFT相比, D-GPTFT算法又进一步提高了时间分辨力,并减 少了由噪声和混响造成时频扩散的面积。图15是 Otsu算法的检测结果,其与图14中主要的时频曲 线分布保持一致,表明了D-GPTFT算法能够抑制 噪声和混响的干扰,有利于Otsu算法提取出更清晰的时频曲线。图15(b)~(d)中椭圆红框部分表示这个区域存在信号分量。由于图15(b)、图15(d)是传统时频变换算法处理得到的结果,这表明此区域确实存在信号分量,而不是算法处理后导致的虚警。然而,图15(a)中椭圆红框中并未检测出信号分量,这表明D-GPTFT算法处理后会使得部分弱信号分量漏警。这是由于解卷积算法对信噪比有一定的要求,在较低信噪比情况下,解卷积算法的信号恢复性能较差。

为研究观测信号长度对算法性能的影响,比较 了 D-GPTFT 算法和 GPTFT 分别处理 10 s 长度的 信号和 5 s 长度的信号的结果。图 16 是 D-GPTFT 算法和 GPTFT 处理得到的时频图,其 Otsu 算法的 检测结果见图 17。比较图 16、图 17 与图 14、图 15 可知,在处理不同长度的观测信号时 D-GPTFT 算 法的 Otsu 检测结果始终能够提取出主要的时频曲 线,这表明 D-GPTFT 算法对观测信号长度具有稳 健性。



图 13 海试数据三维时频图 Fig. 13 Three dimensional time-frequency diagram of sea trial data



图14 海试数据三维时频图的俯视图

Fig. 14 Vertical view of three dimensional time-frequency diagram of sea trial data



图 15 Otsu 算法检测结果

Fig. 15 $\,$ Detection results of Otsu algorithm



Fig. 16 D-GPTFT and GPTFT results of observed data with different length



图 17 不同长度观测数据的 D-GPTFT 和 GPTFT 的 Otsu 算法检测结果

Fig. 17 Detection results of Otsu algorithm for D-GPTFT and GPTFT of observed data with different length

7 结论

为了分析多基地声呐系统接收的多分量回波 信号,本文提出了一种基于Lucy-Richardson 解卷 积的频域 GPTFT 算法。与其他时频变换方法相比, 该算法实现了在抑制噪声及混响的同时提高了时 频分辨力。首先,该算法结合了HFM信号频谱的解 析表达式,根据GPTFT中旋转算子的性质推导出 适用于HFM 信号的核函数, 改善了 STFT 在使用 固定核函数分析非平稳信号时存在的时频分辨力 低的问题:接着,将多分量信号的GPTFT表示为 位于各分量信号到达时刻的冲激函数与发射信号 的GPTFT的卷积,利用解卷积算法进一步提高了 GPTFT 在时间维度上的分辨力,同时增强了其噪 声及混响的抑制能力。仿真实验和海试数据的分析 结果表明,本文算法具有更高的时频分辨力及背景 干扰抑制能力,有利于时频域上的目标检测以及目 标回波亮点信息的提取。该算法可根据已知信号设 计匹配的核函数,因此也适用于多分量线性调频信 号等。此外,在处理未知信号时,需要进一步考虑自 适应核函数来避免核函数失配。

参考文献

 Rui L Y, Ho K C. Efficient closed-form estimators for multistatic sonar localization[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2015, 51(1): 600–614.

- [2] Sun W, Wang F Y, Huang Q, et al. Study on bistatic scattering characteristics of an ellipsoidal object[C]. 2017 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing(ICSPCC), 2017: 1–4.
- [3] Goddard R P. The sonar simulation toolset, release 4.1: science, mathematics and algorithms[EB/OL]. [2023-07-10]. https://ntrl.ntis.gov/NTRL/dashboard/searchResults/ titleDetail/ADA430617.xhtml.
- [4] Qujano J E, Zurk L M. Use of the invariance principle for target tracking in active sonar geometries[C]. OCEANS 2006, 2016: 1–5.
- [5] 薛城, 顾怡鸣, 宫在晓, 等. 参数化时频分析在连续波有源探测中的应用 [J]. 兵工学报, 2022, 43(7): 1655–1666.
 Xue Cheng, Gu Yiming, Gong Zaixiao, et al. Parameterized time-frequency analysis in continuous-wave active detection[J]. Acta Armamentarii, 2022, 43(7): 1655–1666.
- [6] 李希友, 黄福锦. 基于 FRFT 的强时频干扰抑制方法 [J]. 舰 船科学技术, 2017, 39(11): 83–87.
 Li Xiyou, Huang Fujin. Reveberation suppression based on fractional fourier transform[J]. Ship Science and Technology, 2017, 39(11): 83–87.
- [7] 李秀坤,杨阳,孟祥夏.水下目标回波与混响的时频形态特征 域盲分离 [J]. 声学学报, 2017, 42(2): 169–177.
 Li Xiukun, Yang Yang, Meng Xiangxia. Morphological characteristics separation of underwater target echo and reverberation in time and frequency domain[J]. Acta Acustica, 2017, 42(2): 169–177.
- [8] 朱广平,宋泽林,殷敬伟,等. 混响背景下低秩矩阵恢复的目标亮点特征提取 [J]. 声学学报, 2019, 44(4): 471-479.
 Zhu Guangping, Song Zelin, Yin Jingwei, et al. Extracting target highlight feature based on low-rank matrix recovery in reverberation background[J]. Acta Acustica, 2019, 44(4): 471-479.
- [9] 韩泽洋,徐友根,刘志文.多径传播条件下宽带线性调频信号 波达方向估计方法[J].信号处理,2019,35(8):1293-1299.

2019, 35(8): 1293-1299. [10] 金燕,黄振,陆建华. 基于 FRFT 的线性调频多径信号 分离算法 [J].清华大学学报 (自然科学版), 2008, 48(10): 1617-1620.

Jin Yan, Huang Zhen, Lu Jianhua. Separation of multipath LFM signals based on fractional Fourier transform[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2008, 48(10): 1617–1620.

- [11] 林正青, 牟林, 彭圆, 等. 时频分布重排方法在水下目标回声 识别中的应用 [J]. 应用声学, 2014, 33(1): 87–94.
 Lin Zhengqing, Mu Lin, Peng Yuan, et al. Application of time-frequency distribution reassignment method to underwater target echo classification[J]. Journal of Applied Acoustics, 2014, 33(1): 87–94.
- [12] 刘峰, 罗再磊, 沈同圣, 等. 时频谱图和数据增强的水声信号 深度学习目标识别方法 [J]. 应用声学, 2021, 40(4): 518-524. Liu Feng, Luo Zailei, Shen Tongsheng, et al. Deep learning target recognition method of underwater acoustic signal based on data augmentation and time-frequency spectrum[J]. Journal of Applied Acoustics, 2021, 40(4): 518-524.
- [13] Kwok H K, Jones D L. Improved instantaneous frequency estimation using an adaptive short-time Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2000, 48(10): 2964–2972.
- [14] Ferguson B G. Time-frequency signal analysis of hydrophone data[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1996, 21(4): 537–544.
- [15] Moghadasian S S. A fast and accurate method for parameter estimation of multi-component LFM signals[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2022, 29: 1719–1723.
- [16] Álvarez R, Borbor E, Grijalva F. Comparison of methods for signal analysis in the time-frequency domain[C]. 2019 IEEE Fourth Ecuador Technical Chapters Meeting(ETCM), 2019: 1–6.
- [17] Subbarao M V, Samundiswary P. Time-frequency analysis of non-stationary signals using frequency slice wavelet transform[C]. 2016 10th International Conference on Intelligent Systems and Control(ISCO), 2016: 1–6.
- [18] 刘建设,朱广平,刘冰,等. 时频域去模糊提取目标回波亮 点[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2020, 41(9): 1340-1345.
 Liu Jianshe, Zhu Guangping, Liu Bing, et al. Timefrequency domain deblurring for target echo highlight extraction[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2020, 41(9): 1340-1345.
- [19] Guo W, Piao S C, Yang T C, et al. High-resolution power spectral estimation method using deconvolution[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2020, 45(2): 489–499.
- [20] Lu W K, Zhang Q. Deconvolutive short-time Fourier transform spectrogram[J]. IEEE Signal Processing Let-

ters, 2009, 16(7): 576–579.

- [21] Andria G, Savino M. Interpolated smoothed pseudo Wigner-Ville distribution for accurate spectrum analysis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1996, 45(4): 818–823.
- [22] 孙同晶,刘桐,杨阳.多阶次分数阶傅里叶域特征融合的主动声呐目标稀疏表示分类方法[J].电子与信息学报,2021, 43(3): 809-816.

Sun Tongjing, Liu Tong, Yang Yang. Sparse representation classification method for active sonar target based on multi-order fractional Fourier domain feature fusion[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(3): 809–816.

- [23] 顾怡鸣,宫在晓,陈艳丽,等. 浅海双基地有源探测调频信号 直达波消除 [J]. 声学学报, 2022, 47(2): 187–197.
 Gu Yiming, Gong Zaixiao, Chen Yanli, et al. Direct blast cancelling of the frequency modulation signals for bistatic active sonar in shallow water[J]. Acta Acustica, 2022, 47(2): 187–197.
- [24] 薛城,顾怡鸣,宫在晓,等. 宽带双曲调频信号参数化时频分 析波达方向估计 [J]. 声学学报, 2023, 48(1): 27–40. Xue Cheng, Gu Yiming, Gong Zaixiao, et al. Direction of arrival estimation of wideband hyperbolic frequency modulation signals using parameterized time-frequency analysis[J]. Acta Acustica, 2023, 48(1): 27–40.
- [25] Yang Y, Peng Z K, Dong X J, et al. General parameterized time-frequency transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(11): 2751–2764.
- [26] 汤渭霖. 声呐目标回波的亮点模型 [J]. 声学学报, 1994, 19(2): 92-100.

Tang Weilin. Highlight model of echoes from sonar targets[J]. Acta Acustica, 1994, 19(2): 92–100.

- [27] Abraham D A, Lyons A P. Novel physical interpretations of K-distributed reverberation[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2002, 27(4): 800–813.
- [28] Fowle E. The design of FM pulse compression signals[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1964, 10(1): 61–67.
- [29] Ma N, Wang J X. Dynamic threshold for SPWVD parameter estimation based on Otsu algorithm[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 24(6): 919–924.
- [30] 刘歌, 汪洪艳, 张国毅. 基于时频图像处理方法的多分量信号 分离 [J]. 电子信息对抗技术, 2017, 32(2): 13-18, 57.
 Liu Ge, Wang Hongyan, Zhang Guoyi. Separation of multi-component signals based on image processing in time frequency domain[J]. Electronic Information Warfare Technology, 2017, 32(2): 13-18, 57.
- [31] 张驰, 马晓川, 李璇, 等. 修正的混响多普勒扩展非对称统计 模型 [J]. 声学学报, 2018, 43(6): 943–950.
 Zhang Chi, Ma Xiaochuan, Li Xuan, et al. Modified asymmetric statistical model for the reverberation Doppler spread spectrum[J]. Acta Acustica, 2018, 43(6): 943–950.